Examen Théorie de l'Information

Documents autorisés, durée 1 heure

Correction Correction Correction Correction Correction Correction

I - Exercice codage de source (25 minutes)

Une source binaire génère les symboles s_1 et s_2 avec les probabilité $p(s_1)$=0,9 et $p(s_2)=0,1$. Les deux symboles sont indépendants.

a) Calculer l'entropie de cette source binaire.

➔ **H(S) = 0,469 bit/symbole**

b) Calculer l'entropie de la source étendue, constituée de n=3 symboles de la source binaire.

➔ **$H(S^3)=3.H(S)=1,4$ bit/symbole**

c) Donner la probabilité de chacun des symboles de la source étendue.

➔ **Cf tableau reponse d)**

d) On code la source étendue par un codage binaire de Huffman. Donner le code obtenu pour chaque symbole de la source étendue.

Symboles S_k	Probabilités $p(S_k)$	Longueurs des mots-code l_k	Mots-code c_k
$S_1 = s_1\,s_1\,s_1$	0,729	1	0
$S_2 = s_1\,s_1\,s_2$	0,081	3	100
$S_3 = s_1\,s_2\,s_1$	0,081	3	101
$S_4 = s_2\,s_1\,s_1$	0,081	3	110
$S_5 = s_2\,s_2\,s_1$	0,009	5	11100
$S_6 = s_2\,s_1\,s_2$	0,009	5	11101
$S_7 = s_1\,s_2\,s_2$	0,009	5	11110
$S_8 = s_2\,s_2\,s_2$	0,001	5	11111

e) Calculer l'efficacité η_1 du code de la source binaire initiale, l'efficacité η_2 du code de la source étendue et l'efficacité η_3 du code de la source codée. Conclusion ?

➔ **η_1= 0,469 ; $\eta_2=\eta_1$; η_3=0,875**

→ **le regroupement de n symboles n'augmente par l'efficacité**

→ **le codage d'un regroupement de symboles augmente l'efficacité, ici optimal mais non optimal obsolu.**

II - Exercice codage de canal (35 minutes)

Une source binaire d'entropie maximale est codée par le codeur convolutif récursif systématique suivant :

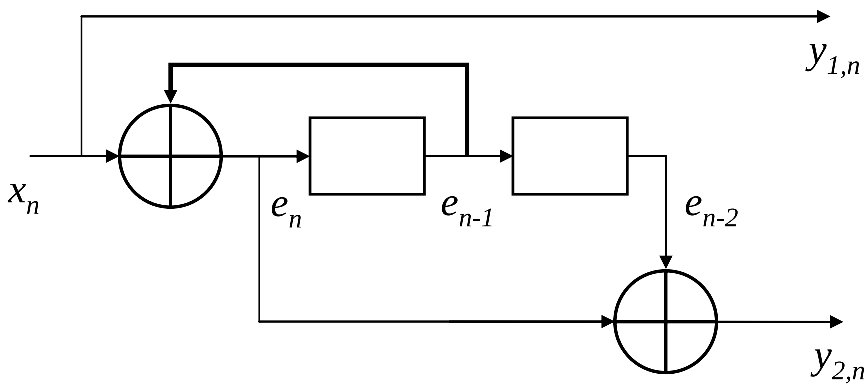


Figure 1 : codeur convolutif récursif systématique

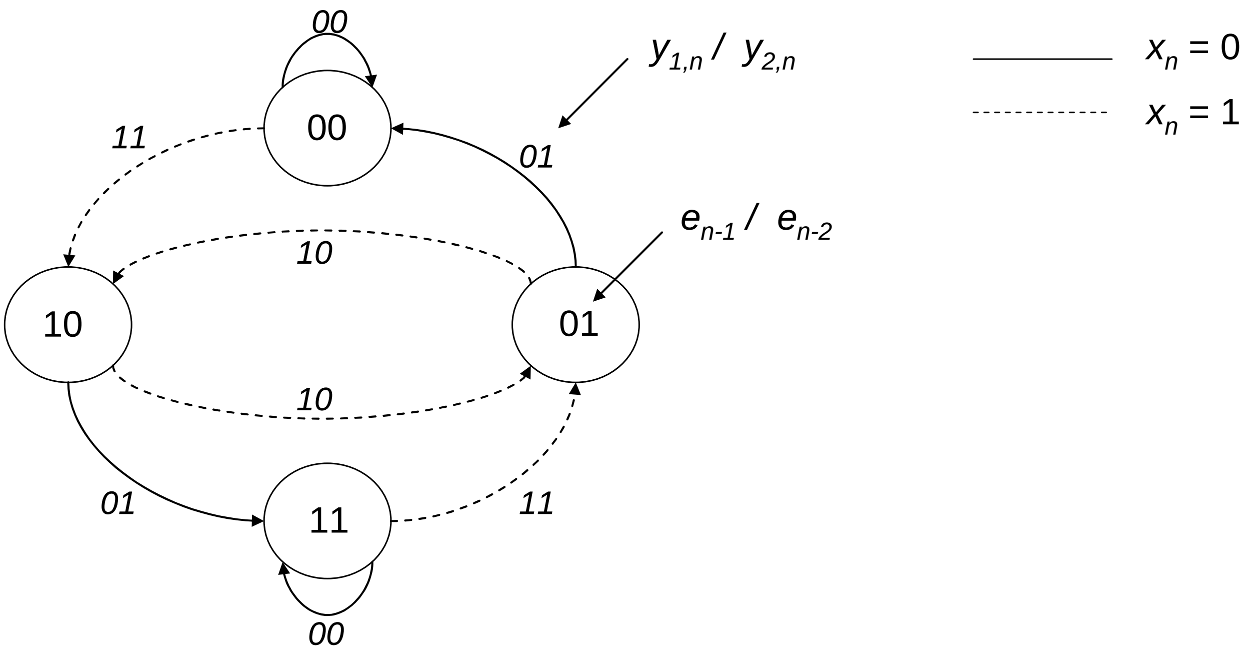
a) Etablir les équations logiques de $y_{1,n}$, $y_{2,n}$ et e_n.

➔ $y_{1,n} = x_n$

➔ $y_{2,n} = x_n \oplus e_{n-1} \oplus e_{n-2}$

➔ $e_n = x_n \oplus e_{n-1}$

b) Faire le diagramme d'état du codeur. Préciser les notations utilisées !



c) Donner les séquences x_n ayant générés les messages suivant : « 00 11 01 11 » et « 10 10 01 00 ». **Remarque ?**

➔ 00 11 01 11 → OK → 0 1 0 1 même code malgré les deux possibilités !!

➔ 10 10 01 00 → OK → 1 1 0 0 même code malgré les deux possibilités !!

Les deux sorties d'un état ont entre elles une Dmin = 2 !!!

Symétrie du diagramme : 2 etats sont bouclants sur 00 (etat 00 et 11)

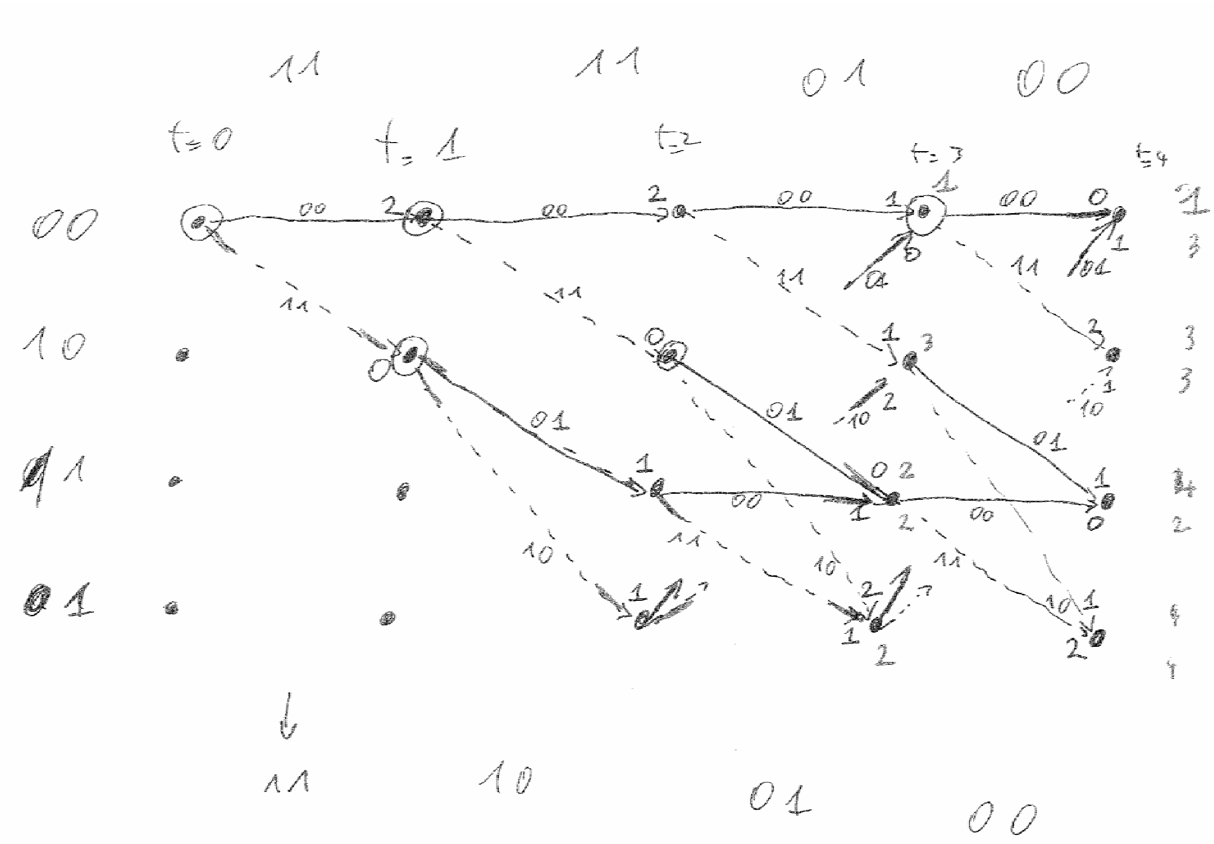
Initialisation en 00 ou 11 sans importance.

d) Déduire des questions précédentes la distance de Hamming minimum entre deux mots-code de ce codeur (attention il y a deux états bouclant sur 00…).

➔ Dmin = 3 = D(00 00 00 00 00…, 11 01 00 00 00 …)

e) Vérifier que le message suivant « 11 11 01 00 » ne provient pas du codeur. Corriger et décoder ce message (état initial du codeur « 00 »).

➔ 11 11 01 00 → pas ok car deux « 11 » successifs !
Dmin = 3 donc une erreur corrigeable
Deux solutions : directement via le diagramme (20 secondes) ou Viterbi (10 min).
Code corrigé : 11 10 01 00
Décodage : 1 1 0 0



f) Après le codage de i symboles x_n de la source, il faut ajouter un seul symbole de vidage (0). Donner le taux d'émission du codeur pour $i=1$ et $i=\infty$.

➔ $R(i)=\dfrac{i}{2(i+1)}$, **R(*1*) = 1/4 ; R(∞)=1/2.**