

THÈSE

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

Pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

École Doctorale Électronique, Électrotechnique, Automatique

PAR

Aymeric LARRUE

Observation et quantification tridimensionnelle de
microfissures de l'os trabéculaire
par microtomographie Synchrotron

Jury :	Christine Chappard	Rapporteur
	Michel Jourlin	Rapporteur
	Laurence Vico	Examineur
	David Mitton	Examineur
	Olivier Basset	Examineur
	Françoise Peyrin	Directeur de thèse

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quadriennal 2007-2010

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://sakura.cpe.fr/ED206 M. Jean Marc LANCELIN Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://www.insa-lyon.fr/eea M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2 M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr M. Alain MILLE	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 infomaths@bat710.univ-lyon1.fr - alain.mille@liris.cnrs.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON M. Jean Marc PELLETIER Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE M. Jean Louis GUYADER Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@lva.insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* M. OBADIA Lionel Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Résumé

L'étude des microdommages du tissu osseux soulève un intérêt croissant. Les microdommages se présentent sous la forme de microfissures de faible épaisseur ($\sim 2\mu\text{m}$) et de faible densité ($< 1\text{mm}^{-2}$) dont la morphologie et les dimensions (de l'ordre de $100\mu\text{m}$) sont très variables. S'il est établi que ces microdommages jouent un rôle prépondérant dans les mécanismes biologiques et biomécaniques, leur implication dans ces mécanismes est encore mal connue.

Une raison de cette méconnaissance est la difficulté actuelle de collecter des données fiables sur les microfissures (longueur, épaisseur, volume, densité). Leur observation repose principalement sur des techniques de microscopie bidimensionnelle après marquage, ou plus rarement par microscopie confocale 3D.

Dans ce travail, nous proposons d'utiliser la microtomographie par rayonnement synchrotron pour obtenir des images 3D micrométriques de microfissures physiologiques. Ce mode d'imagerie, qui a déjà permis d'étudier la propagation de microfissures dans le tissu osseux subissant de fortes contraintes mécaniques, exploite les propriétés exceptionnelles du rayonnement X synchrotron pour fournir des images 3D à haute résolution.

Des échantillons d'os trabéculaire humain ayant subi ou non une contrainte mécanique de faible intensité ont été imagés à différentes résolutions (taille de voxel $5\mu\text{m}$, $1.4\mu\text{m}$ et $0.56\mu\text{m}$). Les images à $5\mu\text{m}$ présentent un champ de vue assez large pour étudier la microarchitecture trabéculaire mais leur résolution est trop faible pour pouvoir observer des microfissures. Au contraire, les images acquises à $0.56\mu\text{m}$ permettent d'observer en détail les microfissures, mais leur champ de vue est si limité qu'il est très difficile de trouver une zone contenant une microfissure. Les images à $1.4\mu\text{m}$ constituent donc un bon compromis entre le champ de vue et la résolution spatiale pour observer des microfissures. Cependant, du fait de ce compromis, les microfissures apparaissent peu contrastées et sont difficiles à segmenter.

Une méthode de segmentation spécifique aux microfissures a donc été développée. Compte tenu de la faible taille des structures recherchées, nous nous sommes orientés vers des méthodes de débruitage préservant les contours. Toutefois les méthodes usuelles n'étant pas directement utilisables pour notre problème, nous avons proposé de combiner un filtre orientable fournissant un critère de planéité locale des microfissures et une technique de filtrage non-linéaire. Les expériences de validation sur des images synthétiques et réelles montrent son efficacité pour la segmentation des microfissures et sa supériorité par rapport à des méthodes plus classiques (diffusion anisotrope, filtrage bilatéral). La méthode a été intégrée dans une chaîne de traitement optimisée permettant la segmentation des images acquises et l'extraction de données quantitatives de manière semi-automatique.

Finalement, une nouvelle technique d'évaluation des microdommages permettant l'observation et la quantification de microfissures en 3D avec une précision jamais atteinte a été mise au point. Le traitement des images acquises sur un grand nombre d'échantillons a permis de montrer d'une part les premières images 3D micrométriques de microfissures à cette résolution et fournit d'autre part de nouvelles données quantitatives. L'analyse des mesures effectuées sur les échantillons apporte des éléments de réponses quant à l'application d'une contrainte en fatigue sur des échantillons d'os trabéculaire humain. Enfin, la supériorité des approches 3D par rapport aux approches 2D a été démontrée à partir d'observations qualitatives et des mesures quantitatives.

Table des matières

Introduction	1
1. Cadre de l'étude.....	1
2. Objectifs.....	2
3. Plan.....	3

Chapitre 1 Les microfissures du tissu osseux : contexte et techniques d'investigation **7**

1. Introduction	7
2. Le tissu osseux.....	8
2.1. Os trabéculaire et os cortical	8
2.2. Constitution hiérarchique du tissu osseux : de l'échelle macroscopique à l'échelle nanométrique.....	9
2.3. La qualité osseuse.....	10
3. Les microdommages du tissu osseux.....	11
3.1. Introduction	11
3.2. Morphologies, types de microdommages et paramètres importants	12
3.3. Mesures du microendommagement : paramètres et valeurs	13
3.4. Rôle mécanique	14
3.5. Rôle physiologique.....	15
3.6. Techniques d'investigation : échantillons, contraintes, type d'études	16
3.7. Interactions entre paramètres.....	19
4. Techniques d'observation et de mesure.....	20
4.1. Généralités.....	20
4.2. Techniques 2D.....	21
4.3. Techniques 3D.....	23
5. Conclusion.....	31

Chapitre 2 Investigation des microfissures de l'os trabéculaire par microtomographie synchrotron **35**

1. Introduction	35
1.1. La microtomographie	36
1.2. Sources synchrotron	37
1.3. La microtomographie par rayonnement synchrotron sur ID19 (ESRF).....	38
2. Échantillons	44
2.1. Introduction	44
2.2. Fatigue.....	45
2.3. Préparation	46
3. Acquisitions, choix de la résolution	47
3.1. Introduction	47

3.2.	Images à $5\mu\text{m}$	47
3.3.	Images à $1.4\mu\text{m}$	49
3.4.	Images à $0.56\mu\text{m}$	51
3.5.	Conclusion.....	55
4.	Evaluation du procédé d'imagerie	56
4.1.	Effet des radiations sur les échantillons	56
4.2.	Comparaison avec les observations par microscopie par épifluorescence.....	58
5.	Analyse des images à $1.4\mu\text{m}$	66
5.1.	Généralités.....	66
5.2.	Bruits, artefacts.....	67
5.3.	Analyse des microfissures	68
6.	Conclusion	69

Chapitre 3 Le filtrage des images pour la segmentation des structures planaires 71

1.	Introduction	71
1.1.	Nécessité de la segmentation.....	71
1.2.	Problématique : atténuation du bruit et respect des structures d'intérêt	72
1.3.	Détection ou débruitage ?.....	72
1.4.	Différentes approches.....	73
2.	Notations et pré-requis.....	74
2.1.	Notion de contour	75
2.2.	Opérateurs linéaires de base	75
3.	Les filtres préservant les contours	78
3.1.	Introduction	78
3.2.	La diffusion anisotrope.....	78
3.3.	Le filtrage bilatéral	84
3.4.	Conclusion.....	89
4.	Les détecteurs de structures linéaires, filaires et planaires	90
4.1.	Analyse des valeurs propres de la matrice Hessienne.....	90
4.2.	La détection de structure filaires et planaires	98
4.3.	Commentaire	94
5.	Les filtres orientables.....	95
5.1.	Introduction	95
5.2.	Définitions et premières propriétés	97
5.3.	Généralisation.....	99
5.4.	Approche SVD	101
5.5.	Analyse de la transformabilité avec les groupes de Lie	103
5.6.	Applications	108
5.7.	Conclusion.....	109
6.	Filtres orientables détecteurs de structures planaires et tubulaires optimaux au sens de Canny	110
6.1.	Introduction	110
6.2.	Cas bidimensionnel	111
6.3.	Cas tridimensionnel.....	119
6.4.	Conclusion.....	128
7.	Conclusion	130

**Chapitre 4 Méthode de segmentation des microfissures dans les images
microtomographiques 133**

1. Introduction	133
2. Étude et interprétation du critère de planéité.....	134
2.1. Introduction	134
2.2. Effet de l'inversion des niveaux de gris	135
2.3. Réponse à un bruit gaussien	137
2.4. Réponse à un plan	142
2.5. Commentaire	144
3. Filtrage non-linéaire préservant les structures planaires	145
3.1. Motivation	145
3.2. Méthode.....	146
3.3. Analyse et évaluation sur image synthétique	153
3.4. Conclusion.....	163
4. Intégration dans une chaîne de traitement	164
4.1. Introduction	164
4.2. Pré-traitements	165
4.3. Filtrage	170
4.4. Post-traitements	171
4.5. Commentaire	172
5. Validation	173
6. Structure – Programmation.....	179
6.1. Intégration	179
6.2. Optimisation de la mémoire nécessaire.....	179
6.3. Paramètres de calculs	180
6.4. Conclusion : performances	181
7. Conclusion	181

**Chapitre 5 Analyse morphologique des objets segmentés pour la discrimination des
lacunes et la quantification des microfissures 185**

1. Introduction	185
2. Extraction de paramètres quantitatifs	186
2.1. Paramètres principaux	186
2.2. Paramètres secondaires	194
2.3. Autres paramètres.....	196
3. Classification automatique	196
3.1. Introduction	196
3.2. Méthode.....	198
4. Conclusion et Perspective.....	208

**Chapitre 6 Etude du microendommagement et des microfissures dans les échantillons
d'os trabéculaire humain 211**

1. Introduction	211
1.1. Généralités.....	211
1.2. Données analysées.....	212
2. Observations 3D de microfissures	213
2.1. Introduction	213

2.2.	Observations sur les coupes tomographiques.....	213
2.3.	Observation sur rendu 3D	215
2.4.	Observation sur l'échantillon entier	218
3.	Étude de l'endommagement dans les échantillons	223
3.1.	Introduction	223
3.2.	Impact de la contrainte et de l'origine (patient)	223
3.3.	Représentativité des mesures de l'endommagement des échantillons	227
3.4.	Étude de la corrélation entre microendommagement et porosité.....	228
3.5.	Conclusion.....	230
4.	Analyse morphologique des microfissures dans nos échantillons.....	231
4.1.	Introduction	231
4.2.	Distribution de valeurs mesurées	231
4.3.	Conclusion.....	235
5.	Simulation et évaluation du biais des approches 2D	235
5.1.	Introduction	235
5.2.	Mode opératoire	236
5.3.	Résultat.....	236
5.4.	Conclusion.....	238
6.	Conclusion	238

Conclusion **241**

1.	Résultats et discussions	241
1.1.	Imagerie par microtomographie synchrotron d'échantillons d'os trabéculaire humain	241
1.2.	Analyse des images	242
1.3.	Application à l'analyse du microendommagement des échantillons	243
2.	Perspectives	244

Introduction

1. Cadre de l'étude

Cette étude rentre dans le cadre de l'investigation du tissu osseux par imagerie à rayons X. En effet, les mécanismes biomécaniques se produisant dans le tissu osseux sont encore mal connus. Si l'importance de l'étude de la qualité osseuse, par opposition à la quantité osseuse mesurée généralement, est désormais reconnue, et si une série de paramètres participant directement à la qualité du tissu osseux ont été identifiés, les mécanismes exacts et les interactions entre ces paramètres sont encore mal compris.

Le microendommagement du tissu osseux constitue l'un de ces paramètres. Les microdommages du tissu osseux, prenant la forme de microfissures, résultent des contraintes mécaniques appliquées quotidiennement aux os. Leur présence dans une certaine mesure est donc tout à fait naturelle et leur absence totale est au contraire le signe d'une anomalie physiologique. En effet, en plus de dissiper l'énergie mécanique apportée par les contraintes et de prévenir la formation de fissures plus importantes, les microdommages participent pleinement aux processus mécano-biologiques permettant à l'os de se régénérer et de s'adapter afin de maximiser ses performances. Bien que la compréhension de ces mécanismes et des interactions entre les paramètres biologiques et biomécaniques du microendommagement soit au centre d'un grand nombre de travaux, beaucoup de zones d'ombre subsistent encore.

Une des raisons à cela est la difficulté de collecter des données fiables et en quantité suffisante à leur sujet, du fait de leur relative rareté, de leur petite taille et de leur morphologie variable. Jusqu'à présent, les techniques microscopiques ont été les plus utilisées bien qu'il soit de plus en plus reconnu que les données fournies ainsi sont biaisées et qu'un outil d'observation 3D est nécessaire à l'étude des microfissures. Bien que des recherches soient

conduites dans cette direction, avec notamment le développement de la microscopie confocale, aucune technique ne remplit pour l'instant les critères nécessaires à l'obtention de données réellement satisfaisantes : fournir des images tridimensionnelles à haute résolution d'une quantité suffisante de tissu osseux.

Récemment, la microtomographie par rayonnement synchrotron est apparue comme une technique d'observation pouvant remplir ces critères. Cependant, faute de réel développement méthodologique, son utilisation reste limitée.

2. Objectifs

Ces travaux sont donc centrés sur le développement de techniques d'imagerie par microtomographie synchrotron pour l'observation et la quantification des microdommages. Les objectifs s'articulent principalement autour de trois axes.

Tout d'abord, en tant que nouvelle technique d'observation des microfissures, l'application de la microtomographie par rayonnement synchrotron à l'observation et à la quantification des microfissures du tissu osseux requiert un développement méthodologique. Que ce soit au niveau du choix des échantillons et de leur préparation, au niveau du choix des paramètres d'acquisition et de leur influence sur les images obtenues, ou encore au niveau de l'analyse des résultats, des éléments de réponse doivent être apportés. Ces développements devraient permettre l'amélioration des premiers résultats obtenus et la mise en place d'études biomécaniques basées sur ce nouveau moyen d'observation. D'autre part, un effort de caractérisation et de validation est nécessaire afin de s'assurer de la véracité et de la pertinence des images et des données obtenues.

Après les premières études de faisabilité, il est apparu qu'une exploitation optimale des images produites par microtomographie synchrotron pour la quantification des microfissures passe forcément par leur segmentation. Au regard de la qualité des images obtenues et du compromis nécessaire entre résolution et champ de vue survenant lors de l'acquisition, cette étape de segmentation n'est pas directe. En conséquence, le deuxième axe de travail de cette étude a été de développer des outils de traitement d'image efficaces permettant la segmentation et la mesure semi-automatiques des microfissures. De surcroît de tels outils réduiraient considérablement le temps et l'effort nécessaire à l'obtention de données quantitatives sur le microendommagement.

Enfin, l'application de ces méthodes d'analyse aux images acquises sur nos échantillons fournissant une certaine quantité de données sur le microendommagement des échantillons et la morphologie des microfissures, leur analyse devra permettre, en plus d'apporter des éléments de réponses sur le microendommagement des échantillons étudiés, de mettre en lumière le potentiel de ce nouveau mode d'observation et de faire apparaître des problématiques liées à son utilisation lors d'expériences ultérieures sur des séries d'échantillons.

3. Plan

Dans le premier chapitre, nous ferons un état de l'art de la compréhension et des techniques d'investigation des microdommages dans le tissu osseux. Après être revenu sur les points principaux concernant la constitution, les propriétés et le fonctionnement général de l'os, nous traiterons des microdommages en insistant sur leur rôle, les différents types d'études les concernant et les techniques d'observation permettant leur mesure.

Nous traiterons ensuite de la partie expérimentale de ce projet en commençant par la description de la microtomographie synchrotron, des échantillons utilisés et de leur préparation. Par la suite nous ferons le compte rendu des expériences d'acquisition d'images sur les échantillons et des observations des images produites. Enfin nous traiterons des expériences de validation et de caractérisation que nous avons mené et analyserons leurs résultats.

L'analyse des images acquises faisant apparaître la nécessité de développer un outil adapté de segmentation des microfissures dans nos images, nous nous sommes ensuite intéressé aux méthodes de filtrage d'images permettant la segmentation de structures planaires. Plusieurs approches très différentes seront abordées et revues en détail. Finalement, un filtre détecteur de plan orientable sera décrit, en vue de son utilisation ultérieure.

Dans le chapitre 4, après avoir étudié par des expériences le comportement du filtre orientable détecteur de plan, nous décrirons puis évaluerons un nouveau filtre utilisant l'information produite par le filtre détecteur de plan pour filtrer les niveaux de gris de nos images. Notamment, il sera montré que l'utilisation d'un tel filtre rend le réglage des paramètres moins sensible et permet la segmentation d'une série d'images avec peu d'intervention extérieure et avec des performances homogènes. Une chaîne de traitement permettant la

segmentation semi-automatique des images produites par microtomographie synchrotron sera finalement décrite et évaluée.

Une fois les images segmentées, la quantification des microfissures est rendue possible. À cet effet, des outils de mesure et d'extraction de paramètres quantitatifs ont été développés. Ils feront l'objet du chapitre 5.

Finalement, les données récoltées dans les acquisitions microtomographiques de nos échantillons seront analysées dans le chapitre 6. Tout d'abord, nous observerons des images 3D inédites de microfissures révélant la complexité des microdommages et de leurs mécanismes d'apparition et de propagation. Une analyse statistique des paramètres quantitatifs extraits apportera des éléments de réponse quant à la présence, à la répartition et à la morphologie des microdommages dans nos échantillons. Finalement, une expérience consistant à simuler des mesures 2D à partir d'images 3D sera décrite et mettra en lumière le biais des méthodes de mesures traditionnelles.

Chapitre 1

Les microfissures du tissu osseux : contexte et techniques d'investigation

1. Introduction

Le tissu osseux est le principal constituant du squelette humain. Si les os en eux-mêmes montrent à l'échelle macroscopique une structure variable et adaptée aux rôles biomécaniques du squelette (par exemple hypophyse, diaphyse, corticale etc), la microstructure et la physiologie du tissu osseux à des échelles plus fines sont aussi particulièrement complexes. En effet, les propriétés du tissu osseux ne sont pas uniquement mécaniques. Un certain nombre de processus biologiques associant le tissu minéralisé et le tissu cellulaire présent dans les os (moelle ou tissu mou) lui confèrent des propriétés remarquables. Une de ses particularités les plus intéressantes est sa capacité à se renouveler et à réparer les zones endommagées grâce à des processus dits « de remodelage » [Taylor '07]. Au cours de ce processus, on assiste à la résorption et la formation de tissu osseux par des mécanismes cellulaires complexes faisant intervenir des cellules résorbant le tissu minéralisé (ostéoclastes), et des cellules synthétisant du tissu minéralisé (ostéoblastes). En plus de permettre à l'os de conserver ses propriétés mécaniques tout au long de sa vie, le remodelage permet aux structures de l'os de s'adapter afin d'optimiser ses performances [Burger '03, Currey '03, Klein-Nulend '05]. Ainsi, la direction pour laquelle la résistance mécanique de l'os est la plus importante s'adapte à la direction des contraintes mécaniques qui lui sont appliquées [Donahue '06] et les zones subissant les plus fortes contraintes mécaniques (par exemple le fémur) sont formées d'os plus dense tandis que les parties du squelette subissant moins de contraintes (e.g. crête iliaque) sont formées majoritairement d'os poreux et léger. De telles adaptations permettent finalement d'optimiser les propriétés mécaniques du squelette.

Les microdommages constituent un des paramètres de la qualité du tissu osseux et jouent un rôle important et encore très méconnu dans les processus de réparation et d'adaptation de la structure osseuse. Un des facteurs rendant difficile leur étude est l'absence de technique d'observation et de mesure satisfaisante, qui constitue la problématique centrale de ce travail.

Dans la première partie de ce chapitre, nous reviendrons d'abord sur la constitution du tissu osseux et la nécessité de considérer sa « qualité » en plus de sa « quantité ». Dans un second temps, nous nous concentrerons sur les microdommages du tissu osseux, en détaillant leurs différentes caractéristiques, leur rôle et les différentes méthodes permettant leur étude. Enfin, nous verrons en détail les différentes techniques d'observation et de mesures des microdommages du tissu osseux pour démontrer la nécessité de développer une technique d'imagerie des microfissures en trois dimensions et à haute résolution.

2. Le tissu osseux

2.1. Os trabéculaire et os cortical

De manière générale, on distingue deux types de tissu osseux : l'os cortical (ou compact) et l'os trabéculaire (ou spongieux).

La majorité de la masse de tissu osseux est formée d'os cortical (80%), qui constitue la partie extérieure des os. L'os cortical a un rôle essentiellement mécanique de rigidité et ne participe que très peu à la biologie de l'os. Même s'il contient des porosités (cf. paragraphe suivant), l'os cortical peut être considéré comme un matériau compact.

L'os trabéculaire est quant à lui un tissu poreux (jusqu'à 80%) qui ne représente que 20% du squelette. On le trouve dans les extrémités des os longs et dans les os du squelette axial. Sa structure est anisotrope et peut être décrite comme un réseau complexe de travées d'épaisseur 100 μ m à 150 μ m dont la morphologie peut varier. Notamment, on distingue des travées de type « plaque » et des travées de type « poutre ». De part sa porosité et son importante interface avec le tissu interstitiel (moëlle), il participe pleinement aux processus biologiques intervenant au sein du tissu osseux. D'autre part, son réseau de travées formant la microarchitecture trabéculaire participe en grande partie aux propriétés mécaniques de l'os, et permet l'allègement du squelette en même temps que l'optimisation de son rendement mécanique [Mosekilde '87]. Notamment, il existe une forte corrélation entre l'orientation des travées et la direction principale des contraintes appliquées à l'os.

2.2. Constitution hiérarchique du tissu osseux : de l'échelle macroscopique à l'échelle nanométrique

Que ce soit dans l'os cortical ou trabéculaire, le tissu osseux est un matériau à la structure complexe et hiérarchisée.

Comme le montre la Figure 1.1, l'os cortical est constitué d'un ensemble d'éléments unitaires cylindriques orientés dans la direction de la surface de l'os que l'on appelle ostéons et dont le diamètre varie entre 200 μ m et 250 μ m. Les ostéons sont formés de lamelles osseuses d'épaisseur environ 5 μ m placées de manière concentrique de sorte à former un canal central vascularisé (canal de Harvers, 40-50 μ m). Ceux-ci sont séparés les uns des autres par des lamelles plus denses formant des lignes cémentantes. Les canaux de Volkman constituent un autre type de canaux orthogonaux aux systèmes harvésiens et les relient entre eux.

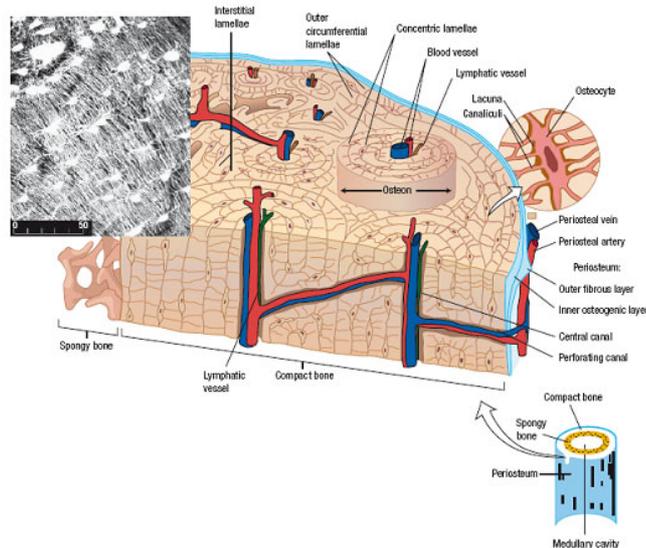


Figure 1.1 Structure du tissu osseux cortical (tiré de [Colopy '04, Tortora '02])

L'os trabéculaire présente une structure un peu différente. En général, on considère l'os spongieux est constitué d'ostéons « déroulés », organisés en couches sur la surface.

Au cours du remodelage, des cellules nommées ostéocytes sont incluses au sein même des ostéons. Elles communiquent entre elles par un réseau complexe et dense de canaux appelés canalicules et dont le diamètre ne dépasse pas 0.5 μ m. Le système ostéocyto-caliculaire est un organe essentiel du tissu osseux et joue un rôle primordial dans le processus de remodelage. La densité d'ostéocytes varie en fonction du site d'observation et de l'âge. À titre

d'exemple, des valeurs allant de 500 à 900 ostéocytes par mm^2 de tissu observé ont été mesurées dans l'os cortical fémoral humain [Vashishth '00b].

La Figure 1.2 montre la structure du tissu osseux aux échelles inférieures. Les lamelles sont elles mêmes constituées de fibres minéralisées dont le diamètre est de l'ordre de 100nm et formant des faisceaux d'épaisseur 1 μm . À l'échelle nanométrique, ces fibres sont constituées de particules minérales d'hydroxyapatite liées entre elles par du collagène. Cette structure hiérarchique est un aspect primordial. Les différents aspects biologiques ou mécaniques du rôle du tissu osseux se font à plusieurs niveaux. Pour Koester [Koester '08], les propriétés mécaniques de l'os sont liées aux propriétés de ses différents constituants et à différentes échelles.

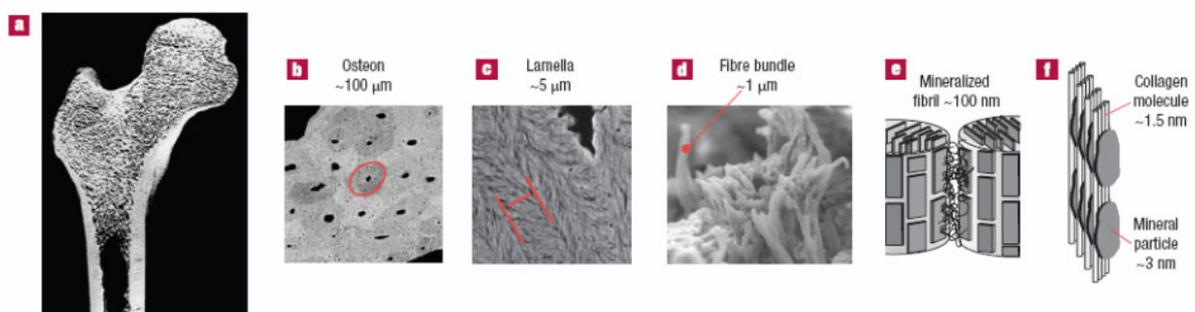


Figure 1.2 Constitution du tissu osseux à différentes échelles : os, ostéons, lamelles, filaments, fibres, cristaux minéraux et collagène (tiré de [Fratzl '08])

2.3. La qualité osseuse

Jusqu'à présent, l'évaluation clinique de la densité de tissu osseux lié au risque de fracture s'est faite en grande majorité par la technique dite DXA, ou Dual X-ray Absorption. Il s'agit de prendre des clichés radiographiques avec deux longueurs d'onde de rayons X différentes. Les tissus mous et minéralisés n'ayant pas la même énergie d'absorption, on peut ainsi mesurer la densité minérale osseuse en s'affranchissant de l'absorption des rayons X par les tissus mous.

Si la mesure de la densité est en général valable pour le diagnostic de l'ostéoporose [Keaveny '01], celle-ci n'est parfois pas suffisante pour expliquer les différences de propriétés mécaniques de deux os ayant la même densité [Hans '97].

C'est ainsi que la nécessité d'introduire le concept de qualité osseuse s'est imposée. D'une façon simple, la qualité osseuse pourrait se définir comme toutes les caractéristiques de l'os qui ne sont pas en rapport avec la densité. Plus précisément, la qualité osseuse est définie par

Judex [Judex '03] comme « la combinaison de la force apparente de l'os et de mesures quantitatives de la géométrie trabéculaire, de la stéréologie, des propriétés chimiques et mécaniques ». Le remodelage, la minéralisation, la micro-architecture et les porosités du tissu osseux sont donc des paramètres clés de la qualité osseuse.

Si l'intérêt d'une meilleure compréhension et de l'évaluation de la qualité osseuse est établi, il n'existe pas à ce jour de techniques de mesures satisfaisantes, comme le souligne Mittra [Mittra '05]. Des développements dans ce domaine sont donc indispensables.

3. Les microdommages du tissu osseux

3.1.Introduction

Avec le système ostéocyto-canaliculaire, les microdommages forment les micro-porosités du tissu osseux. Découvert par Frost [Frost '60], leur importance a longtemps été négligée et leur implication dans la physiologie du tissu osseux reste mal comprise. Résultant naturellement des contraintes mécaniques répétées appliquées aux os, leur présence a un impact sur la résistance de l'os et est souvent associée à la fragilité du tissu osseux [Donahue '06,Reilly '00]. Pourtant, ils ne sont pas forcément dangereux lorsqu'ils ne se propagent pas [Fratzl '08]. Au contraire, ils participent aux processus biologiques prenant place dans les os et leur absence totale est le signe d'une physiologie anormale.

Les fonctions des microdommages dans la vie du tissu osseux peuvent être séparées en deux catégories : le rôle mécanique et le rôle physiologique.

D'une part, les microdommages vont participer aux processus de remodelage en étroite relation avec le système ostéocyto-canaliculaire, notamment en tant qu'indicateurs d'une diminution des performances mécaniques du tissu osseux. En conséquence, ils sont aussi un élément clé des processus d'adaptation de l'os.

D'autre part, il a été montré que la création de microdommages induit une dissipation de l'énergie des contraintes mécaniques et permet d'éviter par certains mécanismes l'apparition de dommages plus importants comme les micro-fractures (section d'une travée osseuse). Leur rôle biomécanique est donc primordial.

Dans la suite de ce paragraphe, nous décrirons les différents types de microdommages, leurs morphologies, et leurs caractéristiques les plus importantes. Notamment, les différents paramètres utilisés pour leur étude seront détaillés et des ordres de grandeurs seront donnés.

Nous précisons ensuite le rôle biomécanique et physiologique des microdommages tels qu'ils apparaissent dans les travaux les plus récents.

Ces éléments de réponse sur le rôle et le comportement des microdommages dans le tissu osseux sont le fruit de diverses investigations menées de différentes façons selon l'aspect étudié. Ces différentes approches seront décrites par la suite. Notamment, nous reviendrons sur les divers types d'échantillons et leur préparation.

En guise de conclusion, nous montrerons enfin que les processus dans lesquels les microdommages interviennent font aussi appel à d'autres aspects de la qualité osseuse. Une compréhension totale des phénomènes de micro-endommagement ne peut donc être obtenue que par une approche globale et une étude des interactions entre les divers paramètres caractérisant le tissu osseux.

3.2. Morphologies, types de microdommages et paramètres importants

En plus de leur présence, la taille des microdommages, leur morphologie et leur localisation par rapport à la travée endommagée sont fortement corrélées avec les contraintes mécaniques appliquées au tissu osseux et leur rôle dans la préservation des propriétés mécaniques de l'os [Fratzl '08, Wang '06, Yeni '03]. Par exemple, Wenzel [Wenzel '96] a montré que dans l'os trabéculaire vertébral les fractures de travées horizontales sont dues à la propagation de microfissures, tandis que les travées verticales contiennent principalement des microdommages diffus.

Les microdommages sont en général classifiés en 4 familles schématisées dans la Figure 1.3 : les microdommages linéaires (a), parallèles (b), croisés (c) ou diffus (d) [Moore '02]. Les microdommages linéaires, parallèles ou croisés sont constitués d'une ou plusieurs microfissures, aussi appelées microcracks par anglicisme. Quant aux dommages diffus, on suppose qu'ils sont formés par une multitude de fissures à une échelle encore inférieure.

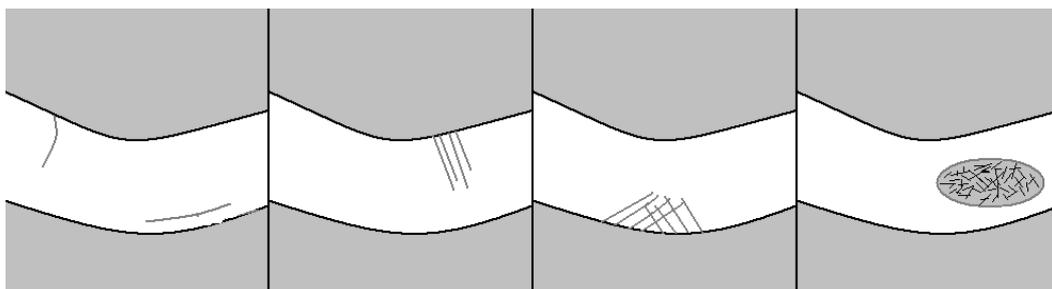


Figure 1.3 Différents types de microdommages. a : linéaires, b : parallèles, c : croisés, d : diffus

Les microfissures sont en général décrites comme des ellipsoïdes plans dont l'épaisseur est de l'ordre du micron. Leur longueur et largeur sont de l'ordre de la centaine de microns mais montrent une très forte variabilité [Taylor '07].

Mise à part leur catégorie, diverses caractéristiques remarquables jouent un rôle important dans le rôle et le comportement des microfissures. Ainsi, certaines fissures sont formées par deux plans formant un angle ; on parle alors de fissures défléchies ; tandis que d'autres sont parallèles à la surface de la travée et suivent un ligne cémentante [Nalla '03]. On observe aussi des fissures « interrompues », formées en fait par une multitude de petites fissures de même direction [Fantner '05].

Enfin, il est apparu récemment que l'endommagement du tissu osseux est un phénomène hiérarchique et multi-échelle [Taylor '07, Vashishth '07]. Les contraintes en tension agiraient plutôt sur la structure sub-lamellaire, la compression sur la structure lamellaire et les torsions à l'échelle des ostéons.

3.3. Mesures du microendommagement : paramètres et valeurs

Dans la plupart des cas, les mesures effectuées sur les microdommages sont restreintes aux microdommages linéaires ou microfissures, sauf lorsque l'étude a spécifiquement pour objet la morphologie des microdommages. Comme nous le verrons par la suite, les mesures sont effectuées sur des observations microscopiques bidimensionnelles en relevant le nombre de microfissures et leur taille.

La surface de tissu osseux observée (Bone Area, noté B.Ar, exprimée en mm^2) est estimée en comptant le nombre de cases contenant majoritairement du tissu osseux dans un quadrillage superposé à la lame. On peut finalement calculer des paramètres normalisés: densité de microfissures, densité surfacique de microfissures, et longueur moyenne des microfissures.

La densité de microfissures (Crack Density, noté Cr.Dn, exprimé en mm^{-2}) se calcule simplement en divisant le nombre de microfissures observées par la surface de tissu observé (B.Ar). Dans l'os cortical humain (patients âgés, ~70 ans), les valeurs relevées jusqu'à présent varient de $0.14 \#.\text{mm}^{-2}$ dans la sixième côte [Burr '90] à $0.21\#.\text{mm}^{-2}$ dans le fémur [Norman '97] et atteignent même $0.35\#.\text{mm}^{-2}$ dans la cinquième métatarse [Donahue '00]. Dans l'os trabéculaire humain, on observe une plus grande variabilité avec des densités de $0.38\#.\text{mm}^{-2}$ et $0.51\#.\text{mm}^{-2}$ mesurées dans différentes régions du fémur [Fazzalari '02] et des densités supérieures à $5\#.\text{mm}^{-2}$ dans la 12^{ème} vertèbre [Wenzel '96].

La longueur moyenne (Crack Length, notée Cr.Le, exprimé en μm) est la moyenne de la longueur des microfissures observées dans la coupe histologique. Des longueurs moyennes allant de $75\mu\text{m}$ à $94.7\mu\text{m}$ ont été mesurées dans l'os cortical situé respectivement dans le fémur [Sobelman '03] et dans le tibia [Norman '97]. Les ordres de grandeurs dans l'os trabéculaire sont les mêmes, avec des valeurs mesurées pour différentes régions du fémur entre $59\mu\text{m}$ [Fazzalari '02] et $89\mu\text{m}$ [Mori '97].

Enfin, la densité surfacique (Crack Surface Density, noté Cr.S.Dn, exprimé en $\mu\text{m}.\text{mm}^{-2}$) de microfissures s'obtient en divisant la somme des longueurs de toutes les microfissures mesurées par la surface de tissu observé (B.Ar). Les valeurs mesurées se situent entre $15\mu\text{m}.\text{mm}^{-2}$ et $30\mu\text{m}.\text{mm}^{-2}$.

Lorsque les microdommages diffus doivent être évalués, on mesure la surface qu'ils occupent dans la coupe histologique (Damage Area, noté Dx.Ar, exprimé en mm^2) que l'on normalise par la surface de tissu observé (B.Ar) pour obtenir la fraction de volume endommagé (DxV/BV, exprimé en %). Dans [Fazzalari '02], les valeurs moyennes mesurées sur 12 échantillons varient de 0.18% à 1.18% selon le site du fémur dont les échantillons ont été extraits.

Enfin, quelques rares mesures 3D ont été effectuées. Dans ce cas, la densité n'est plus calculée en normalisant par la surface de tissu observé mais par son volume et la mesure de longueur (Cr.Le, exprimé en μm) est complétée par une mesure de largeur (Cr.W, exprimé en μm) et éventuellement du facteur de forme calculé comme le quotient de la longueur par la largeur.

Les premières mesures 3D effectuées par Mohsin [Mohsin '06] conduisent à des longueurs de $281\mu\text{m}$ à $771\mu\text{m}$ pour des largeurs de $55\mu\text{m}$ à $120\mu\text{m}$ et des facteurs de forme de 4.6 à 7.7.

3.4.Rôle mécanique

Le rôle mécanique des microdommages est clairement de dissiper localement l'énergie apportée par les contraintes mécaniques afin d'empêcher des fractures à plus grande échelle.

Tout simplement, Sobel se demande dans son article de 2003 [Sobelman '03] si la présence des microfissures augmente ou diminue la résistance à la fatigue de l'os cortical. Il remarque que la perte de propriétés mécaniques de l'os est due à la propagation de quelques microfissures et non à la prolifération de celles-ci. Cela l'amène à supposer que la création de

microfissures isolées permet de contrôler l'endommagement. Il fait aussi l'hypothèse que les microfissures sont stables tant qu'elles ne dépassent pas une certaine taille critique.

Un aspect principal de l'étude de l'implication des microdommages sur les propriétés mécaniques de l'os est en effet la compréhension des causes et des mécanismes d'initiation et de propagation des fissures. Il a été montré que la grande majorité des microfissures sont défléchies avant de suivre les lignes cémentantes [Koester '08, Norman '97]. De cette façon, la propagation de la microfissure est limitée par le fait que sa direction n'est plus identique à la direction des contraintes mécaniques globales appliquées à l'os [Nalla '03]. Reilly a montré que la création d'une multitude de petites fissures (fissures « interrompues ») entraîne une perte moins importante de propriétés mécaniques que la création d'une grande fissure [Reilly '00], l'essentiel des contraintes se concentrant sur les extrémités des fissures. D'après Fantner et Nalla [Fantner '05, Nalla '03], il existe dans toutes les microfissures des ligaments non sectionnés de fibres minéralisées reliant les deux bords du tissu osseux fissuré. Ce phénomène appelé « pontage » (bridging) limiterait l'ouverture et la propagation des fissures.

Ces différents phénomènes – déviation (ou défléchissement), pontage, création de microfissures interrompues – forment avec la déformation plastique du tissu osseux les « toughening mechanisms » que l'on pourrait traduire par mécanismes d'augmentation de la robustesse. Fratzl définit [Fratzl '08] la robustesse d'un matériau comme la capacité de sa microstructure à dissiper l'énergie de déformation sans propagation de fissures.

Enfin, il existe des différences entre les différents types de microdommages. Par exemple, dans son article de 2000, Vashishth s'intéresse particulièrement aux différences de comportement entre les microfissures et les dommages diffus. Il montre que les dommages diffus ne sont pas corrélés avec les microfissures, n'en sont pas les précurseurs, et sont dus aux contraintes en tension contrairement aux microfissures qui sont dues aux contraintes compressives [Vashishth '00a].

3.5. Rôle physiologique

En plus de dissiper l'énergie mécanique et de prévenir la formation de fracture importante, les microdommages jouent un rôle majeur dans les mécanismes biologiques mettant en jeu le tissu osseux et le tissu mou interstitiel [Taylor '07]. Entre autre, la création de microdommages se produisant préférentiellement dans les zones de tissu osseux ayant subi une perte de ses propriétés mécaniques, leur présence provoquerait l'envoi de stimuli au tissu mou afin de déclencher le remodelage et donc le remplacement du tissu défectueux. Les

microdommages étant fortement liés à l'intensité et au type de contraintes mécaniques appliquées à l'os, ils jouent par ailleurs un rôle primordial dans l'adaptation de la géométrie trabéculaire [Lee '02].

L'interaction entre les microdommages et le tissu mou dans les mécanismes de remodelage se ferait par l'intermédiaire du système ostéocyto-canaliculaire et Vashishth a montré une corrélation entre une diminution de la densité de lacunes ostéocytaires et l'accumulation de microdommages [Vashishth '00b]. Ce dernier a aussi établi un lien entre le nombre d'ostéocytes et le volume de la matrice extracellulaire pour conclure que l'os contrôle sa masse en régulant le nombre de ses ostéocytes.

Les mécanismes de commande du remodelage par les microdommages sont encore mal connus. Cependant, des modèles reliant les microdommages avec le système ostéocyto-canaliculaire, les contraintes mécaniques et les cellules prenant part au remodelage (ostéoclastes, ostéoblastes) ont été développés récemment [Burger '03, Klein-Nulend '05] et se montrent très prometteurs.

D'un point de vue pathologique, il a été montré que l'âge [Fazzalari '02, Mori '97, Schaffler '95] et/ou le traitement de l'ostéoporose [Allen '006, Mashiba '001] induisent une augmentation sévère des microdommages et une diminution sévère de l'activité de remodelage osseux.

3.6. Techniques d'investigation : échantillons, contraintes, type d'études

Selon l'hypothèse à éprouver, différents choix expérimentaux peuvent être faits. L'étude de l'effet de la prise d'un traitement ou de l'âge sur le micro-endommagement devra être faite sur un nombre important d'individus suivis pendant une période longue, tandis qu'une étude mécanique sur la propagation de l'os pourra se faire avec des échantillons ex-vivo ayant subi une contrainte mécanique artificielle. Dans la suite, nous détaillons les différents choix expérimentaux et les situations auxquelles ils répondent.

3.6.1. in vivo ou ex-vivo?

De part l'absence de technique fiable d'évaluation des microdommages in vivo (cf. paragraphe suivant), l'étude du microendommagement se fait en général ex-vivo.

Afin de valider ou invalider une hypothèse, on est amené le plus souvent à appliquer un traitement au tissu dans lequel on va prélever les échantillons avant d'effectuer des mesures.

Par exemple, une contrainte mécanique sera appliquée pour l'étude des mécanismes de création de microdommages ou une molécule sera administrée pour tester l'effet d'un médicament. Ces divers traitements peuvent quant à eux être appliqués *in vivo* ou *ex vivo*. L'étude des aspects physiologiques du microendommagement (lien avec l'âge, le remodelage, l'adaptation de la microarchitecture aux contraintes) se fait en général sur des échantillons traités *in vivo*.

Ainsi Colopy [Colopy '04] et Lee [Lee '02] induisent des contraintes mécaniques sur les os (respectivement le cubitus et le radius proximal) d'animaux vivants (respectivement des rats et des moutons) pendant un certain laps de temps afin d'étudier les liens entre microdommages et adaptation du tissu osseux. Mashiba [Mashiba '001] et Allen [Allen '006] étudient de même l'effet de traitement contre l'ostéoporose (respectivement par biphosphonate et risedronate) sur la densité de microdommages.

Un nombre important d'études traitant de la biomécanique du microendommagement peuvent être menées en extrayant d'abord des échantillons puis en leur faisant subir une contrainte mécanique [Burr '98, Fazzalari '98b, Fratzl '08, Koester '08, Moore '02, Nalla '03, Sobelman '03, Thurner '06, Wang '06]. Les avantages principaux d'un tel mode opératoire sont bien entendu sa plus grande souplesse entraînant une plus grande facilité de mise en oeuvre ainsi qu'un meilleur contrôle des paramètres étudiés. De plus, même si la preuve absolue n'en a pas été faite, la communauté considère que la morphologie des microdommages créés *ex vivo* et *in vivo* sont similaires [Fazzalari '98a], les mécanismes d'endommagement étant probablement similaires [Wenzel '96].

Dans le paragraphe suivant, les différents types de tests mécaniques seront évoqués.

3.6.2. Tests mécaniques

Selon les propriétés mécaniques étudiées, différentes contraintes mécaniques peuvent être appliquées aux échantillons osseux.

La compression uniaxiale [Fazzalari '98b, Moore '02, Thurner '06] est la contrainte la plus basique, elle est appliquée en exerçant une force uniformément sur deux faces parallèles opposées des échantillons (Figure 1.4.a). En général, la valeur des contraintes est inférieure à 1% (0.1%, 0.5%).

La seconde contrainte la plus utilisée est la flexion [Burr '98, Diab '06, Sobelman '03]. Celle-ci se fait en général en exerçant des forces de directions opposées sur 4 points comme le montre

la Figure 1.4.b. Ce type de contrainte présente l'avantage d'induire dans le même échantillon des zones de compression au niveau des points de pression et des zones de tension à l'opposé.

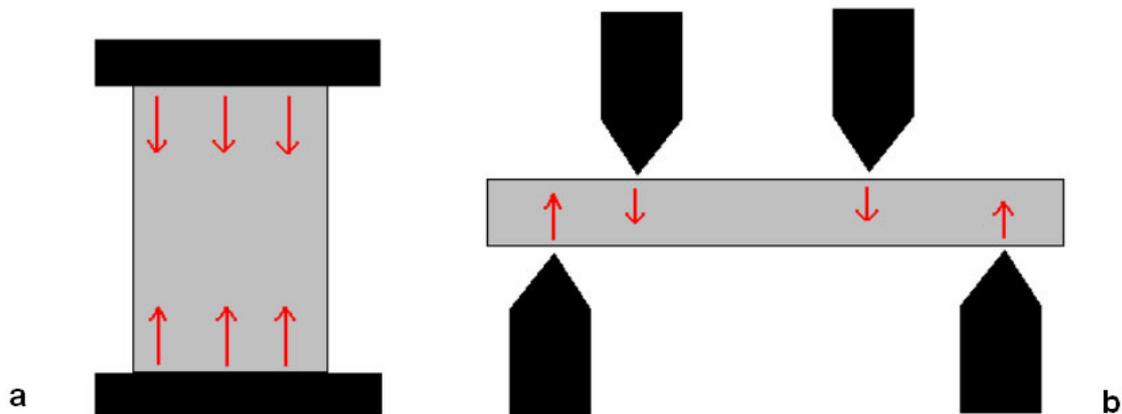


Figure 1.4 Contraintes mécaniques appliquées aux échantillons de tissu osseux. a : compression, b : flexion 4-points.

Enfin, on trouve parfois des expériences utilisant des contraintes en torsion [Wang '06].

Ces diverses contraintes peuvent être soit exercées en une seule fois, soit par intermittence au cours d'un certain nombre de cycles, on parle alors de fatigue. Le nombre, la fréquence et la durée totale des cycles sont variables afin de se rapprocher au plus près des contraintes in vivo. Le choix de ces paramètres est de la plus grande importance. Ainsi, le paramètre prépondérant lors d'une fatigue en tension est la durée totale, tandis que c'est le nombre de cycles qui importe lors d'une fatigue en compression [Vashishth '07]. Typiquement, le nombre de cycles est de l'ordre de quelques milliers et la fréquence de l'ordre de 1Hz.

3.6.3. Nature des échantillons : cortical ou trabéculaire ?

Un paramètre expérimental important dans l'étude des microdommages est le choix du type d'os : cortical ou trabéculaire.

Sans aucun doute, dans une grande majorité de situations l'os cortical se révèle plus facile à étudier. Tout d'abord, s'agissant d'un matériau compact, le volume de tissu étudié sera beaucoup plus important à dimensions d'échantillons égales (jusqu'à un facteur 5). Étant donné la rareté des microdommages, l'étude de l'os cortical conduit à un nombre de microdommages mesurés bien plus important et donc à une plus grande valeur statistique des mesures. De surcroît, la structure de l'os cortical est fortement orientée parallèlement à la surface de l'os, surtout à l'échelle des ostéons qui est pour l'instant la principale échelle d'étude des microdommages. La structure de l'os cortical à cette échelle est d'ailleurs

relativement simple et très bien connue. En conséquence, il est plus facile d'établir un modèle mécanique du tissu osseux et des contraintes locales résultant de l'application d'une contrainte sur l'échantillon entier. C'est pourquoi mis à part quelques rares exceptions, les travaux traitant de l'initiation et de la propagation des microfissures considèrent des échantillons d'os cortical.[Koester '08,Nalla '03,Voide '09].

Pour les mêmes raisons qu'elle est difficile à mettre en œuvre, l'étude de l'endommagement dans l'os trabéculaire demeure plus riche et fait l'objet d'un nombre croissant de travaux [Fazzalari '02,Moore '02,Wang '06] En effet, en faisant intervenir un nombre bien plus important de paramètres comme la microarchitecture ou l'orientation locale des travées, l'utilisation d'échantillons d'os trabéculaires permet une étude globale des phénomènes d'endommagement.

3.6.4. Humain ou animal ?

Une majorité des travaux sur les microdommages ont été menés sur des échantillons d'origine animale : moutons [Mohsin '06], bovins [Moore '02], chiens [Burr '98] ou bien encore rats [Colopy '04], en raison de l'avantage évident qu'ils présentent au niveau de l'obtention et de la préparation (par exemple possibilité de sacrifice en fin d'expérience).

Toutefois, l'objectif principal à long terme demeure une meilleure prévention, un meilleur diagnostique, et un meilleur traitement des maladies de la fragilité osseuse. L'étude du tissu osseux humain est donc essentielle. C'est ainsi que les études les plus récentes utilisent des échantillons humains [Chapurlat '07,Fantner '05,Fratzl '08,Koester '08]. Dans la plupart des cas, ces échantillons ont été extraits lors de biopsies ou récupérés sur des cadavres.

Enfin, que ce soit chez l'Homme ou l'animal, le site d'extraction peut varier. Citons la côte, la vertèbre, divers sites du fémur ou de la tête fémorale, ou bien encore le cubitus. Les échantillons extraits de ces différents sites montrent de grandes différences, notamment au niveau de la microarchitecture. Certains se prêtent mieux à l'étude de l'os cortical comme le cubitus, tandis que les vertèbres se prêtent bien à l'étude de l'os trabéculaire.

3.7. Interactions entre paramètres

Les microdommages constituent une composante de la qualité osseuse, complétée par une multitude d'autres paramètres. Les processus biomécaniques impliqués dans la qualité osseuse faisant intervenir simultanément plusieurs de ces paramètres, l'implication respective de chacun d'eux sur les propriétés du tissu osseux ne se fait de toute évidence pas de façon

indépendante. Ainsi, une compréhension satisfaisante du microendommagement ne saurait exclure les interactions entre les microdommages et d'autres acteurs de la qualité osseuse.

Pour Taylor [Taylor '07], un des principaux objectifs de l'étude des microdommages est de comprendre le lien entre les mécanismes d'endommagement et les mécanismes cellulaires. Notamment, Vashishth [Vashishth '00b] a noté une corrélation entre l'augmentation des microdommages et une diminution des ostéocytes tandis que Qiu [Qiu '05] montre que les microdommages interviennent préférentiellement dans les zones où l'on trouve une faible concentration d'ostéocytes. Arlot [Arlot '08] établit des relations fortes entre microdommages et microarchitecture, celle-ci étant elle-même liée aux propriétés mécaniques globales de l'os [Mitra '05, Nagaraja '07].

Toutefois, corréler des paramètres n'est pas expliquer des processus. S'il est possible d'établir des corrélations entre les différents paramètres, la plus grande difficulté de l'étude des mécanismes d'endommagement dans leur contexte est d'identifier les causes et les conséquences, ce qui revient à donner un sens aux corrélations observées expérimentalement.

4. Techniques d'observation et de mesure

4.1. Généralités

Comme le souligne Taylor [Taylor '07], la plus grande difficulté dans l'étude des microdommages réside dans l'obtention de données fiables et en quantité suffisante. D'une part, les microdommages sont relativement rares et leur morphologie et leur dimensions montrent une grande variabilité, si bien qu'il est difficile de définir une méthode et des paramètres de mesures objectifs [Wang '07]. D'autre part, une condition *sine qua non* de la fiabilité des données est la véracité des microdommages observés. En effet, la préparation des échantillons est prompte à générer des microdommages, du fait par exemple de leur extraction de l'os entier, de leur découpe ou éventuellement des traitements nécessaires à la mise en œuvre des techniques d'observations (colorations, inclusion dans de la résine...).

Dans la suite de ce chapitre, nous traiterons des diverses méthodes permettant l'observation et la quantification des microdommages du tissu osseux, en distinguant les approches 2D et 3D. Auparavant, des éléments de réponse concernant les problématiques liées la préparation des échantillons seront donnés.

4.2. Techniques 2D

4.2.1. Observation microscopique de coupes histologiques colorées

La technique la plus répandue pour l'observation des microdommages utilise une coloration des microdommages par des produits spécifiques couplée à des observations microscopiques [Burr '90, Lee '03].

Si la coloration se fait en bloc en immergeant un fragment de tissu osseux dans divers bains de colorants ou de rinçage à différentes concentrations, l'observation microscopique nécessite quant à elle une découpe de l'échantillon en coupes fines ou histologiques dont l'épaisseur est de l'ordre d'une dizaine de microns. Cette technique est donc destructive.

Le colorant le plus répandu est la fuchsine, qui permet des observations par microscopie à champ brillant traditionnelle. La Figure 1.5 présente une coupe teintée avec de la fuchsine. On y aperçoit une microfissure linéaire à gauche, des microfissures croisées au milieu et des microdommages diffus à droite. Une évolution consiste à remplacer la fuchsine par des fluorochromes tels que la calcéine ou l'alizarine pour des observations en microscopie à épifluorescence. La Figure 1.6 montre l'observation de microdommages par microscopie à épifluorescence. Les microdommages marqués C et T ont été créés lors de phases de compression et de traction et colorés avec deux fluorochromes différents. C'est tout l'avantage de cette technique : les divers fluorochromes ne fluoressant pas pour les mêmes longueurs d'ondes, on peut les utiliser en séquences pour distinguer différents types de microdommages.

Afin de discriminer les microfissures véritables des zones colorées mais n'étant pas des microdommages, une série de quatre critères ont été établis [Burr '90] :

- les microfissures apparaissent plus grandes que les lacunes ostéocytaires et que les canalicules, mais plus petites que les vaisseaux parcourant le tissu osseux.
- leur contours sont précis (l'agent colorant se fixe spécifiquement sur les parois de la fissure)
- la coloration s'étend sur toute l'épaisseur
- la coloration apparaît plus marquée lorsque l'on joue avec le focus du microscope.

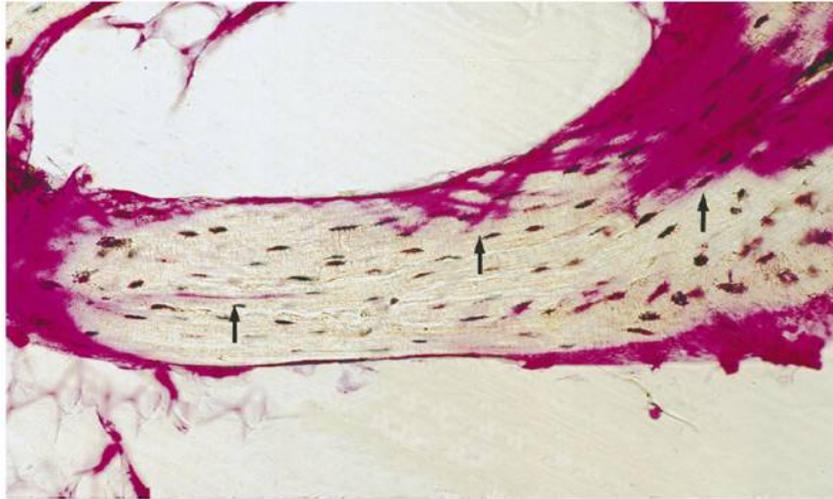


Figure 1.5 Observations de microfissures par microscopie avec coloration à la fuchsine basique[Fazzalari '98b]

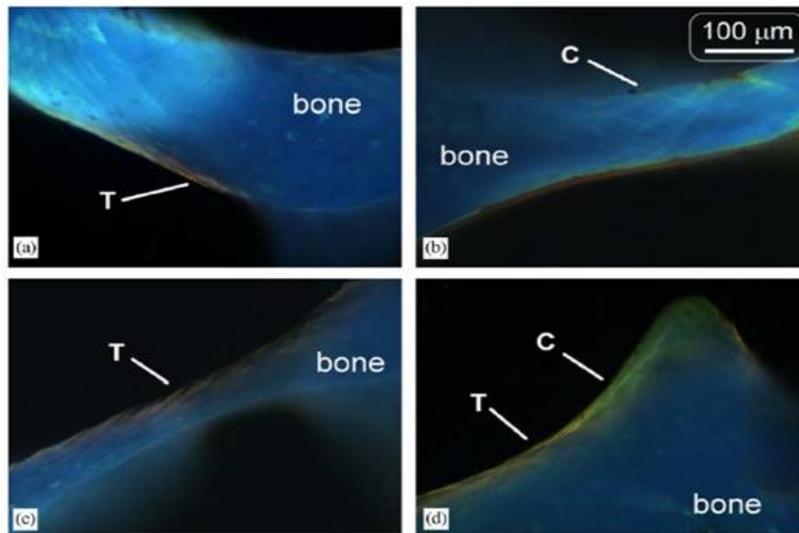


Figure 1.6 Observations de microfissures par microscopie à épifluorescence avec coloration aux fluorochromes[Wang '06]

Si l'utilisation de ces critères peut sembler évidente, la reconnaissance des microfissures dans les coupes histologiques teintées est souvent ambiguë et réclame un entraînement spécifique. De plus, la capacité des agents colorants à se fixer spécifiquement sur la surface des fissures étant limitée, il n'est pas possible d'utiliser cette technique pour effectuer des images de microfissures à très haute résolution, quant bien même le système de microscopie utilisée le permettrait. C'est pourquoi la microscopie électronique à balayage est parfois utilisée.

4.2.2. Microscopie électronique balayage

Une autre technique d'observation des microdommages permettant d'obtenir des images à très haute résolution est la microscopie électronique à balayage. De part son champ de vue très faible et la relative complexité de la préparation des échantillons, elle est en général utilisée en complément pour étudier qualitativement mais avec une grande précision un faible nombre de microfissures [Nalla '03]. De plus, grâce à la très haute résolution des images produites, cette technique est la seule jusqu'à présent permettant l'étude des phénomènes d'endommagement à l'échelle des lamelles osseuse.

La Figure 1.7 est un exemple d'une image produite avec cette technique (tirée de [Wang '07]).

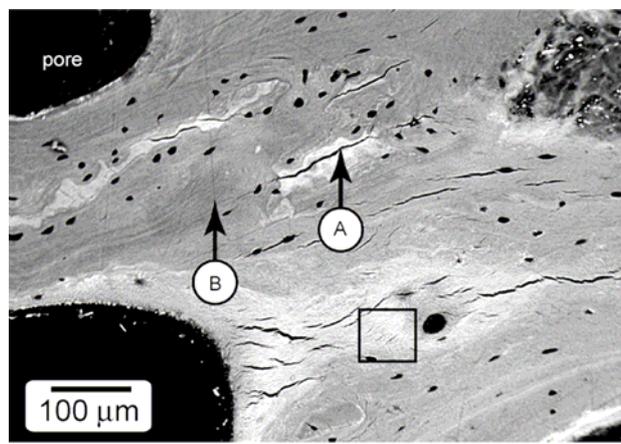


Figure 1.7 Observations de microfissures par microscopie électronique à balayage (tiré de [Wang '07])

4.3. Techniques 3D

4.3.1. Intérêt

La question de la supériorité des observations et des mesures 3D sur les approches 2D en terme de fiabilité et la nécessité de l'évolution vers le 3D ne sont pas vraiment au centre des travaux sur l'étude des microdommages. En effet, dans un très grand nombre d'études récentes, les techniques 2D usuelles basées sur la microscopie sont utilisées sans aucun questionnement sur l'erreur inhérente à la mesure 2D d'objets 3D.

Pourtant, il ne fait nul doute que les sections ou coupes histologiques bidimensionnelles fournissent une information incomplète sur la taille et la morphologie complexe des microdommages.

Des raisonnements simples font ressortir l'erreur inhérente aux approches 2D. Étant donné la relative rareté des microdommages et leur morphologie complexe, on est en droit de suspecter une erreur sur les mesures effectuées.

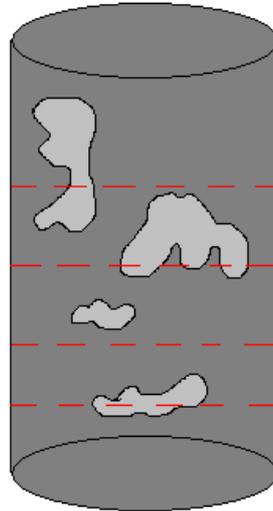


Figure 1.8 Simulation de la mesure de microfissures sur des coupes histologiques. En gris foncé : tissu osseux, en gris clair : microfissures, en rouge : coupes histologiques.

Sur la Figure 1.8 qui modélise une mesure à partir de coupes histologiques, on s'aperçoit que la longueur de la première fissure (en partant du haut de l'échantillon) sera largement sous-évaluée, tandis que la deuxième sera comptée deux fois du fait de sa morphologie atypique. On peut argumenter que ces erreurs s'annulent en moyenne pour échantillon entier ou pour un groupe d'échantillons. Un raisonnement statistique proposé par Taylor[Taylor '98] semble permettre une correction des valeurs mesurées par extrapolation, en se basant sur un modèle très simplifié de microfissures en forme d'ellipsoïdes. De toute façon, il demeure très peu satisfaisant de ne pas pouvoir accéder à la mesure exacte d'une microfissure ou au nombre exact de microfissures dans un échantillon, d'autant plus que la marge d'erreur est variable et très difficilement quantifiable.

Plus grave, à cause du nombre limité de coupes prises dans les échantillons, un certain nombre de microfissures de petite taille ne sont pas comptabilisées, comme la troisième microfissure de notre exemple. Ainsi, en dessous d'une valeur limite de la taille moyenne des microdommages, les approches histologiques 2D peuvent sous-estimer dramatiquement le nombre de microfissures. Cette taille limite dépend de l'épaisseur des coupes et du nombre de coupes extraites de chaque échantillons. Que dire alors de l'absence de microfissures constatée lors de mesures histologiques sur des échantillons n'ayant pas subi de contraintes

mécaniques artificielles[Moore '02,Wang '06] ? Ces échantillons ne contiendraient-ils pas un certain nombre de microfissures de petites tailles ?

Au demeurant, quelques équipes ont reconnu la grande nécessité de l'observation tridimensionnelle des microdommages. Fazzalari stipule dès 1998 qu'une approche est nécessaire à l'investigation en détail des phénomènes de microendommagement et applique la microscopie confocale laser pour l'étude des microdommages[Fazzalari '98a] (cf. paragraphe suivant). Une approche par reconstruction 3D de microfissures à partir de leurs contours sur une série de coupes histologiques successives est développée par une équipe du Trinity College de Dublin. Enfin, on assiste depuis peu à un développement de techniques tomographiques utilisant soit des appareils de microCT de laboratoire et des agents de contraste [Leng '08,Wang '07] soit des dispositifs de microtomographie par rayonnement synchrotron [Koester '08,Thurner '06,Voide '09].

Ces différentes approches sont détaillées dans la suite de ce paragraphe.

4.3.2. Microscopie confocale

La microscopie confocale par épifluorescence utilise le même type d'échantillons que la microscopie par épifluorescence classique. Dans les systèmes de microscopie confocale, seule une région de faible épaisseur contenant le plan focal du système optique est illuminée par un laser. On s'affranchit ainsi de la perte de résolution liée aux perturbations dues aux régions de l'échantillon ne se trouvant pas dans le plan focal. En faisant varier en même temps le plan focal et la zone d'illumination sur toute l'épaisseur de l'objet, on obtient une image 3D constituée d'une pile d'images 2D représentant chacune une fine coupe de l'échantillon.

Ainsi, on peut obtenir des images micrométriques de microdommages en trois dimensions [Fazzalari '98a,Zarrinkalam '05]. Le développement de cette technique constitue une réelle avancée pour l'observation des microdommages, permettant notamment une étude plus poussée de microdommages à la morphologie complexe. L'image présentée Figure 1.9 et tirée de [Fazzalari '98a] montre des microfissures croisées dans les 3 plans x-y, x-z et y-z de la lamelle histologique.

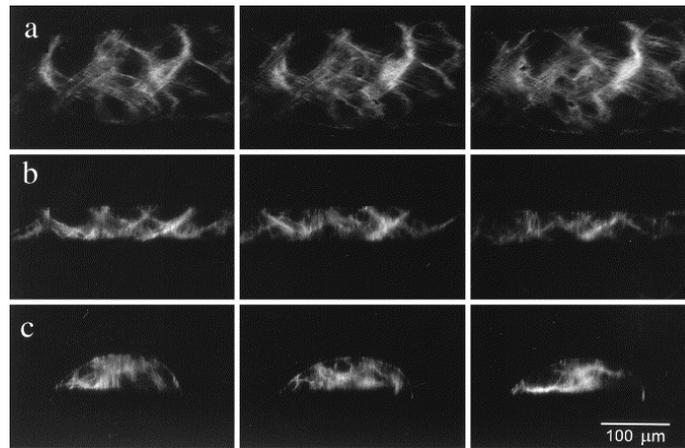


Figure 1.9 Observations de microfissures par microscopie confocale[Fazzalari '98a]

Toutefois, un certain nombre de limitations sont à déplorer. Tout d'abord, cette technique fournit des images 3D de faibles épaisseur puisque faites sur des coupes histologiques, et donc ne permet une observation que partielle des zones de microdommages. Dans l'exemple présenté Figure 1.9, il est probable que la zone endommagée observée soit de plus grande taille que l'épaisseur de la coupe histologique.

De plus, l'épaisseur de la zone illuminée est faible mais non négligeable, si bien que la résolution selon l'axe vertical (de l'ordre de 100 μ m) est bien plus faible que la résolution dans le plan x-y (typiquement de l'ordre du micron).

4.3.3. Reconstruction sérielle 3D

Une alternative à l'utilisation de la microscopie confocale pour l'observation des microfissures a été développée (et n'est pour l'instant utilisée que) par l'équipe du Trinity College de Dublin [Mohsin '06,O'Brien '00]. Afin de s'affranchir de la limitation du champ de vue dans la direction de l'épaisseur, ils observent séparément un grand nombre de coupes histologiques fines extraites du même échantillon et contiguës. Ainsi, la même microfissure est observable sur un certain nombre de coupes successives. Après numérisation, les contours de la fissure et d'un trou traversant l'échantillon et servant de repère sont tracés manuellement sur chacune des images. En empilant les contours de la fissure, préalablement alignés grâce aux contours du repère, une représentation 3D de la microfissure peut être synthétisée. Un exemple d'image 3D obtenue avec ce procédé est donné Figure 1.10.

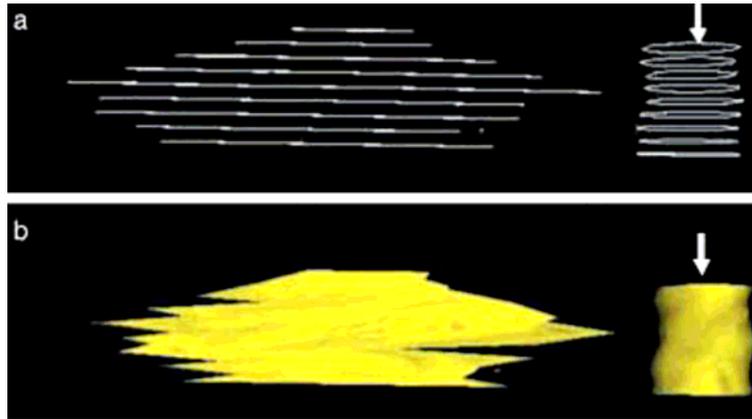


Figure 1.10 Rendu 3D de microfissures par empilement de contours extraits d'observations microscopiques[Mohsin '06]

Bien que présentant l'avantage de fournir des images de microfissures entières, cette technique reste compliquée à mettre en œuvre et demande un gros travail manuel pour le tracé des contours sur une multitude d'images. De plus, la résolution dans l'axe de l'épaisseur est encore bien plus basse que celle de la microscopie confocale, si bien que le rendu 3D de la microfissure présentée dans la Figure 1.10 paraît bien peu fidèle à la réalité.

4.3.4. La microtomographie

La microtomographie par rayons X permet d'obtenir des images 3D de matériau comme le tissu osseux et ne présente pas les limitations de la microscopie confocale concernant l'anisotropie du champ de vue et de la résolution spatiale. À partir d'une série de radiographies prises pour différentes positions angulaires de l'échantillon par rapport à la direction du faisceau, une image tridimensionnelle constituée de voxels isotropes est reconstruite à l'aide d'un algorithme spécifique (cf. chapitre 2).

De tels appareils de microtomographie dits « de laboratoire » sont déjà couramment utilisés pour évaluer la microarchitecture trabéculaire d'échantillons [Rueggsegger '96]. L'utilisation de tels équipements pour l'évaluation des microdommages est quant à elle tout à fait récente [Leng '08,Tang '07,Wang '07].

En effet, la résolution réelle des appareils de microtomographie de laboratoire actuels est au minimum de quelques microns et demeure très insuffisante pour l'observation des microfissures. En conséquence, les différentes équipes impliquées dans le développement de cette technique travaillent sur la mise au point d'agents de contraste. Contenant des atomes de métaux lourds (par exemple du baryum ou du plomb), ces agents absorbent les rayons X et

sont donc visibles sur les images microtomographiques. De plus, ils se fixent sur les parois des fissures tout comme le font les agents de contraste classiques comme la fuchsine. Ainsi, le contraste des microfissures est considérablement augmenté rendant leur détection et leur observation possible même dans des images à relativement basse résolution.

Une coupe microtomographique obtenue par un tel procédé [Wang '07] est donnée Figure 1.11 dans laquelle les travées osseuses apparaissent en gris foncé et les zones endommagées en gris clair. Dans la Figure 1.12, un rendu 3D d'une microfissure de grande taille obtenue par segmentation de telles coupes microtomographiques est représentée (tirée de [Leng '08]).

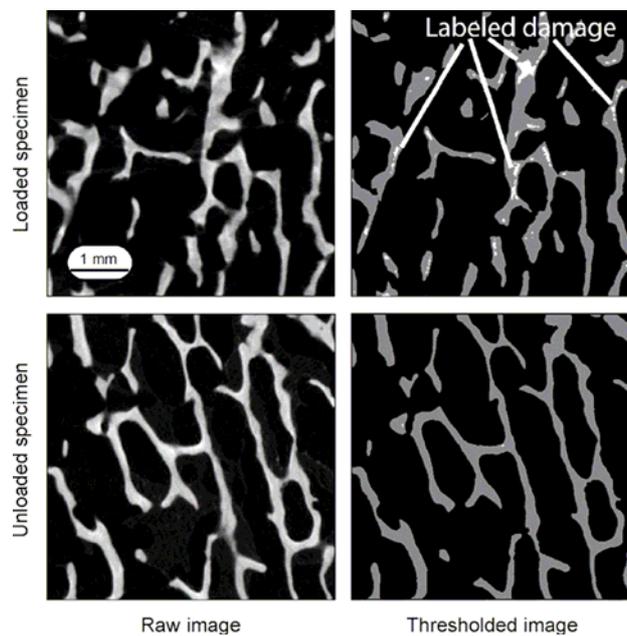


Figure 1.11 Détection et quantification de microdommages marqués par un agent de contraste dans des images CT [Wang '07]

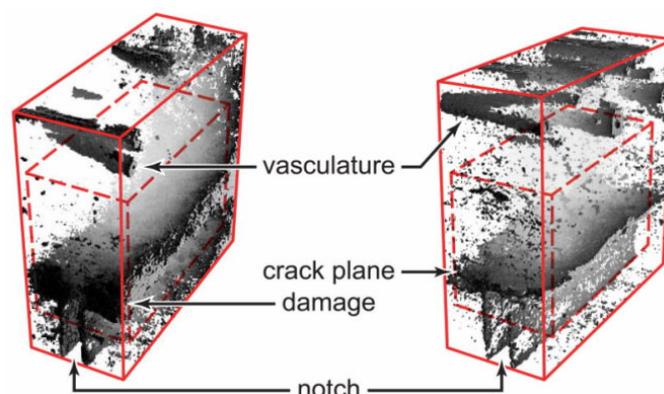


Figure 1.12 Rendu 3D à partir d'images CT d'une microfissures marquée par un agent de contraste [Leng '08]

Si de telles images peuvent permettre de quantifier les zones de microendommagement avec une précision relative, leur qualité reste très insuffisante pour l'observation précise de la morphologie des microfissures et leur mesure. À ceci deux raisons : la capacité de agents de contrastes à se fixer spécifiquement sur les microfissures et la résolution des images microtomographiques qui reste insuffisante.

Avec ou sans agents de contraste, des observations de microdommages à l'échelle du micromètre ne peuvent être obtenues jusqu'à présent que par microtomographie par rayonnement synchrotron.

4.3.5. La microtomographie par rayonnement synchrotron

La microtomographie par rayonnement synchrotron reprend le principe de la tomographie et de la microtomographie. Son principe et ses caractéristiques seront développés dans le chapitre 2. En bref, les propriétés exceptionnelles du rayonnement synchrotron par rapport à une source de rayons X classique permettent d'atteindre des résolutions micrométriques voire sub-micrométriques. Cette technique a déjà été appliquée à l'étude du tissu osseux, notamment la microarchitecture trabéculaire et la minéralisation locale [Nuzzo '02, Salome-Pateyron '99]. Des travaux récents [Koester '08, Thurner '06, Voide '09] l'ont utilisé pour l'étude de la propagation de fissures ou microfissures. Dans chacun d'eux, d'importantes contraintes mécaniques ont été appliquées aux les échantillons étudiés, si bien que la longueur et surtout l'épaisseur des fissures se montrent bien supérieures aux valeurs habituelles.

Comme dans la plupart des études concernant la propagation des fissures, les échantillons étudiés par Koester [Koester '08] et Voide [Voide '09] sont constitués d'os cortical contrairement à Thurner [Thurner '06] qui étudie les microfissures dans l'os trabéculaire bovin. Les images utilisées dans le plus ancien de ces travaux [Thurner '06] présentent une résolution de $7\mu\text{m}$ insuffisante en théorie pour détecter les microfissures, d'autant plus qu'aucun traitement particulier ne leur est appliqué. Les fissures détectées (comme celle montrée Figure 1.13) sont d'une épaisseur importante (supérieure à $10\mu\text{m}$) et d'une grande densité, ce que l'on peut attribuer aux importantes contraintes mécaniques appliquées in situ (compression, 2%). En conséquence, cette étude traite plus de fissures ou microfractures trabéculaires que de microdommages physiologiques.

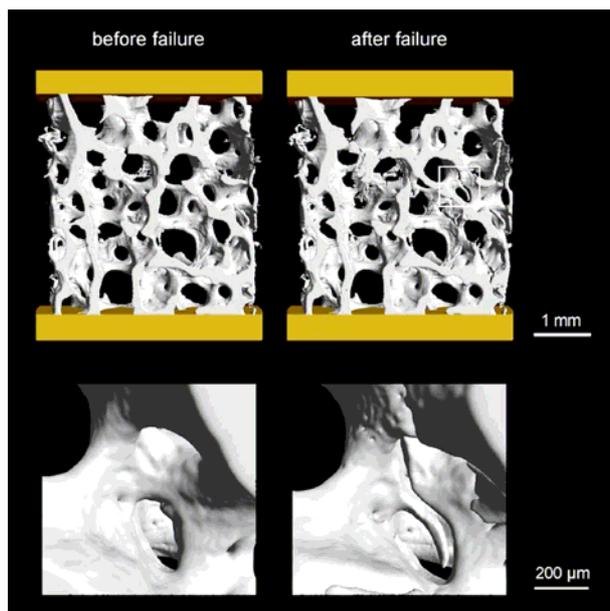


Figure 1.13 Fissure observée. Rendu 3D d'une microfissure synthétisé à partir d'image par microtomographie synchrotron (taille de voxel $7\mu\text{m}$)[Thurner '06]

Le second article [Koester '08] présente une étude purement mécanique sur la propagation des microfissures. Ni l'épaisseur des microfissures ni la résolution des images microtomographiques ne sont données. Cependant, par comparaison avec la taille des lacunes ostéocytaires (cf. Figure 1.14), on peut évaluer leur épaisseur entre $5\mu\text{m}$ et $10\mu\text{m}$. Là encore, de fortes contraintes mécaniques sont appliquées aux échantillons.

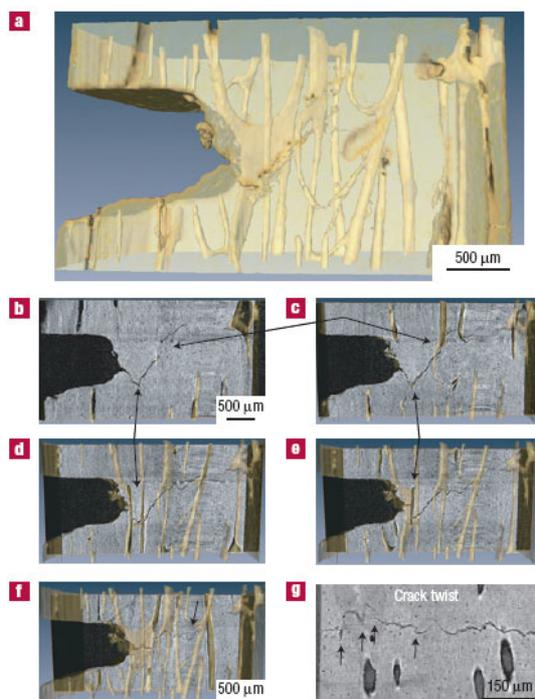


Figure 1.14 Étude de la propagation d'une microfissure à partir d'image par microtomographie synchrotron [Koester '08]

Enfin, bien que faisant intervenir des contraintes mécaniques, la dernière étude [Voide '09] montre des images microtomographiques de microfissures d'os cortical de souris de faibles épaisseurs (2 μ m) (cf. Figure 1.15), grâce à une résolution nominale des images de 0.7 μ m. Après utilisation d'outils de segmentation, les microfissures sont extraites et observées dans des rendus 3D comme dans la Figure 1.16 afin d'étudier leur propagation.

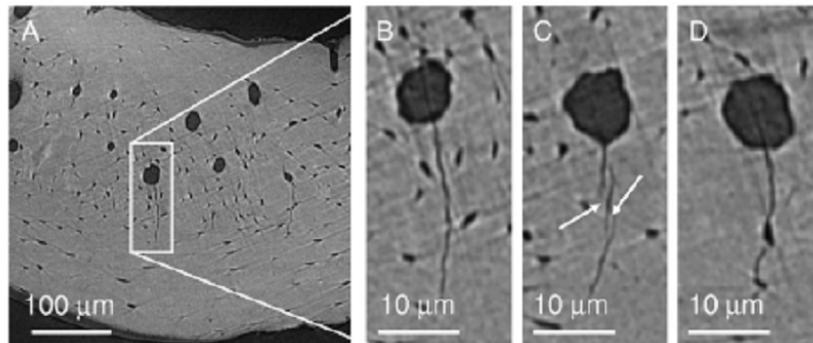


Figure 1.15 Observation de microfissures fines dans des coupes d'images par microtomographie synchrotron (taille de voxel 700nm) [Voide '09]

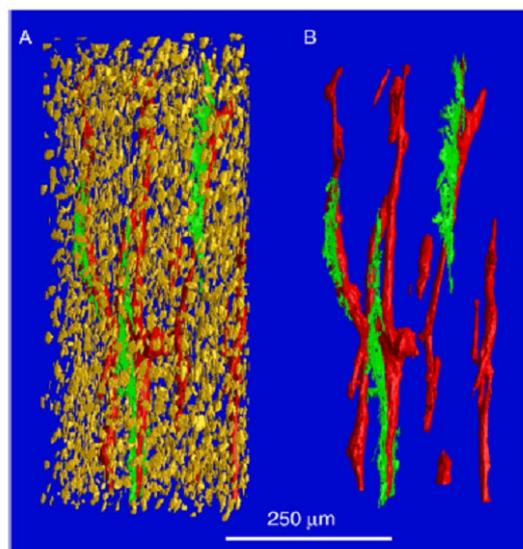


Figure 1.16 Rendu 3D de microfissures et des lacunes ostéocytaires environnantes [Voide '09]

5. Conclusion

Idéalement, les microdommages du tissu osseux devraient donc être étudiés par des techniques tridimensionnelles permettant d'imager et de mesurer des microdommages dans des échantillons de volume et d'épaisseur significatives, dans leur contexte, et avec une résolution suffisante pour être compatible avec la faible épaisseur des microfissures.

Ainsi, en évaluant de manière précise et fiable les microdommages présents dans des échantillons d'origine diverses et/ou ayant subi différent traitement, et en mettant ses données en relation avec d'autres paramètres (par exemple microarchitecturaux), les différents mécanismes mécano-biologiques intervenant au sein du tissu osseux pourraient être mieux compris.

Si la microtomographie par rayonnement synchrotron se révèle être prometteuse dans ce domaine, son application reste encore marginale et les conditions de son utilisation ne sont pas encore réellement satisfaisantes.

Dans ce travail, l'objectif est donc le développement de la microtomographie par rayonnement synchrotron (ou SR microCT) pour l'étude des microdommages. Les détails sur la nature des échantillons utilisés, leur préparation, l'acquisition et les images obtenues font l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 2

Investigation des microfissures de l'os trabéculaire par microtomographie synchrotron

1. Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, la microtomographie par rayonnement synchrotron constitue une technique prometteuse d'observation des microfissures bien que d'importants développements soient nécessaires à son utilisation future. D'une part, la microtomographie synchrotron n'a jamais encore été appliquée à l'imagerie de microfissures fines dans l'os trabéculaire humain. D'autre part, compte tenu de la nouveauté de cette technique, un travail d'étude et de caractérisation est nécessaire avant de pouvoir l'utiliser sur des groupes d'échantillons.

Dans ce chapitre, nous reviendrons tout d'abord sur la microtomographie synchrotron, notamment telle qu'elle est pratiquée sur la ligne ID19 de l'ESRF (Grenoble, France), puis nous décrirons les échantillons utilisés dans cette étude.

Par la suite, des images produites par des acquisitions à plusieurs résolutions seront décrites et comparées. En plus de mener à des observations sur les structures de l'os à plusieurs échelles, les images obtenues lors de ces expériences ont permis le choix des conditions expérimentales les mieux adaptées à notre étude. Finalement, une taille de voxel de $1.4\mu\text{m}$ a été retenue.

Dans un but de validation et de caractérisation, deux expériences ont été réalisées afin d'une part de s'assurer que les fissures visualisées ne sont pas créées lors de l'acquisition des images, et d'autre part de montrer que les fissures observables par les techniques

microscopiques habituelles le sont aussi avec notre technique. Les résultats de ces expériences ainsi que les méthodes expérimentales utilisées seront développés.

Enfin, une étude qualitative approfondie sera faite sur les images à $1.4\mu\text{m}$. Nous nous attarderons sur les différentes caractéristiques des images ainsi que sur les principales difficultés de leur analyse.

1.1.La microtomographie

La tomographie par rayons X assistée par ordinateur est la technique sur laquelle sont basés les scanners médicaux, dont l'invention en 1972 valut à Hounsfield le prix Nobel de Médecine 1979. Si la taille de voxel des images 3D produites par les scanners est actuellement au mieux de quelques dixièmes de millimètre, on a vu apparaître dans les années 1980 des appareils appelés « micro-CT » ou microtomographes à rayons X destinés à produire des images 3D d'échantillons de taille réduite avec une taille de voxel nominale inférieure à $100\mu\text{m}$. À l'heure actuelle, les systèmes micro-CT dits « de laboratoire » (par opposition à la micro-CT synchrotron) permettent d'obtenir des images tridimensionnelles d'objets dont la taille est de l'ordre d'une dizaine de centimètres jusqu'à une résolution de quelques microns.

Dans les deux cas, le principe permettant d'obtenir des images 3D d'objets est le même : des radiographies de l'objet (projections) sont prises sous plusieurs angles puis injectées dans un algorithme numérique procédant à la « reconstruction » de l'image 3D de l'objet. Un schéma illustrant ce principe est donné Figure 2.1.

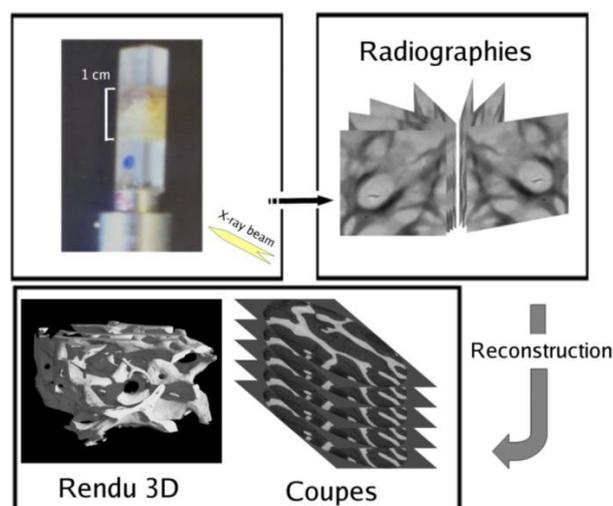


Figure 2.1 Imagerie par microtomographie : une série de radiographies de l'échantillon sont prises puis un algorithme de reconstruction permet d'obtenir une pile de coupes tomographiques formant une image 3D

Selon la forme du faisceau de rayons X émis par la source, on parle de géométrie d'acquisition conique, en éventail ou parallèle. Si les sources de rayons X usuelles fournissent en général des faisceaux coniques ou en éventail, l'acquisition en mode « parallèle » est la seule permettant une résolution homogène sur toute l'image.

1.2.Sources synchrotron

Les dispositifs de micro-CT «de laboratoire» se montrent très performants, souples d'utilisation et relativement peu chers et peu encombrants, si bien que le développement commercial de tels appareils montre une croissance importante.

À l'opposé, la microtomographie par rayonnement synchrotron ou SRmicro-CT est peu répandue du fait des difficultés d'accéder à de tels dispositifs et de l'expertise nécessaire à leur utilisation. Cependant, ses performances se montrent bien supérieures à celles des micro-CT standard, tant en terme de résolution des images qu'au niveau de la qualité des images (rapport signal-sur-bruit) ou de la durée d'acquisition.

Les avantages de la micro-CT par rayonnement synchrotron sont en grande majorité dus aux propriétés exceptionnelles des rayons X utilisés. Ce rayonnement est produit lors de changements de trajectoires de nuages d'électrons circulant à vitesse relativiste. Ses propriétés sont multiples : continuité du spectre des longueurs d'onde, flux de photon élevé, ou encore collimation.

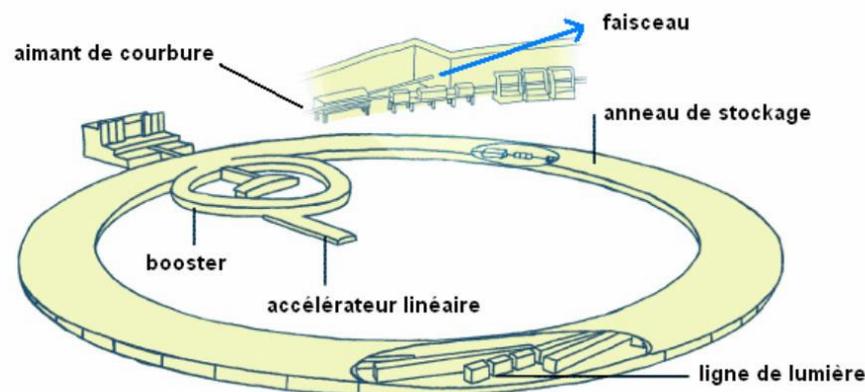


Figure 2.2 Structure du synchrotron. Les électrons sont accélérés dans l'accélérateur linéaire et le booster puis circulent à vitesse constante dans l'anneau de stockage. Lors de changements de trajectoire provoqués à l'aide d'aimants de courbure, le nuage d'électron émet un faisceau de rayons X. Ce rayonnement est enfin mis en forme et utilisé dans des lignes de lumières.

Les synchrotrons sont constitués d'un système d'accélérateurs d'électrons et d'un anneau de stockage (en fait polygonal) dans lequel ils circulent à vitesse constante. Le rayonnement X est récupéré et exploité dans des « lignes de lumières » tangentes à l'anneau. La Figure 2.2 présente l'architecture du synchrotron de l'ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) à Grenoble.

1.3.La microtomographie par rayonnement synchrotron sur ID19 (ESRF)

1.3.1. Spécificités

Selon l'application pour laquelle le rayonnement X est utilisé, les lignes de lumières possèdent différentes caractéristiques. ID19 est une ligne longue puisque située à 145m de la source. Cette distance permet d'exploiter la faible divergence de la source pour obtenir au niveau de l'échantillon un faisceau de grande taille (40 mm x 15 mm pour ID19), quasi-parallèle et cohérent.

Le dispositif de microtomographie mis en place sur ID19 est schématisé dans la Figure 2.3 tirée de [Salome-Pateyron '99].

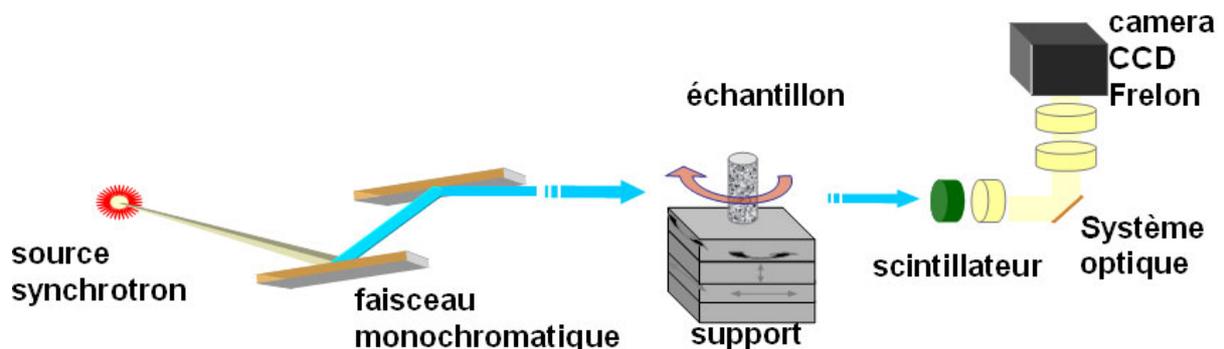


Figure 2.3 Système d'acquisition microtomographique à ID19[Salome-Pateyron '99]

À l'aide d'un monochromateur constitué de deux cristaux de silicium parallèles, on extrait un faisceau monochromatique du faisceau blanc initial. L'énergie peut être choisie entre 6 et 100 keV pour une largeur de bande $\Delta E/E$ de l'ordre de 0.01%.

Après le monochromateur, le faisceau traverse l'échantillon disposé sur un support. Ce support ou « sample stage » est constitué d'un ensemble de moteurs pas à pas contrôlés à distance permettant des translations et des rotations de l'échantillons selon tous les axes.

Le faisceau arrive finalement au niveau du détecteur composé d'un scintillateur qui convertit les rayons X en lumière visible, un système optique permettant le choix de la taille de voxel par agrandissement et une caméra Frelon (Fast REad LOw Noise) intégrant un capteur CCD 2048x2048 pixels développée spécifiquement à l'ESRF et aux performances remarquables en terme de rapport signal-sur-bruit et de vitesse d'acquisition.

Finalement, des images 3D microtomographiques dont la taille de voxel varie entre 20 μ m et 0.28 μ m peuvent être acquises par ce dispositif.

En bref, les caractéristiques qui permettent d'atteindre de telles résolutions en conservant une durée d'acquisition raisonnable (<2h) sont le caractère parallèle du faisceau, sa monochromaticité et le flux important de photons.

1.3.2. Choix des paramètres

Lors des acquisitions d'images par microtomographie synchrotron, différents paramètres doivent être choisis.

Le premier paramètre à déterminer est l'énergie du faisceau monochromatique, dont la valeur optimale dépend de la nature de l'échantillon et de sa taille. D'énergie trop faible, les rayons X ne traversent pas l'échantillon et la reconstruction tomographique est impossible. D'énergie trop élevée, l'échantillon est « transparent » aux rayons X et le contraste de l'image est diminué. De plus, une augmentation de l'énergie conduit à une perte d'efficacité et de résolution du détecteur.

Le second choix déterminant est celui de la taille de voxel. D'un côté, il est évident que cette taille doit être choisie la plus petite possible, ou du moins plus petite que la taille des plus petits détails à détecter. Par exemple dans notre situation, la taille des voxels doit être choisie inférieure à 2 μ m pour être compatible avec l'épaisseur des microfissures. D'un autre côté, la taille du capteur CCD étant fixe (2048x2048 pixels), le champ de vue est directement proportionnel à la taille de voxel. Ainsi, si l'on choisit une taille de voxel de 0.56 μ m permettant d'obtenir des images à très haute résolution, le champ de vue sera au maximum de 1.14x1.14mm. Par conséquent, il est nécessaire de trouver un compromis entre résolution et champ de vue.

Enfin, les derniers paramètres importants à ajuster sont le temps d'exposition et le nombre de projections. Le temps d'exposition ou « count time » est la durée pendant laquelle le capteur CCD va recevoir des photons. Plus cette durée est longue, plus le nombre de photons reçu

sera important et plus le signal présent dans l'image sera fort. Le nombre de projections est quant à lui inversement proportionnel au pas angulaire entre deux projections et a un impact direct sur la résolution spatiale. En théorie, le nombre de projections doit être au moins égal à $\pi/2$ fois la taille du détecteur (en nombre de pixel).

Ici encore, le choix de ces paramètres implique un compromis. Plus le nombre de projections et le temps d'exposition sont importants, plus le temps total d'acquisition sera long. De plus, la quantité de radiations absorbées par l'échantillon (appelée aussi « dose ») est proportionnelle au nombre de projections, au temps d'acquisition et est multipliée par 16 lorsque l'on divise la taille de voxel par 2. Si on choisit mal les valeurs de ces paramètres, l'absorption des rayons X par l'échantillon peut conduire à un important échauffement conduisant dans le meilleur des cas à un mouvement de l'échantillon pendant la durée du scan et dans le pire des cas à sa dégradation.

1.3.3. Différents modes d'acquisition

Le système de microtomographie d'ID19 permet des acquisitions de différents types. Le mode de base consiste à effectuer les projections sur un intervalle de 180 degrés. Les projections pour les angles α et $\alpha+180$ étant identiques (à une symétrie près), il n'est en effet a priori pas nécessaire d'effectuer une rotation complète de l'échantillon.

Cependant, une acquisition sur 360 degrés est souvent utilisée et présente des avantages. Dans ce cas, les projections sont réparties sur l'intervalle $[0,360]$ de façon à être décalées et ainsi éviter les doublons (pour α et $\alpha+180$). Si en théorie le résultat est le même, ce mode d'acquisition permet en pratique de limiter les effets néfastes (par exemple artefacts) des défauts de la correction de champ plat (cf.1.3.4).

Il est aussi possible de doubler virtuellement la taille du détecteur donc du champ de vue. Pour cela, on va effectuer un scan sur 360 degrés en excentrant fortement l'axe de rotation de l'échantillon par rapport au centre du détecteur, comme sur la Figure 2.4. Ce mode est appelé « demi acquisition ». Il s'agit en fait de simuler un doublement de la taille du détecteur et du faisceau en juxtaposant les projections à α et $\alpha+180^\circ$. La juxtaposition se fait a posteriori lors de l'étape de reconstruction. Notons que le doublement de la taille du détecteur nécessite en théorie le doublement du nombre de projections.

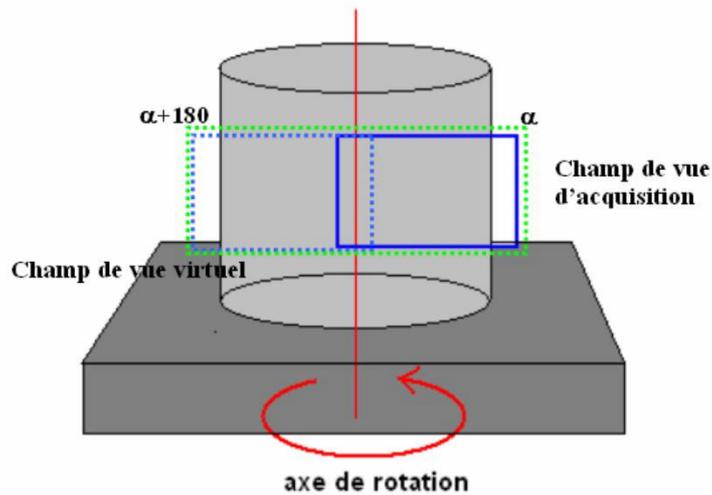


Figure 2.4 Microtomographie en mode « demi-acquisition ». La largeur du détecteur est doublée virtuellement.

Ce mode est particulièrement pratique lorsque l'échantillon est plus grand que le champ de vue correspondant à la taille de voxel désirée. Toutefois, il reste tout de même possible dans ces conditions d'effectuer une tomographie sans avoir recourt à la demi-acquisition. C'est ce qu'on appelle la microtomographie « locale ». Ce mode d'acquisition n'est pas correct d'un point de vue théorique. En effet, lors de l'acquisition le faisceau de rayons X traverse la couronne périphérique de l'échantillon en plus de la partie centrale à imager. On reconstruit donc une image du centre de l'échantillon à partir de projections de la partie centrale et de la partie périphérique. Ce principe est illustré Figure 2.5 qui présente une vue du dessus de l'échantillon traversé par le faisceau.

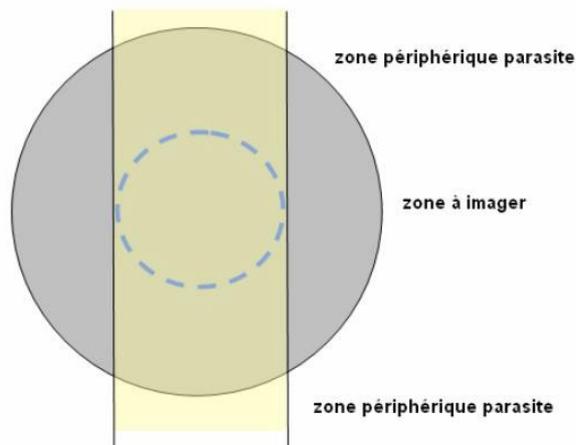


Figure 2.5 La tomographie locale. Le faisceau traverse l'échantillon en entier alors que seule la partie centrale est imagée.

En pratique, la microtomographie locale permet d'obtenir des images très satisfaisantes en terme de résolution, bruit, artefacts ou distorsions. Dans le cas le plus favorable, la zone périphérique de l'échantillon peut être considérée comme homogène. La perturbation des projections est alors uniforme et ne change pas la qualité de l'image finale. Lorsque l'échantillon n'est pas uniforme, on peut conjecturer que les différentes perturbations ont tendance à se compenser entre elles.

1.3.4. Pré-traitement

Du fait des différents éléments intervenant entre la source et le détecteur, notamment le monochromateur et le scintillateur, il est recommandé voire nécessaire d'effectuer des corrections sur les projections acquises.

Le premier pré-traitement, pratiqué systématiquement, est la correction par champ plat qui permet dans une certaine mesure de s'affranchir des inhomogénéités du faisceau (créées surtout par le monochromateur), des défauts du scintillateur et du détecteur et de la variation de l'intensité du rayonnement pendant la durée de l'acquisition. Pour cela, on acquiert régulièrement au cours du scan des projections du faisceau seul (l'échantillon est traduit hors du champ de vue) appelées « références » et des images du détecteur en l'absence de faisceau appelées « image de courant d'obscurité » ou « dark ». La correction par champ plat consiste à remplacer chaque projection acquise $I_\theta(\mathbf{x})$ par l'image calculée à partir de l'image de référence $R_\theta(\mathbf{x})$ et de l'image de courant d'obscurité $D(\mathbf{x})$ par la formule :

$$P_\theta(\mathbf{x}) = \ln \left(\frac{R_\theta(\mathbf{x}) - D(\mathbf{x})}{I_\theta(\mathbf{x}) - D(\mathbf{x})} \right) \quad (2.1)$$

La Figure 2.6 présente une projection radiographique d'un échantillon d'os trabéculaire avant et après la correction. Même à l'œil nu, l'intérêt d'une telle correction est flagrante.

Cette formulation est basée sur l'hypothèse de l'additivité et de la linéarité des fonctions de transfert de chaque élément de la chaîne optique. Cette hypothèse n'est pourtant pas totalement vérifiée, si bien que l'on peut observer des irrégularités du faisceau et du scintillateur sur les projections. De part le principe de la tomographie et des algorithmes de reconstruction, ces irrégularités qui apparaissent sur l'ensemble des projections donnent lieu à des artefacts circulaires ou « ring artefacts ». Des méthodes de correction avancées peuvent être appliquées pour remédier à ce problème, notamment en appliquant des filtres non-linéaires sur les références.

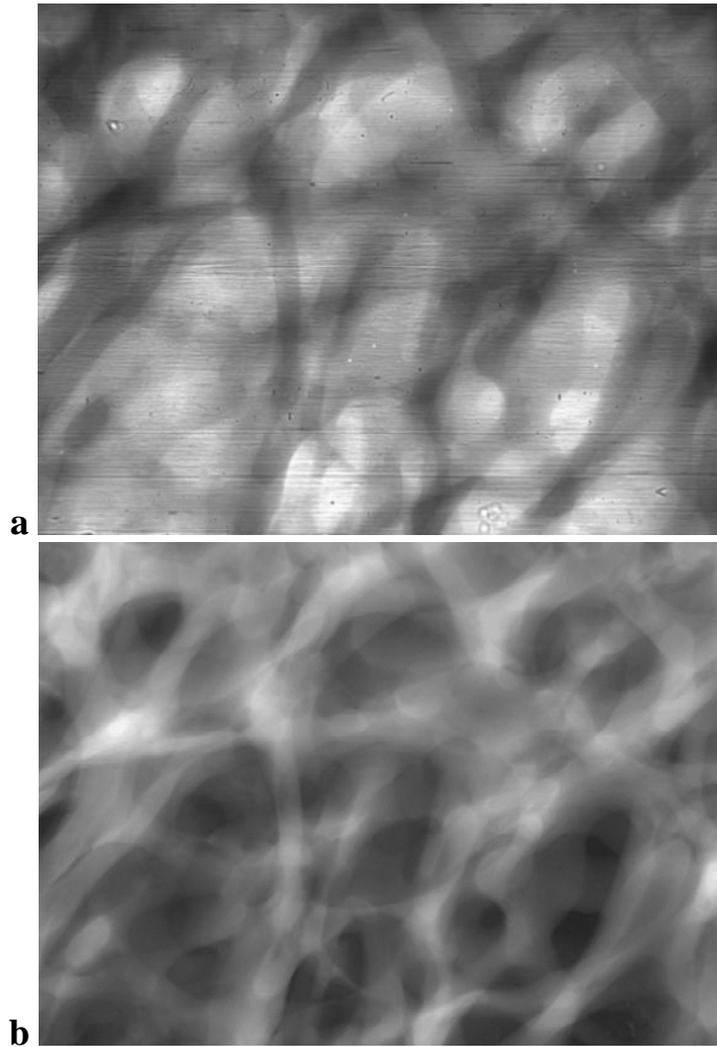


Figure 2.6 Projection avant et après correction du champ plat

1.3.5. Reconstruction tomographique

La reconstruction de l'image 3D à partir de la série de projections est un problème dit « inverse ». Deux familles d'algorithmes peuvent être utilisées. Les algorithmes algébriques procèdent par résolution itérative d'un système linéaire de grande taille tandis que les algorithmes analytiques, non itératifs, procèdent à une estimation de l'image considérée continue et discrétisée. La reconstruction des images tomographiques est un sujet à part entière et en constante évolution. Pour plus de détails, on pourra se référer aux ouvrages de référence [Herman '80, Natterer '86].

La plus connue de ces méthodes, qui est aussi celle utilisée sur ID19, est la reconstruction par rétroprojection filtrée. Cet algorithme revient à superposer les contributions de toutes les projections en chaque point après les avoir filtrées. Une telle reconstruction simulée sur un d'un disque est illustrée sur la Figure 2.7.

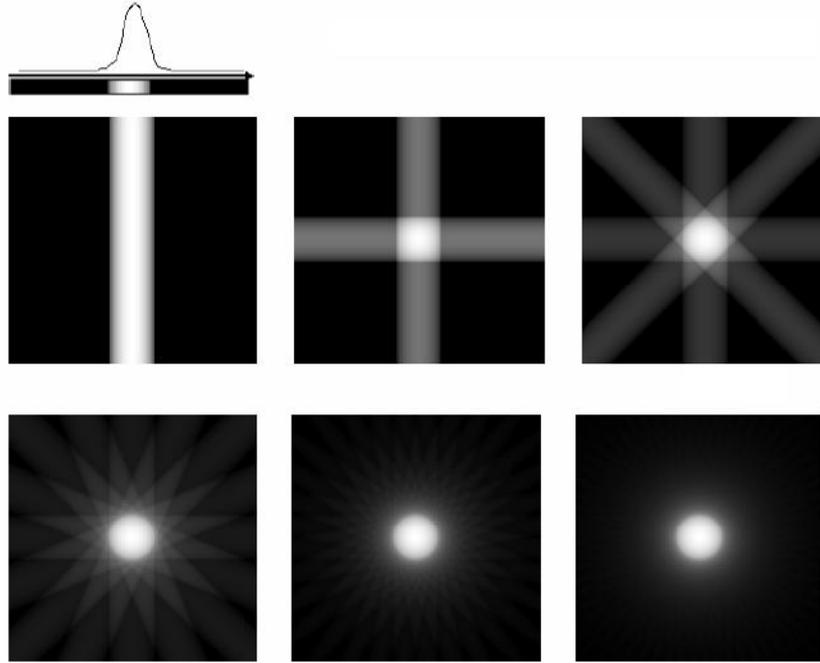


Figure 2.7 Rétroprojection filtrée simulée sur un disque uniforme. Respectivement après la 1^{ère}, 2^{ème}, 4^{ème}, 8^{ème}, 16^{ème} et 32^{ème} projection [tirée d'un cours de F. Peyrin].

2. Échantillons

2.1. Introduction

Les échantillons étudiés proviennent de têtes fémorales extraites lors d'arthroplastie du col du fémur de 4 personnes âgées de 76 à 82 ans (2 hommes et 2 femmes) et ne suivant aucun traitement contre une maladie de fragilité osseuse. Dès leur extraction, les têtes de fémur ont été prédécoupées par le chirurgien afin de ne conserver qu'une « tranche » de quelques centimètres d'épaisseur.

Ces tranches ont alors été transférées vers le LBTO. Des échantillons de plus petite taille ont alors été contraints et préparés afin de pouvoir être imagés. Dans la suite de ce paragraphe, nous précisons d'abord le mode opératoire de la préparation des échantillons. Nous décrivons tout d'abord le matériel utilisé, le ZETOS, puis les contraintes appliquées aux différents échantillons.

2.2.Fatigue

2.2.1. Le Zetos

Le Zetos est un bioréacteur qui permet l'application d'une contrainte mécanique compressive à un échantillon d'os trabéculaire cylindrique (diamètre 10mm, hauteur 5mm) tout en mesurant son module d'Young.

Ce système a été initialement conçu pour permettre l'étude des cellules du tissu osseux et de leurs interactions en dehors de leur milieu naturel (c'est-à-dire l'animal vivant) tandis que différents stimuli (mécaniques ou chimiques) leur sont envoyés. Les échantillons sont donc traités de façon à ce que le tissu osseux demeure « vivant » durant toute la durée de l'expérience. À cet effet, l'échantillon est perfusé avec un fluide de culture et conservé à température constante. Il s'agit donc d'un mode opératoire à mi-chemin entre les méthodes in vitro et in vivo. Une description complète du dispositif (représenté Figure 2.8) est donnée par Davies [Davies '06].

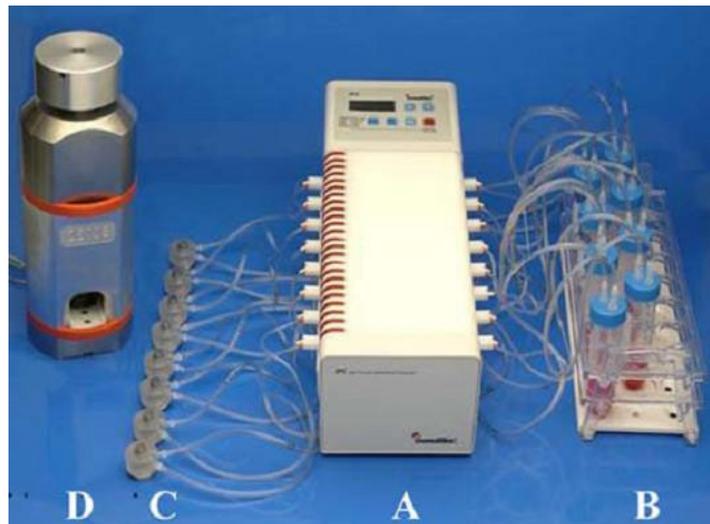


Figure 2.8 le Zetos (tiré de [Davies '06])

Les échantillons sont placés dans des chambres de culture (C) dans lesquelles circulent un milieu de culture (B) grâce à une pompe contrôlée électroniquement (A). Les chambres sont insérées dans le dispositif de contrainte mécanique (D) comprenant un piston piézoélectrique exerçant une force sur l'échantillon.

Malgré les avantages qu'il apporte au niveau expérimental, le Zetos n'est encore utilisé que dans quelques rares laboratoires. Toutefois, un certain nombre d'études l'ont utilisé et ont contribué à mieux le caractériser [David '08, Endres '009].

2.2.2. Contraintes appliquées

Différents régimes de contrainte ont été appliqués aux échantillons. Dans l'ensemble, il s'agit d'une contrainte compressive monoaxiale et cyclique. Les échantillons ayant subi le régime 1 ont été contraints pendant 120 minutes à une fréquence d'1Hz pour un nombre de cycle de 7200. Le régime 5 quant à lui consiste en la fatigue à 5Hz pendant 32 minutes correspondant à 9600 cycles. Enfin, 10000 cycles à une fréquence de 10Hz, correspondant à une durée de 16 minutes ont été appliqués aux échantillons du régime 10.

Parmi les échantillons disponibles provenant des 4 patients, une répartition la plus homogène possible a été effectuée. Le nombre d'échantillons appartenant à tel patient et ayant subi telle fatigue est donné dans le tableau 2.1.

Patient	Témoins	régime 1	régime 5	régime 10
3	7 (NC31-NC37)			6 (C31-C36)
4	7 (NC41-NC46)	4 (C41-C44)	5 (C45-C49)	
5	4 (NC51-NC54)	3 (C51-C53)		
6	4 (NC61-NC64)			4 (C61-C64)
Total	22	7	5	10

Tableau 2.1 : répartition des échantillons

On pourra noter plusieurs points négatifs de cet aspect expérimental, imposés par des difficultés pratiques. D'une part, il aurait été plus facile de tirer quelque conclusion si la durée ou le nombre de cycle des différents régimes avaient été identiques. D'autre part, certaines cases du tableau 1 sont vides, signifiant que nous n'avons pas disposé d'au moins un échantillon pour tous les types de fatigues et tous les patients.

2.3.Préparation

Un mode de préparation des échantillons adaptée à l'utilisation du Zetos a été mise en oeuvre, selon les indications données par Davies [Davies '06]. Des cylindres de 10 mm de diamètre ont été extraits des tranches de fémur à l'aide d'un trocart diamant. Ces cylindres ont ensuite été débités en tronçons de 5mm de hauteur à l'aide d'une scie microtome Leica SP1600. Durant toute cette procédure, les échantillons d'os ont été irrigués avec une solution stérile de chlorure de sodium à 0.9% réfrigérée à 4°C afin de limiter l'échauffement, d'évacuer les résidus et d'empêcher l'assèchement. Les échantillons ont alors pu être insérés dans la chambre du Zetos afin de leur appliquer une contrainte.

Afin de les protéger et notamment d'éviter les dégradations dues aux rayons X sur ce matériau fragile, les échantillons ont été inclus dans de la résine MMA. Enfin, des pseudo-parallélépipèdes de dimension environ 5x5x10mm ont été coupés au centre des cylindres afin de pouvoir les imager. Une photographie et un schéma sont présentés sur la Figure 2.9.

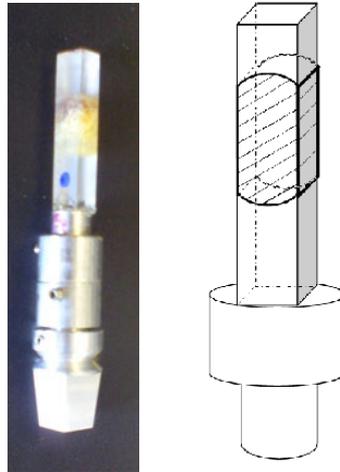


Figure 2.9 photographie et schéma des échantillons

3. Acquisitions, choix de la résolution

3.1.Introduction

En considération des dimensions caractéristiques des structures de l'os trabéculaire, des acquisitions à diverses résolutions ont été effectuées. En plus de permettre le choix de la meilleure taille de voxel pour l'évaluation des microfissures, la diversité des images obtenues donne une description de l'os à plusieurs échelles.

Si les paramètres d'acquisition varient selon la taille de voxel, notons que le choix de l'énergie des rayons X ne dépend que de la nature et de la taille des échantillons. Pour toutes ces acquisitions, elle a été fixée à 25keV.

3.2.Images à 5 μ m

Des images à 5 μ m ont été acquises pour chacun des échantillons. À cette résolution, la largeur du champ de vue peut atteindre 2048x5 μ m=10.2mm. Cependant, la largeur des échantillons étant de 5mm, la région imagée a été limitée à 1400 pixels, c'est-à-dire 7mm. Le faisceau étant limité, la hauteur de la région imagée a été limitée à 1024 pixels correspondant à 5.5mm. Finalement, un volume de 7x7x5.5mm a été imagé au centre de chaque échantillon. Lors des ces acquisitions, 1999 vues ont été prises sur 360 degrés, avec un temps d'exposition de 0.8 secondes.

Une coupe d'une image reconstruite ainsi qu'un rendu 3D sont présentés Figure 2.10. La Figure 2.10 a qui montre une coupe de l'échantillon en entier indique tout d'abord que la découpe des échantillons n'est pas parfaite et que leur section n'est pas exactement carrée. Sur cette coupe comme sur le rendu 3D, on constate qu'une certaine quantité de travées peut être observée et que la taille du volume imagé est assez importante pour contenir des informations représentatives sur la microarchitecture. Du fait de la taille de voxel significativement plus basse que celle des travées, la morphologie des travées est observable avec une précision suffisante. En particulier, on remarque la présence de nuances dans les niveaux de gris correspondant à des zones de densité donc de minéralisation différentes. De dimension comparable à la taille de voxel, des lacunes peuvent être aussi observées. Cependant, la résolution est trop faible pour détecter et quantifier l'ensemble des lacunes. Enfin, très peu de fissures sont visibles. La taille de voxel étant très supérieure à l'épaisseur attendue des microfissures, nous pouvons supposer que comme dans les travaux de Thurner utilisant des images à une résolution de $7\mu\text{m}$, il s'agit plus de microfractures que de microfissures.

Si de telles acquisitions peuvent être intéressantes pour extraire des paramètres architecturaux rentrant dans l'étude du microendommagement, des images à plus haute résolution sont nécessaires à l'observation et la quantification de microfissures fines.

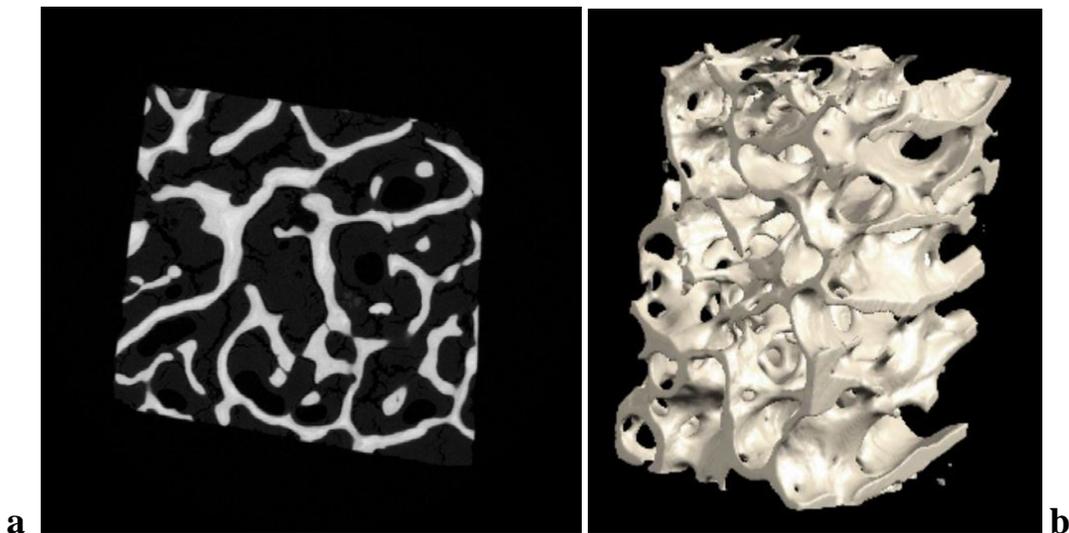


Figure 2.10 Acquisitions à $5\mu\text{m}$. Coupe tomographique reconstruite et rendu 3D.

3.3. Images à 1.4 μ m

Pour chaque échantillon, deux acquisitions à 1.4 μ m ont été faites. Dans cette configuration, le champ de vue est de 2048x1300 pixels correspondant à un volume imagé de 2.8x2.8x2.2mm. L'échantillon est donc plus large que le champ de vue et il s'agit donc de tomographie locale. Préalablement à l'acquisition des radiographies, l'échantillon est centré par rapport à l'axe de la caméra dans les deux plans verticaux. Entre les deux acquisitions, l'échantillon est translaté de 1.76mm (1250 pixels) selon l'axe vertical afin de laisser un recouvrement (50 pixels) entre les deux images. Les zones imagées sont représentées dans le schéma Figure 2.11.

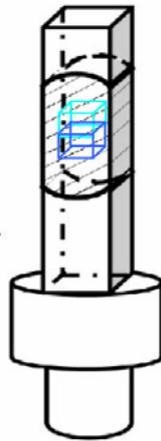


Figure 2.11 Schéma de l'échantillon et des deux zones centrales imagées(en bleu)

Pour toutes ces acquisitions, 2000 vues ont été prises avec un temps d'exposition de 0.6s.

Une coupe d'une image reconstruite correspondant à la zone centrale de celle présentée Figure 2.10 est présentée Figure 2.12 ainsi qu'un rendu 3D montrant le volume d'os imagé par une seule des deux acquisitions. Bien que bien moins nombreuses que dans les images à 5 μ m, quelques travées peuvent être observées. Le volume imagé reste suffisamment important pour pouvoir extraire des paramètres microarchitecturaux.

De part la taille de voxel, les lacunes apparaissent très contrastées sur les images. La résolution est suffisante pour observer en détail leur morphologie. Bien que rares (conformément à ce qui est attendu), des microfissures fines peuvent être observées. La Figure 2.14 est un agrandissement d'une région (512x512 pixels) extraite d'une coupe. On y aperçoit une fissure entourée de lacunes. Si sa longueur est conséquente, son épaisseur est très faible (à peine 2 ou 3 voxels), ce qui était prévisible étant donné la taille de voxels et les valeurs de l'épaisseur des microfissures dans la littérature. En conséquence, si la partie droite de la fissure est assez bien contrastée, le contraste de la partie de gauche est très faible.

Les images seront décrites plus en détails dans le paragraphe 5. Un certain nombre de fissures présentant un intérêt pour la compréhension des phénomènes d'endommagement seront traitées dans le chapitre 6.

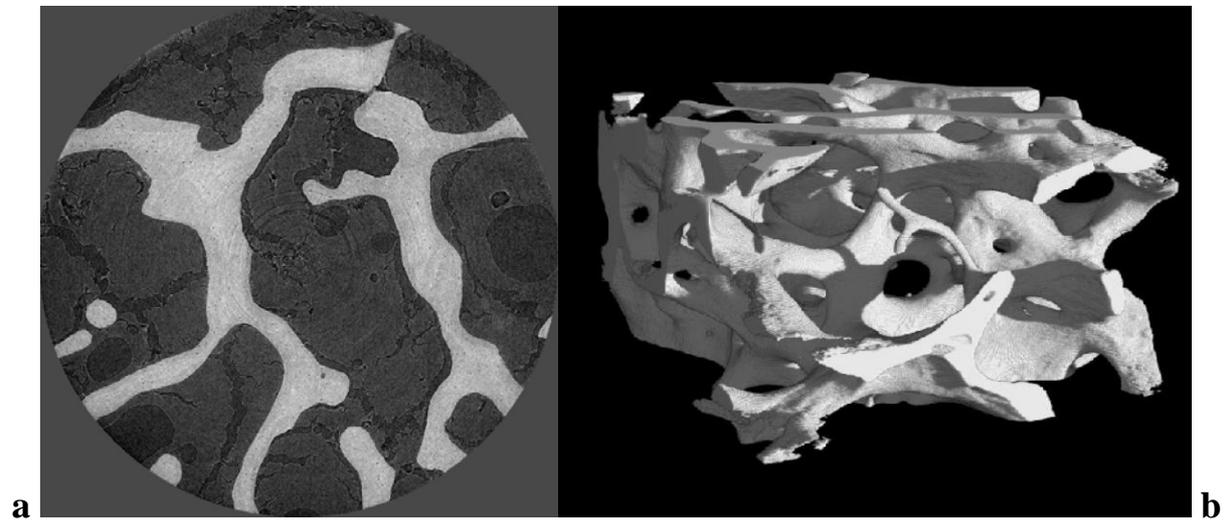


Figure 2.12 Acquisitions à 1.4µm. Coupe tomographique reconstruite et rendu 3D



Figure 2.13 Zoom sur une coupe tomographique à 1.4µm montrant une microfissure et des lacunes

3.4. Images à 0.56 μ m

3.4.1. Acquisitions

Des essais d'acquisition à 0.56 μ m ont été réalisés sur 3 échantillons. Afin de maximiser les chances d'obtenir des images de microfissures, les échantillons utilisés ont été choisis parmi le groupe 10.

Avec cette taille de voxel, le volume total maximum imagé est d'environ 0.22x0.22x0.22mm. Étant donné la porosité de l'os trabéculaire, les images contiennent en grande majorité de la résine et la probabilité que la zone imagée contienne une microfissure est très faible.

Une méthodologie adaptée a donc été suivie afin d'obtenir des images de microfissures à très haute résolution. Deux configurations ont été utilisées. Dans un premier temps des scans d'explorations destinés à rechercher des zones contenant de l'os et éventuellement des microfissures ont été effectués. Dans un second temps les paramètres d'acquisition ont été choisis de sorte à obtenir des images de meilleures qualités lors de scans « longs ».

Pour les scans d'exploration, 600 vues ont été prises avec un temps d'exposition de 0.3s. Les images obtenues avec ces paramètres sont de moindre qualité, mais permettent l'observation des travées osseuses. De plus, le temps d'acquisition est court (12mn) et la dose reçue par l'échantillon lors de tels scans est limitée. Notons que la reconstruction du volume total étant trop longue, seules quelques coupes tomographiques sont reconstruites lors de l'expérience.

Pour chaque échantillon, après plusieurs essais d'acquisition de différentes zones, une travée a été repérée. En utilisant la correspondance entre les directions des axes de translations de l'échantillon et les axes de l'image, il a été possible de centrer avec précision la travée sur la zone imagée comme le montre la Figure 2.14. Par une combinaison de translations effectuées entre les scans, il est de même possible de suivre la travée entre les images consécutives. En moyenne, 5 scans environ ont été nécessaires avant de trouver une zone intéressante.

Une fois qu'une zone d'intérêt a été repérée, des scans « longs » ont été effectuées afin d'obtenir des images de meilleure qualité. Le nombre de vues a été fixé à 1200 et le temps de pose à 0.5s pour un temps total d'acquisition de 38 minutes. De la même façon que décrite précédemment, des images de plusieurs régions de la même travée ont été acquises jusqu'à observation d'une ou plusieurs fissures. Lorsque la taille des fissures s'est révélée plus importante que le champ de vue de l'image, plusieurs images contiguës ont été faites de sorte à imager l'ensemble de la fissure.

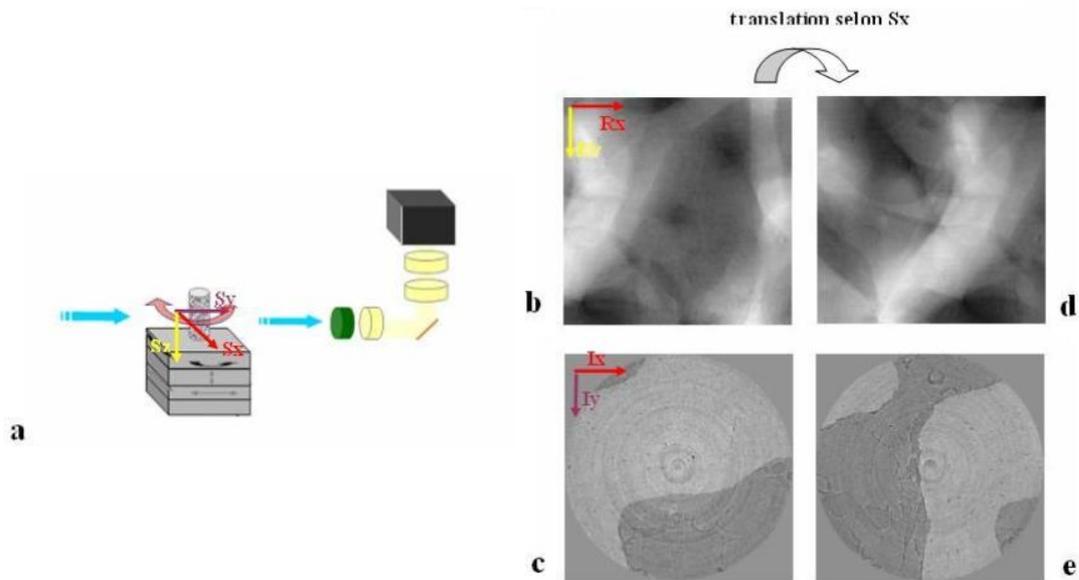


Figure 2.14 Correspondance entre les translations de l'échantillon et les directions de l'image. a : Translations de l'échantillon. Sur les projections (b et d) et les coupes correspondantes (c et e), on constate qu'une translation de l'échantillon selon l'axe S_x correspond à un décalage de la zone radiographiée et de la travée apparaissant sur les coupes.

3.4.2. Résultats

Une image recomposée de microfissures à très haute résolution est présentée sur les Figure 2.15 a. Par ailleurs, les zones imagées ont pu être identifiées sur les images à $1.4\mu\text{m}$ des mêmes échantillons comme le montrent la Figure 2.15b. Un certain nombre de microfissures de tailles variables ont été observées. Si certaines montrent une épaisseur supérieure à 5 voxels ($\sim 3\mu\text{m}$), d'autres sont à peine plus épaisses que la taille de voxel ($0.56\mu\text{m}$). La diversité des tailles des fissures dans les images à $0.56\mu\text{m}$ est similaire à celle observée dans les images à $1.4\mu\text{m}$.

Outre le champ de vue très limité, le principal problème des acquisitions à très haute résolution est la dose reçue par l'échantillon. En effet, les scans à cette résolution apportent une dose de rayonnement très concentrée sur un volume très restreint. Lorsque l'on divise la taille de voxel d'un facteur n , la dose reçue par l'échantillon est multipliée par un facteur n^4 . De plus, de part le mode opératoire, certaines zones reçoivent cette dose plusieurs fois. Le rayonnement a pour principal effet de faire monter en température la zone visée. Il en résulte une déformation de l'échantillon sans doute capable de générer des fissures. De surcroît, le

tissu osseux est inclus dans de la résine qui elle aussi se déforme mais probablement de manière non identique. Finalement, on peut présager que des contraintes mécaniques d'une certaine ampleur s'exercent localement dans l'échantillon lors de l'acquisition des images.

Les effets de telles contraintes peuvent être observés. Par exemple, certaines images de zones contiguës ne peuvent être juxtaposées parfaitement, les zones de recouvrement n'étant pas identiques. On observe aussi parfois des modifications au niveau des microfissures et des lacunes, comme le montre la Figure 2.16 représentant deux images de la même travée contenant des microfissures obtenues avec deux acquisitions.

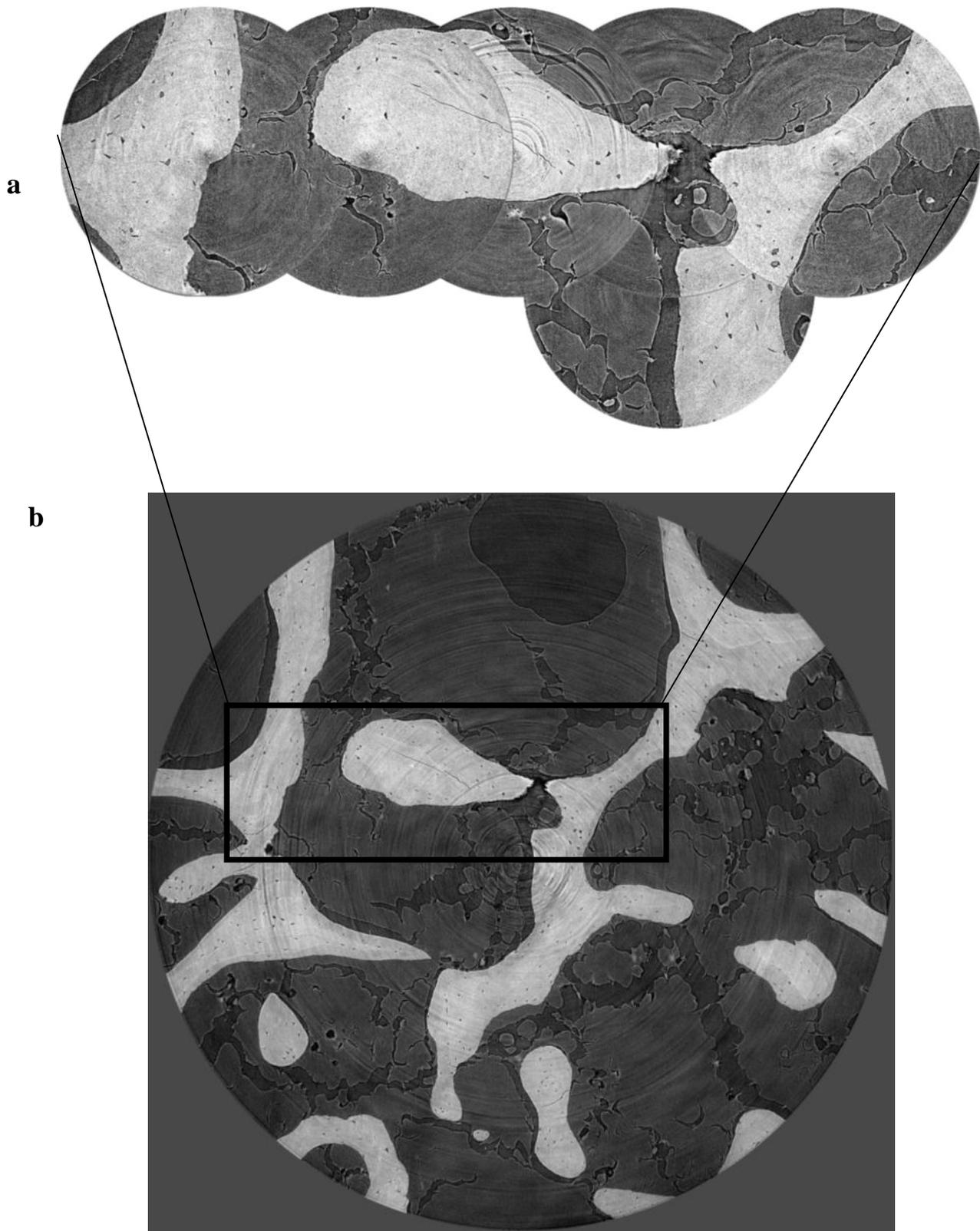


Figure 2.15 Image haute résolution d'une travée contenant une fissure. a : Reconstruction de la travée par juxtaposition de 6 coupes tomographiques à $0.56\mu\text{m}$. b : Coupe à $1.4\mu\text{m}$ montrant cette même région.

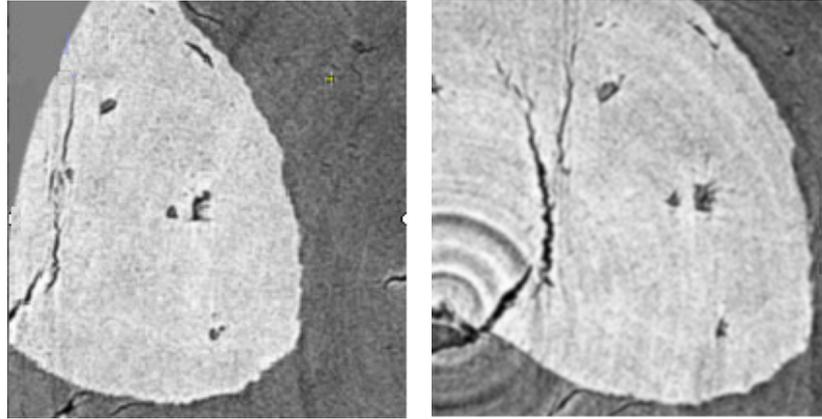


Figure 2.16 Images de la même zone après deux acquisitions successives.

Dans certains cas, on constate qu'une fracture de l'os coïncide avec une fissure dans la résine comme le montre la Figure 2.17. Une explication de telles observations serait que la fissure de l'os a été induite par la déformation de la résine. Enfin, on constate sur les images à $1.4\mu\text{m}$ effectuées a posteriori et présentant une plus grande région que les zones qui ont été imagées à $0.56\mu\text{m}$ contiennent un nombre bien plus important de fissures par rapport au reste de l'échantillon.

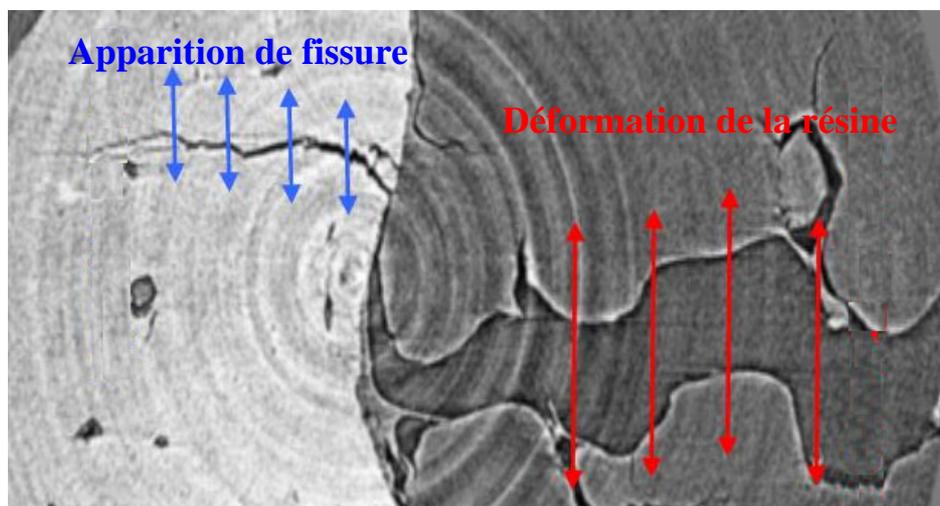


Figure 2.17 Corrélation entre une fissure de la résine et une fissure de la travée osseuse

3.5. Conclusion

Des acquisitions à différentes résolutions ont été effectuées sur les échantillons d'os trabéculaire humains. Le choix de la taille de voxel est le paramètre principal des acquisitions SR micro-CT. Trop grande, la résolution n'est pas suffisante pour observer des microfissures fines. Trop petite, il est difficile de trouver une microfissure voire même une travée et la dose endommage fortement l'échantillon. Finalement, une taille de voxel de $1.4\mu\text{m}$, correspondant

à un champ de vue de 2.8x2.8x2.2mm semble constituer un bon compromis. Une fois cette résolution choisie, des expériences complémentaires visant à évaluer et caractériser le processus d'imagerie ont été menées et font l'objet du prochain paragraphe.

4. Evaluation du procédé d'imagerie

4.1.Effet des radiations sur les échantillons

4.1.1. Objectif et mode opératoire

Les acquisitions à 0.56 μ m ont montré que les radiations reçues par l'échantillon sont capables d'induire des microfissures. Même si la dose reçue par les échantillons lors des acquisitions à 1.4 μ m est bien plus faible (environ d'un facteur 100), la création des microfissures par le procédé d'imagerie mérite d'être étudiée.

Comme il est difficile voire impossible de constater l'apparition de fissures après une seule acquisition, nous avons étudié l'apparition et l'évolution des fissures lors d'une série de 4 acquisitions effectuées consécutivement sur la même zone d'un échantillon. Les paramètres utilisés lors de ces acquisitions ont été les mêmes que pour les autres acquisitions à 1.4 μ m.

4.1.2. Résultats

Des images montrant une région d'intérêt pour les 4 acquisitions consécutives sont présentées sur la Figure 2.18. La Figure 2.19 présente une autre région après la première et la dernière acquisition seulement.

Sur la Figure 2.18, on constate clairement la propagation de fissures. Sur la première image, une première fissure est légèrement visible le long d'une zone de remodelage (flèche noire). Dès la deuxième acquisition, cette même fissure apparaît de manière encore plus évidente, suggérant une ouverture plus importante. L'aspect de la fissure reste ensuite constant lors des deux autres acquisitions. De même, une fissure apparaît entre la 1^{ère} et la 2^{ème} (Figure 2.18b, flèche noire) mais n'évolue plus après la 2^{ème}. Enfin, une troisième fissure apparaît lors de la 3^{ème} acquisition et se propage fortement lors de la 4^{ème}. Au contraire, aucun phénomène de ce type n'est visible sur la Figure 2.19 : les deux images sont identiques. D'une manière générale, on retrouve dans les volumes des régions restant intactes et des régions dans lesquelles les microfissures se propagent puis se stabilisent.

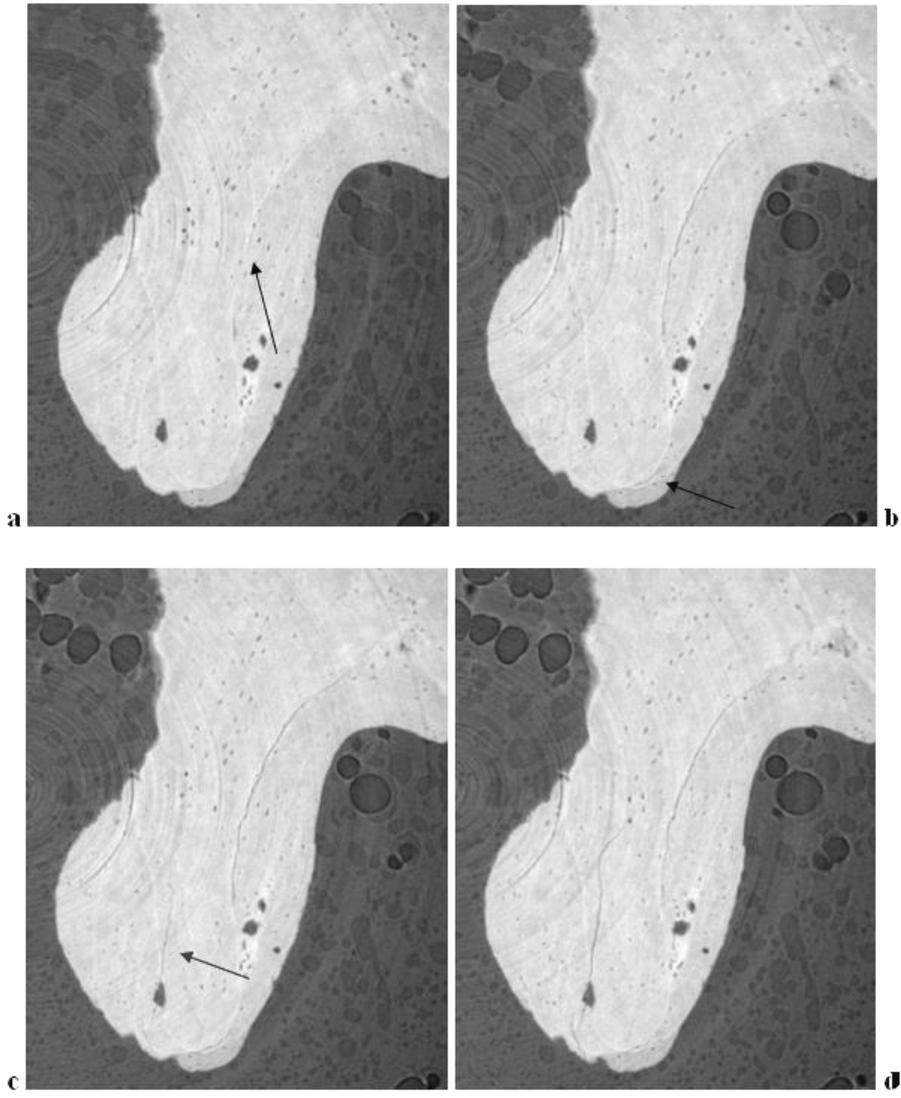


Figure 2.18 Évolution des microfissures d'une travée osseuse après 4 expositions successives

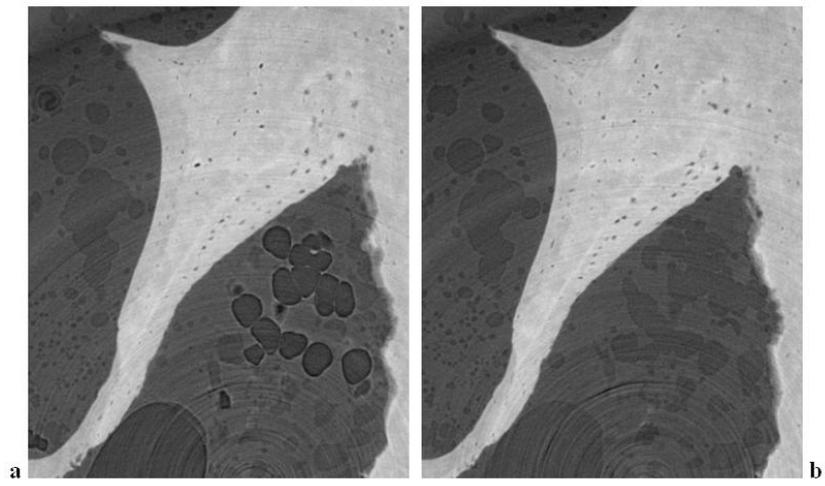


Figure 2.19 Évolution d'une travée osseuse après 4 expositions successives

Ces observations suggèrent tout d'abord que les contraintes induites au sein de l'échantillon par les radiations peuvent provoquer une propagation et une augmentation de l'épaisseur des fissures dans l'os, mais que ces phénomènes sont limités. Cette limite de propagation est cohérente avec l'hypothèse de Sobelman [Sobelman '03] selon laquelle les fissures sont stables tant qu'elles ne dépassent pas une certaine taille. De plus, on peut faire l'hypothèse que le procédé d'imagerie ne crée pas de microfissures comme le suggère la Figure 2.19. Il est probable que les fissures qui semblent apparaître entre les différentes images de la Figure 2.18 existaient auparavant mais n'étaient pas visibles jusqu'à ce que leur épaisseur ne devienne comparable à la taille de voxel. Évidemment, nous disposons ici de trop peu d'éléments pour être catégorique et une étude plus approfondie serait nécessaire.

Enfin, remarquons que la propagation et l'apparition de fissures dans nos images n'est vraiment significative qu'après la 3^{ème} acquisition. Il est donc probable que les effets d'une seule exposition soient très limités.

4.2. Comparaison avec les observations par microscopie par épifluorescence

4.2.1. Objectif

Le but de la première expérience a été de vérifier que les microfissures visualisées dans les images ne sont pas créées par le processus d'imagerie en lui-même. À l'inverse, le but de la seconde expérience a été de vérifier que les microfissures observées par les techniques traditionnelles de microscopie peuvent être visualisées par notre technique. Des observations microscopiques de microfissures dans des échantillons teintés avec un fluorochrome ont été réalisées au LBTO puis les mêmes échantillons ont été imagés par micro-CT synchrotron. À cet effet, des protocoles expérimentaux ont été adaptés afin de permettre l'utilisation successive des deux techniques.

4.2.2. Expérience

Les échantillons utilisés pour cette expérience sont de même nature que ceux utilisés par ailleurs. Les cylindres de 10mm de diamètre extraits des têtes de fémurs ont été colorés à la calcéine puis inclus dans la résine MMA. Généralement, les observations en microscopie par épifluorescence se font sur des coupes de quelques dizaines de microns. Cependant, de telles coupes sont difficilement manipulables et ne pourraient être imagées correctement avec notre

dispositif. Si l'on considère en plus la rareté des microfissures, il est préférable dans notre cadre de travailler sur des coupes plus épaisses, quitte à obtenir des images microscopiques de moindre qualité. Ce sont donc des coupes de 500 μ m environ d'épaisseur qui ont été découpées dans les cylindres inclus grâce à une scie microtome Leica SP1600. Au total, 67 coupes provenant de 18 échantillons ont été obtenues.

Chacune de ces coupes a été observée en microscopie par épifluorescence et une capture à faible grossissement de la partie centrale a été prise. Deux exemples sont donnés Figure 2.20. Par la suite, des observations à fort grossissement des coupes ont été effectuées afin de repérer les microfissures. Grâce à la coloration, celles-ci apparaissent en orange sur fond vert. Au total, 220 fissures ont été observées. Pour chacune d'elles, une capture à fort grossissement a été faite et la position de la fissure dans la coupe a été relevée. De telles captures des fissures marquées par des flèches noires dans la Figure 2.20 sont données Figure 2.21.

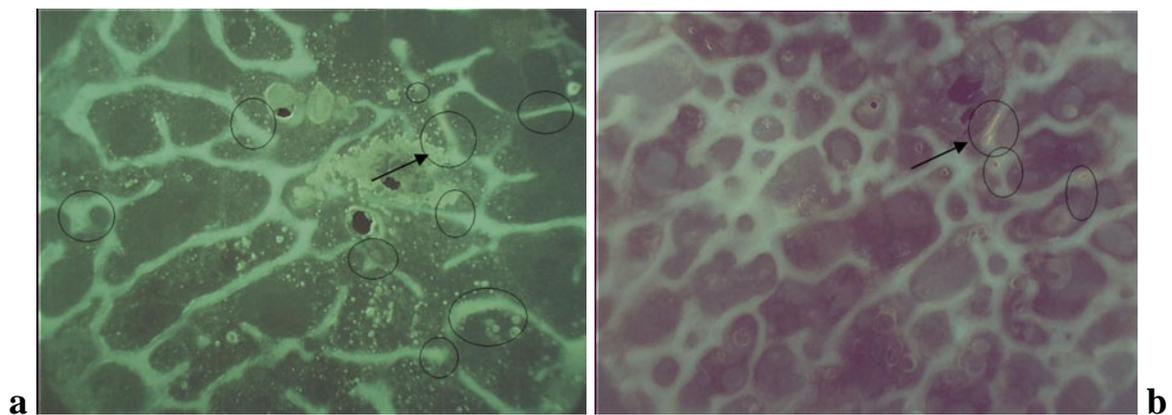


Figure 2.20 Observation à faible grossissement de la coupe 1 de l'échantillon 9(a) et de la coupe 3 de l'échantillon 17(b)

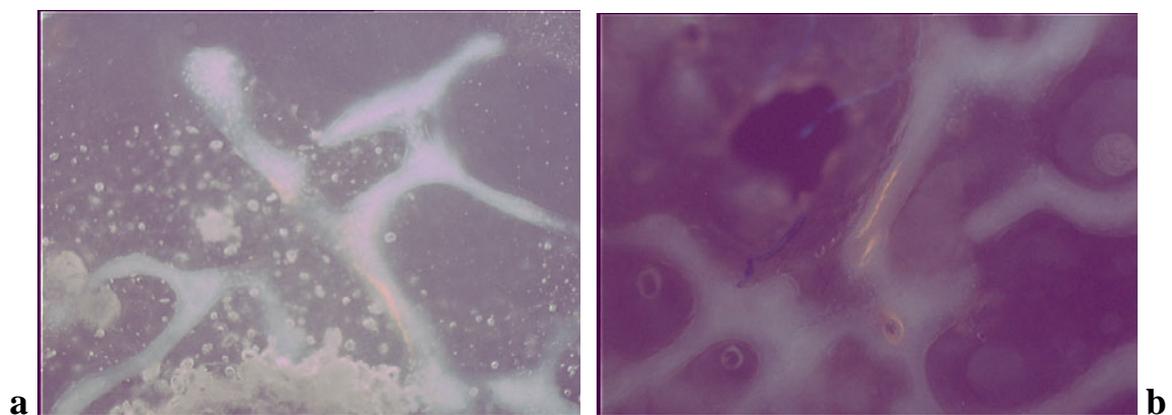


Figure 2.21 Observation à fort grossissement des régions contenant des fissures marquées par une flèche noire dans la Figure 2.20. a : coupe 9-1, b : coupe 17-3.

Une fois les observations microscopiques effectuées, les coupes épaisses ont été imagées par microtomographie synchrotron. Du fait de la forme spéciale de ces échantillons (très fins mais larges), les paramètres d'acquisition ont été adaptés. Tout d'abord, les acquisitions ont été faites en mode « demi-acquisition » permettant de doubler le champ de vue. Ainsi, la largeur du champ de vue à cette résolution peut atteindre 5.6mm qui correspond à des images de 4000x4000 pixels. En conséquence, le nombre de vues nécessaire à une reconstruction correcte a du être augmenté à 5000. L'échantillon à traverser étant de plus grande taille (10mm contre 5mm auparavant), l'énergie du rayonnement a aussi due être augmentée et a finalement été fixée a 28keV. Enfin, en fonction de tous ces paramètres, le temps d'exposition de chaque vue a été pris à 0.2s.

Toujours du fait de la forme spéciale des échantillons à imager, un porte échantillon formé d'un socle soutenant une partie tubulaire fine en plexiglas de 10mm de diamètre a été conçu et réalisé spécialement. Un schéma du porte-échantillon est donné Figure 2.22.

Grâce au porte échantillon et à la hauteur du champ de vue bien plus importante que l'épaisseur des coupes, il a été possible d'imager simultanément 2 coupes. Des copeaux de résine transparents aux rayons X ont été placés au dessus et au dessous de chacune d'elle afin de faciliter leur séparation dans les images reconstruites. Enfin, un cylindre du même diamètre a été appuyé sur les coupes puis fixé à l'aide d'adhésif afin de maintenir une pression sur celles-ci et de prévenir un éventuel mouvement. La radiographie de la Figure 2.23 montre bien les deux coupes séparées par un espace.

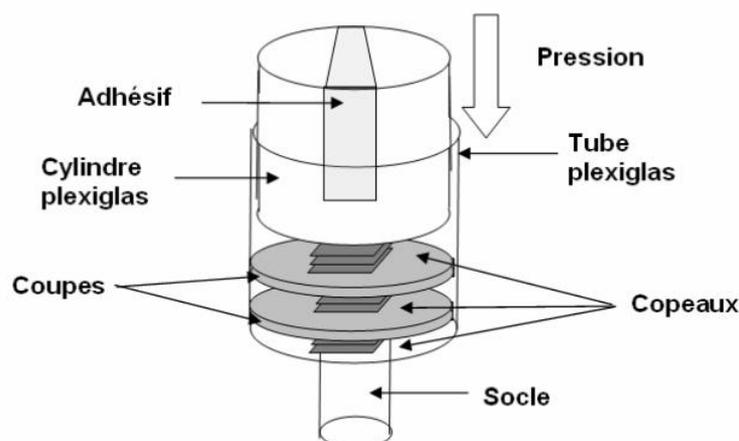


Figure 2.22 Porte-échantillon pour l'imagerie de 2 coupes histologiques.

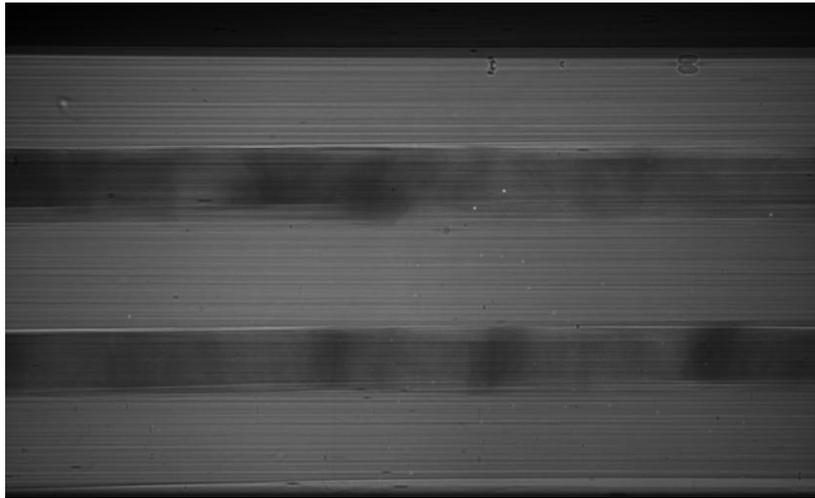


Figure 2.23 Radiographie acquise lors de l'imagerie des coupes histologiques. Les coupes sont séparées par des copeaux de résine transparents aux rayons X.

Malgré la « demi-acquisition », le champ de vue reste plus petit que l'échantillon. Seule une zone partielle des coupes a donc pu être imagée. La plupart des acquisitions ont été faite après avoir centré l'échantillon au milieu du champ de vue. Cependant, pour certaines coupes montrant des fissures particulièrement intéressantes ou visibles à leur périphérie, le porte-échantillon a été décalé de sorte à imager une région excentrée.

Une coupe tomographique de la coupe présentée Figure 2.20 b est montrée Figure 2.24 a . Il est difficile de reconnaître la forme des travées sur une seule coupe. La Figure 2.24 b montre une image obtenue par calcul de la moyenne des niveaux de gris le long de l'axe vertical qui peut être interprétée comme une simulation de l'effet d'épaisseur qui se produit lors des observations microscopiques. Ainsi, on peut reconnaître facilement les travées. Le repère placé sur la Figure 2.24 c correspond à celui de la Figure 2.24 b tandis que le cercle vert représente la zone de la coupe imagée par SR micro-CT.

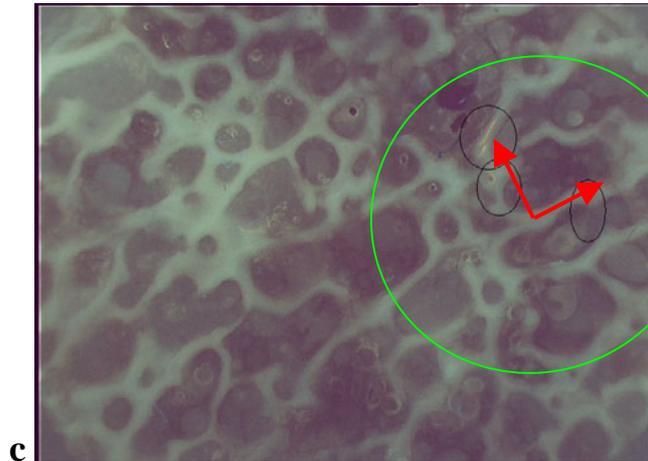
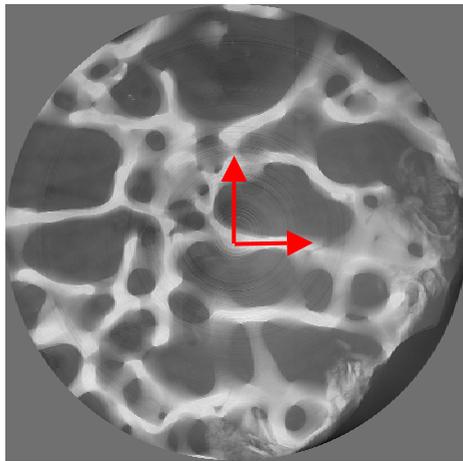
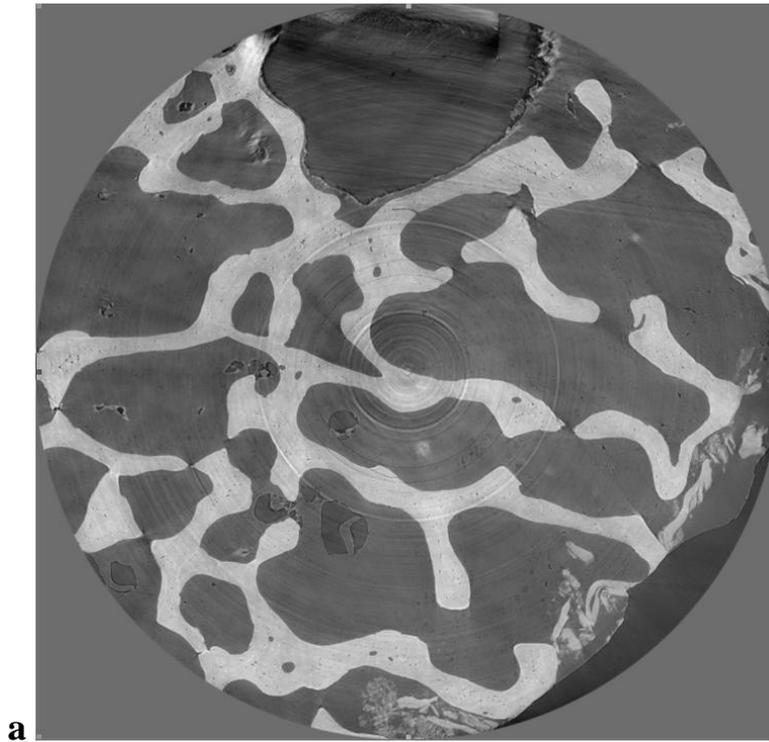


Figure 2.24 Imagerie par microtomographie synchrotron de la coupe présentée Figure 2.20b. *a* : coupe tomographique, *b* : valeur moyenne des niveaux de gris sur l'axe *z*, *c* : observation microscopique à faible grossissement. Le repère rouge et le cercle vert montrent la zone imagée en microtomographie et la différence d'orientation.

4.2.3. Résultats

Sur la Figure 2.25 et la Figure 2.26, on peut comparer des régions contenant des microfissures observées par microscopie et par microtomographie synchrotron. Les captures d'observation microscopique ont été orientées de façon à correspondre aux images microtomographiques.

Pour chaque région, une flèche noire indique l'emplacement de la fissure sur laquelle un zoom a été fait. Si les fissures apparaissent comme des lignes sur les coupes tomographiques, l'épaisseur des coupes et le principe même de la microscopie fait qu'elles apparaissent sous la forme de traits épais. En effet, la lumière traverse l'échantillon sur toute son épaisseur, il suffit que la fissure ne soit pas parfaitement orthogonale au plan de coupe pour qu'elle forme un halo. Cet effet est particulièrement visible sur la Figure 2.25 c et la Figure 2.26 e.

De manière générale, il est difficile de repérer la même fissure sur les deux images. En premier lieu, l'identification des zones endommagées repérées lors des observations microscopiques est délicate, notamment du fait de la différence d'orientation entre les deux images. Par la suite, les coupes tomographiques doivent être observées en détail pour détecter la présence ou non de microfissures. Cette expérience démontre que le repérage des microfissures dans les coupes teintées est bien plus facile que dans les coupes tomographiques, et ce grâce à l'effet d'épaisseur qui fait apparaître les fissures plus grandes et plus épaisses lors des observations microscopiques. De plus, l'utilisation des fluorochromes permet de distinguer clairement les fissures grâce à leur coloration.

Dans un certain nombre d'images tomographiques (par exemple Figure 2.26 b et d), des microfissures non répertoriées lors des observations microscopiques peuvent être observées. Si il n'est pas impossible que ces fissures aient été créées par l'imagerie, il existe des raisons de ne pas revenir sur les conclusions faites au paragraphe précédent, c'est-à-dire que les acquisitions de base à $1.4\mu\text{m}$ ne créent pas de microfissures. Tout d'abord, du fait des paramètres d'acquisitions, la dose reçue par les échantillons lors de cette expérience est bien supérieure à celle reçue lors des acquisitions classiques. D'autre part, il est probable que les nombreuses manipulations des coupes aient endommagé ces échantillons dont la forme est tout à fait différente de ceux imagés habituellement.

Au contraire, un nombre important de microfissures repérées par épifluorescence n'ont pas pu être observées dans les coupes tomographiques. Sur 15 coupes réellement exploitables dans lesquelles 32 microfissures ont été repérées par microscopie, seul 12 fissures ont aussi pu être identifiées dans les images par microtomographie synchrotron. L'explication la plus probable est qu'il s'agit de microfissures si fines que la résolution des images microtomographiques ne soit pas suffisante pour les faire apparaître, telles que celles déjà observées dans les acquisitions à $0.56\mu\text{m}$.

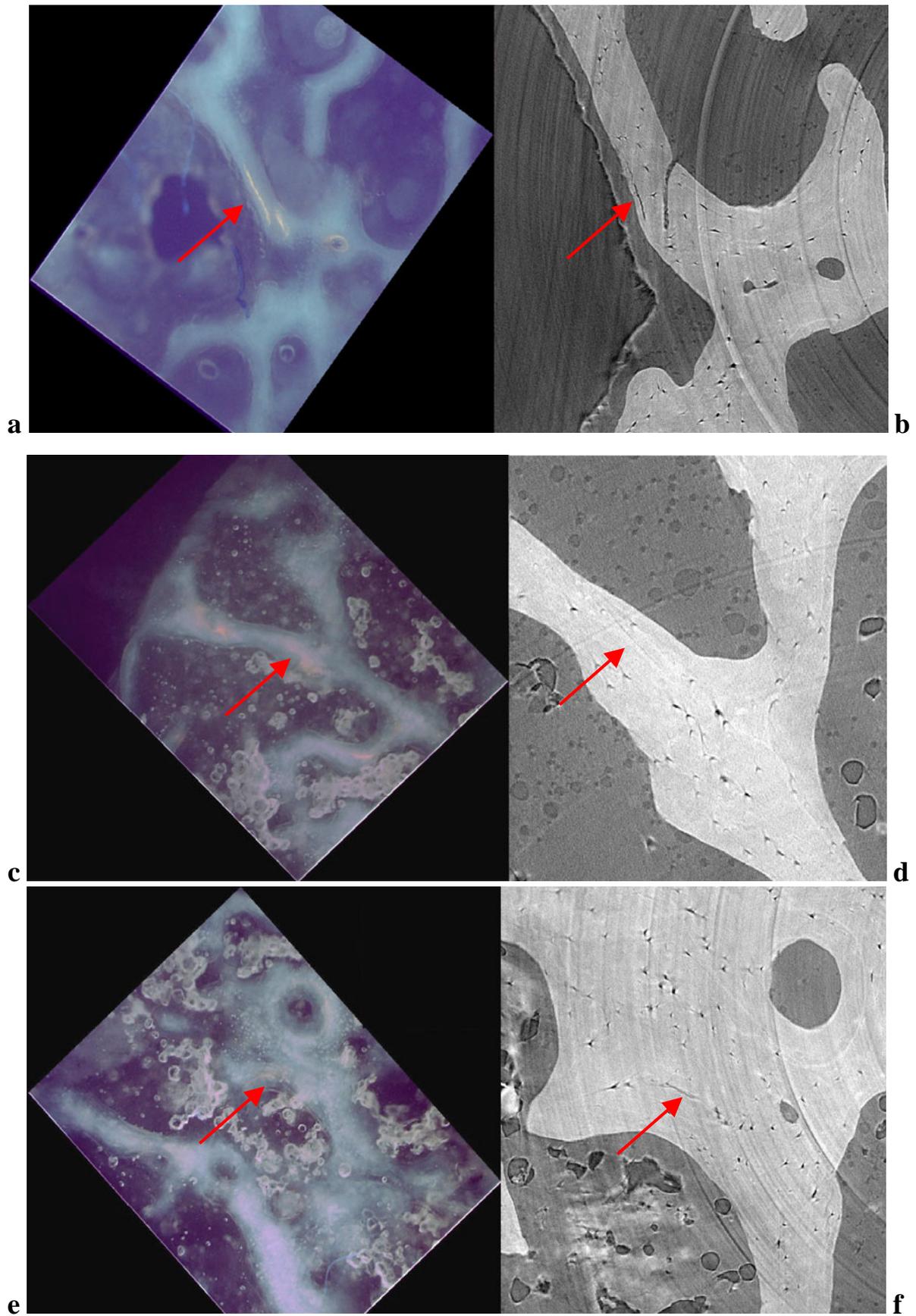


Figure 2.25 Observation de microfissures par microscopie par épifluorescence (colonne de gauche) et par microtomographie synchrotron (colonne de droite)

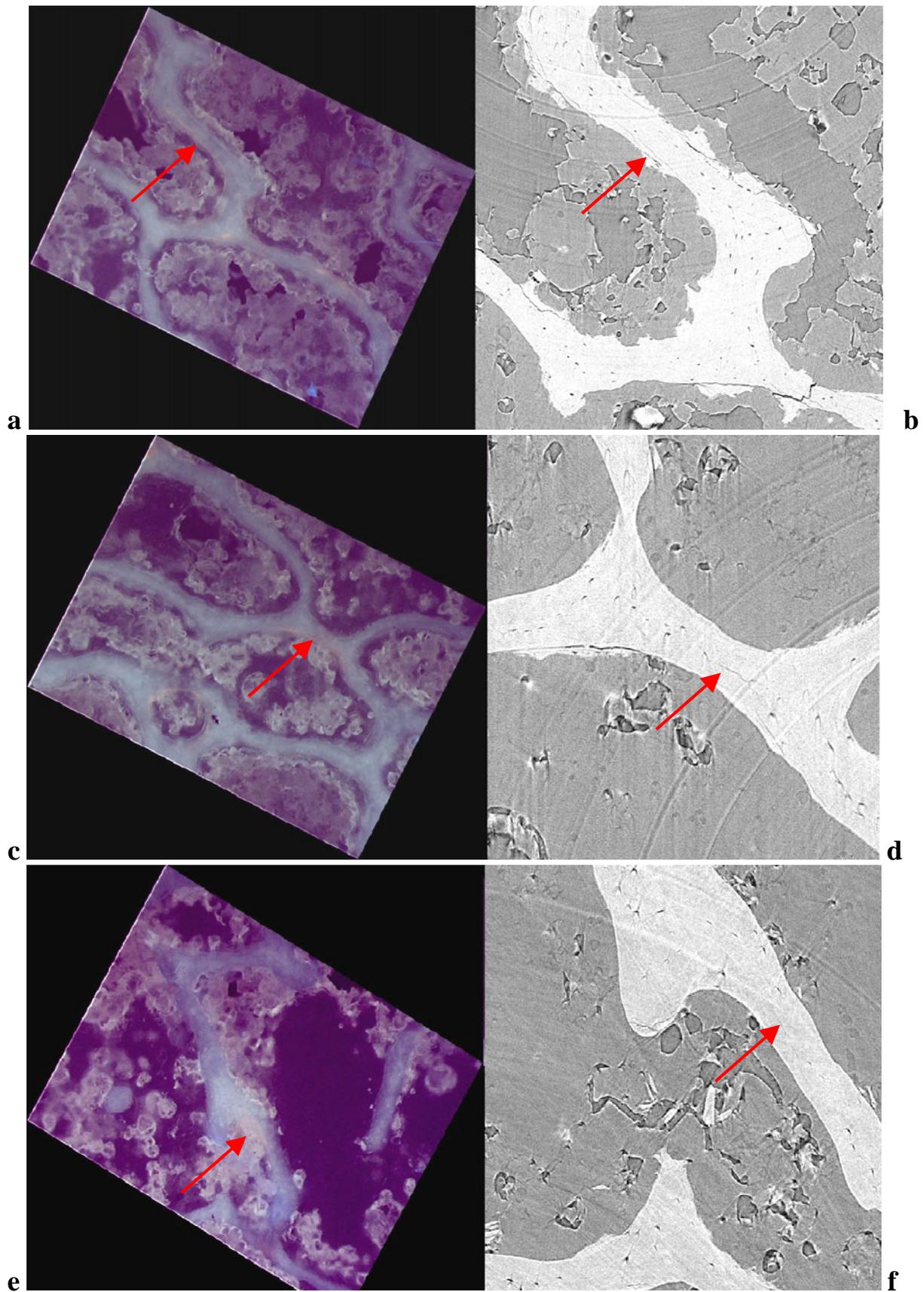


Figure 2.26 Observation de microfissures par microscopie par épifluorescence (colonne de gauche) et par microtomographie synchrotron (colonne de droite)

5. Analyse des images à 1.4 μ m

5.1. Généralités

Si nous avons vu que l'observation des microfissures dans les images à 1.4 μ m est possible, leur détection et leur analyse automatique se révèlent plus problématiques. En effet, il n'est de meilleures analyses d'images que celles effectuées par l'œil humain. Cependant, il est souhaitable de trouver une alternative à l'observation et la mesure par un opérateur de microfissures sur un grand nombre d'images.

Avant d'aborder le problème de l'analyse automatique des microfissures, une analyse des caractéristiques de l'image est nécessaire. Dans une première partie, les différentes difficultés de l'analyse des images seront abordées. Dans un second temps, nous verrons les caractéristiques des microfissures qui les rendent difficiles à appréhender. Des exemples de microfissures servant d'exemples aux diverses observations sont proposés Figure 2.27 et Figure 2.28.

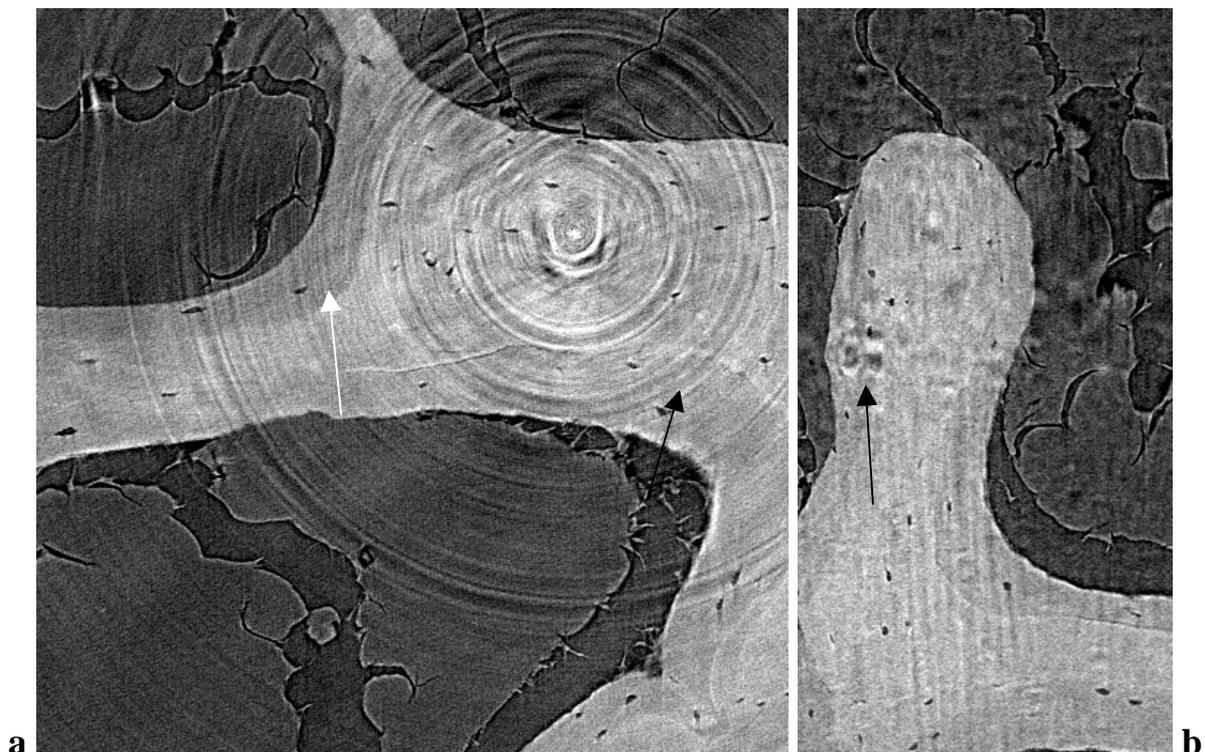


Figure 2.27 Région d'intérêt (512x512 pixel) d'une coupe tomographique présentant des artefacts circulaires, une microfissure et des lignes cimentante. a : coupe x-y habituelle, b : coupe y-z.

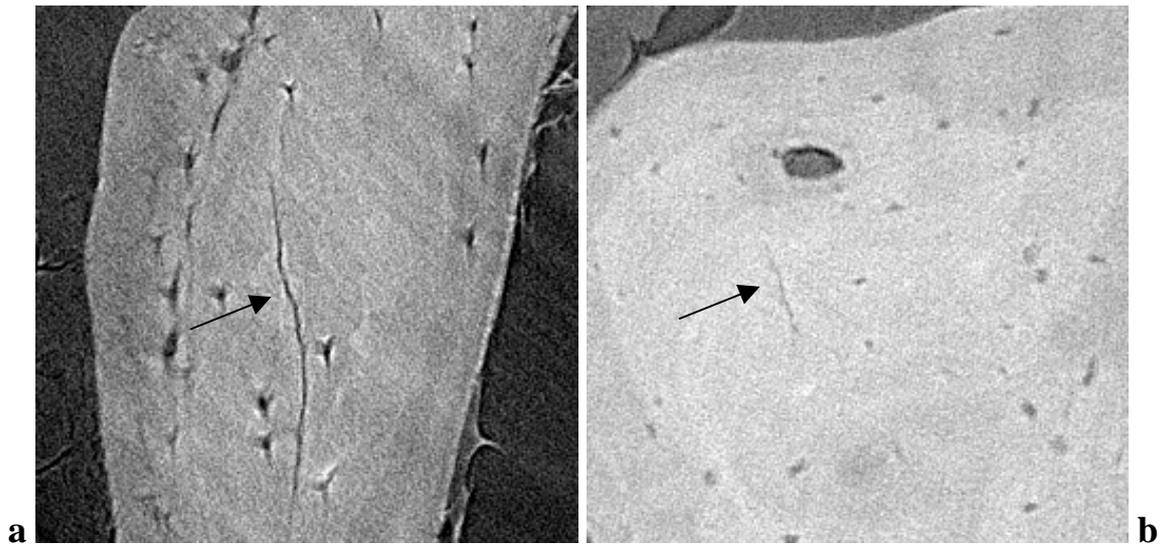


Figure 2.28 Régions d'intérêts (256x256 pixel) de coupes tomographiques présentant des microfissures

5.2. Bruits, artefacts

De manière générale, l'analyse des structures dans nos images microtomographiques à $1.4\mu\text{m}$ d'os trabéculaire humain est rendue difficile par trois éléments.

Tout d'abord, les niveaux de gris des images sont corrompus par un bruit statistique qui n'est ni purement gaussien ni purement poissonnien. Ce bruit apparaît lors des différentes étapes de l'acquisition et de la reconstruction des images. La Figure 2.29 montre histogramme des niveaux de bruit d'une zone de l'image contenant uniquement de l'os ainsi que différentes mesures.

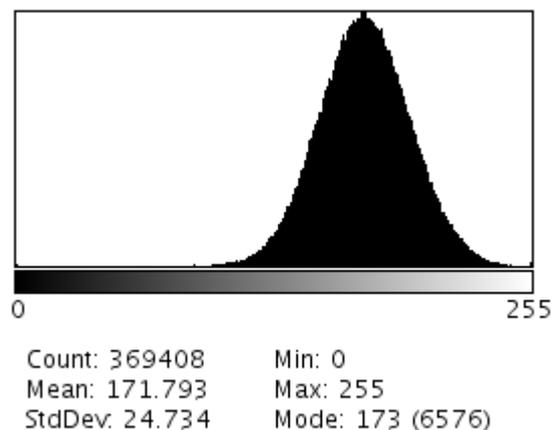


Figure 2.29 Histogramme des niveaux de bruit d'une zone de l'image contenant uniquement de l'os

En plus de ce bruit statistique, les images contiennent du bruit géométrique prenant la forme d'anneaux dans les coupes tomographiques. Ces anneaux sont en général nommés « artefacts circulaires » ou « ring artefacts ». Les artefacts circulaires sont la conséquence de défauts fixe apparaissant sur toutes les projections. En théorie, la correction par champ plat permet d'éliminer la quasi-totalité de ces artefacts. On en observe d'ailleurs un bien plus grand nombre lorsqu'on ne procède pas à cette correction. Cependant, des non-linéarités apparaissant tout au long de la chaîne optique, depuis la source jusqu'au capteur, font que certains défauts ne sont pas corrigés. De tels artefacts sont visibles sur la Figure 2.27 a (flèche noire). Lorsqu'ils sont aussi marqués, leur présence constitue un réel obstacle à l'analyse des images. Dans la Figure 2.27 b présentant une coupe orthogonale de la même image (plan y-z), le profil de ces artefacts apparaît comme un gros point sombre aux contours irréguliers (flèche noire).

Enfin, le troisième point problématique de nos images est la variation de leurs statistiques. Si la valeur moyenne des niveaux de gris des voxels de la travée de la Figure 2.28 a est d'environ 170, cette valeur est d'environ 215 pour la travée de la Figure 2.28 b. Les écarts-type de ces niveaux de gris sont quant à eux respectivement d'environ 20 et 15.

Plus grave, ces valeurs peuvent varier entre les différentes coupes des images. Sur la Figure 2.27 b, on voit clairement apparaître des bandes sombres et irrégulières qui se traduisent dans le plan des coupes comme des variations d'intensités lorsque l'on parcourt le volume selon l'axe z. Il s'agit d'irrégularités du faisceau de rayons X qui n'ont pas pu être complètement éliminées par la correction à champ plat.

En plus de ces variations dues à l'imagerie, la présence de zones de remodelage dont la densité est plus faible au sein des travées osseuses induit dans les images des zones sombres (cf. Figure 2.27 a, flèche blanche)

5.3. Analyse des microfissures

En plus des problèmes déjà cités, certaines particularités des microfissures les rendent spécialement difficile à analyser.

Tout d'abord, leur contraste est très variable et peut atteindre des valeurs très basses. Pour la fissure présentée sur la Figure 2.28 a, les voxels au centre de la fissure ont des niveaux de gris proches de 62 ce qui représente un contraste de $170-62=108$ et un rapport signal-sur-bruit de

5.4. Pour celle de la Figure 2.28 b, cette valeur est de 195 correspondant à un contraste de 20 et un SNR de 1.3.

De plus, à cause de la faible différence entre la taille des voxels et l'épaisseur des microfissures, une majorité des voxels des microfissures souffre de l'effet de volume partiel, diminuant encore leur contraste.

Dans les coupes tomographiques, les véritables microfissures peuvent être confondues avec d'autres structures : les artefacts circulaires et les lignes cimentantes comme celles observables Figure 2.25 a. En effet, ces structures apparaissent sous la forme de lignes dans les coupes tomographiques. Elles peuvent néanmoins être différenciées des microfissures. Les artefacts circulaires sont des arcs de cercle parfait (ce qui est peu probable pour une microfissure) et les lignes cimentantes apparaissent en général en clair sur fond sombre.

Enfin, rappelons que la morphologie des microfissures est elle-même très variée et que l'observation de microfissures de tous types (linéaires, croisés) est essentielle à notre étude.

6. Conclusion

Par ses caractéristiques exceptionnelles, la microtomographie par rayonnement synchrotron constitue un nouveau moyen d'observation des microfissures dans l'os trabéculaire humain. Si des études plus approfondies mériteraient d'être conduites, les résultats des expériences décrites dans ce chapitre permettent d'être confiant quant à la véracité des microfissures observées.

Les acquisitions d'image avec une taille de voxel de $1.4\mu\text{m}$ semblent constituer un bon compromis entre champ de vue et résolution, puisqu'elles permettent d'observer à la fois la microarchitecture osseuse et les microfissures.

Cependant, le choix de cette résolution et les caractéristiques des images microtomographiques rendent difficiles la détection et l'analyse des microfissures par traitement d'image. Des techniques élaborées devront donc être mises en œuvre à cet effet.

Dans le chapitre suivant, une revue des différentes techniques permettant la détection et la segmentation des structures planaires comme les microfissures sera présentée.

Chapitre 3

Le filtrage des images pour la segmentation des structures planaires

1. Introduction

1.1.Nécessité de la segmentation

Après l'acquisition et la reconstruction, les images micrométriques d'échantillons d'os trabéculaire obtenues peuvent donner lieu à deux types d'analyse. La première approche est qualitative et consiste en l'observation des coupes formant les volumes (cf. chapitre 6). Elle permet surtout d'étudier la morphologie de différentes microfissures et ne requiert a priori aucun traitement des images. Les microfissures peuvent aussi être observées en 3 dimensions dans des rendus 3D (cf. chapitre 6), mais leur synthèse nécessite quant à elle leur segmentation. Le second type d'analyse est quant à lui quantitatif et consiste à extraire des paramètres des images observées, comme le nombre, la taille ou la densité des microfissures. À cet effet, des méthodes d'analyse morphologique ont été implémentées (cf. chapitre 5). Celles-ci considèrent des objets binarisés, et donc nécessitent une segmentation des images.

Ainsi, la détection et segmentation des microfissures (et des lacunes) est une étape incontournable de l'exploitation des images, à moins de se restreindre à de simples observations. Bien entendu, il est souhaitable que la segmentation soit aussi fiable et robuste que possible. De plus, afin de limiter la charge du traitement par un opérateur, cette segmentation devrait être aussi automatique que possible, c'est-à-dire nécessiter un minimum de réglages de paramètres et de vérification visuelle.

1.2.Problématique : atténuation du bruit et respect des structures d'intérêt

De manière générale, la présence de bruit dans les images est un phénomène bien connu, au cœur du traitement d'image depuis ses débuts. L'apparition de bruit se fait lors des différentes étapes d'acquisition des images, de la même façon que pour les signaux. On recense plusieurs types de bruits selon leur nature et leur apparition dans la chaîne d'acquisition : bruit optique, bruit de détection, bruit d'échantillonnage et de quantification et éventuellement bruit de compression. Dans le cas des images « reconstruites » comme les images microtomographiques, pour lesquelles l'image sur laquelle on travaille n'est pas celle acquise mais le résultat d'un calcul sur plusieurs images acquises, un bruit de reconstruction inhérent à l'algorithme de reconstruction peut apparaître.

Comme nous l'avons déjà remarqué dans le chapitre 2, les images sur lesquelles nous travaillons sont bruitées, malgré les diverses corrections réalisées lors de la reconstruction. Ainsi, on notera la présence d'artefacts circulaires, de distorsions, de fluctuations de l'intensité moyenne des coupes tomographiques ainsi que de bruit statistique s'apparentant à du bruit gaussien. De plus, dans les conditions d'acquisitions de nos images, l'épaisseur des microfissures ne dépasse pas quelques voxels. Il en résulte un faible contraste ainsi qu'un fort impact de la quantification et de la discrétisation.

Dès lors, les méthodes usuelles de segmentation (par exemple seuillage) se montrent très peu performantes si bien qu'il est nécessaire d'appliquer des traitements adaptés visant à réduire le(s) bruit(s) tout en conservant les structures d'intérêt.

Les structures d'intérêts de nos images sont évidemment les microfissures. Leur spécificité réside dans leur faible densité, leur petite taille, leur faible contraste, ainsi que la grande variété de leur morphologie. Plus précisément, les traitements appliqués devront respecter les structures planaires fines, mais aussi les jonctions, les angles ainsi que les interruptions et ne pas être trop destructif sur les structures ellipsoïdales (en vue de la segmentation des lacunes).

1.3.Détection ou débruitage ?

En matière de traitements d'images en vue de la segmentation de certaines structures, les notions de détection et de débruitage sont très proches mais doivent être différenciées. Dans un grand nombre de travaux, ces deux termes sont confondus, l'analogie se faisant entre un filtre réhausseur d'une structure spécifique et un détecteur de cette structure. Dans la plupart

des cas, on parle de débruitage lorsqu'il s'agit de traiter l'image en vue d'une utilisation qualitative (par exemple pour le confort visuel d'un observateur) et de détection lorsque le traitement est clairement mis en œuvre dans un but d'analyse et de quantification de l'image, notamment par segmentation. De fait, les techniques mises en œuvre sont bien souvent équivalentes voir duales (cf. SUSAN) et font appel aux mêmes outils (convolutions de noyaux, équation aux dérivées partielles...). Une distinction claire entre débruitage et détection réside dans la nature du résultat. Lors de débruitage, le résultat est de même nature que l'image originale, puisqu'il s'agit d'en retirer le bruit. Lors de détection, on calcule en tout point un paramètre à partir de l'image originale (par exemple la plus grande valeur propre de la matrice hessienne). Les valeurs calculées n'ont *a priori* plus la même nature que les valeurs de l'image initiale, quand bien même elles sont codées et visualisées en niveaux de gris ou en couleur. On parle aussi d'images paramétriques.

1.4. Différentes approches

Dans ce chapitre, nous nous intéressons d'abord aux méthodes de débruitage d'image. Les microfissures étant des objets fins et peu contrastés, nous nous sommes concentrés sur deux familles principales de méthodes non-linéaires de débruitage préservant les structures, à savoir la diffusion anisotrope et le filtrage bilatéral. Ces méthodes ont donné lieu à beaucoup de travaux visant leur développement et leur analyse. En outre, nous verrons que chacune d'elle peut entrer dans différents cadre théoriques (filtrage adaptatif, traitement statistique...) et donner lieu à différentes interprétations.

Une autre approche consiste à appliquer directement sur les images bruitées un détecteur sensible et robuste adapté aux objets à segmenter. Dans une seconde partie, nous reviendrons donc sur les détecteurs de Frangi [Frangi '98], Sato [Sato '98] et Descoteaux [Descoteaux '06] qui permettent la détection de structures linéaires dans les images 2D et filaires ou planaires dans les images 3D.

Nous nous intéresserons également aux filtres transformables qui permettent l'interpolation d'images filtrées par un noyau orienté d'un angle quelconque en fonction d'un nombre fini d'images filtrées par des noyaux de différentes orientations. Ces filtres présentent une alternative intéressante à la convolution par un masque adapté, par exemple un créneau 2D pour détecter les contours. En effet, l'orientation des structures étant inconnue *a priori*, il est nécessaire de filtrer l'image avec un grand nombre de filtres de différentes orientations, ce qui rend le traitement très lourd.

La dernière partie de ce chapitre est dédiée à la description de la théorie mise en œuvre dans le travail d'Aguet [Aguet '05] qui fusionne les cadres théoriques des filtres orientables et des détecteurs optimaux de Canny. Il en résulte un détecteur orientable de structures, optimal au sens de Canny, qui fournit un critère de planéité locale en tout point de l'image.

Diverses approches courantes n'ont pas été explorées et ne seront pas traitées. Certaines méthodes considérant des contours actifs, comme les level-sets ou les snakes, permettent une segmentation directe des images. Ces méthodes ont été écartées pour plusieurs raisons. La première réside dans le fait que généralement l'application de telles méthodes nécessite une initialisation, par exemple le positionnement de germes dans l'image. Dans notre situation, cette étape représenterait une charge de travail trop importante pour un opérateur et pourrait se révéler hasardeuse. De plus, ces méthodes sont utilisées en générales pour la segmentation de régions, tandis que nous sommes ici plus proches d'une approche « contours ». Enfin, ces méthodes sont itératives et le temps nécessaire et la charge de calculs ne sont donc pas constants.

2. Notations et pré-requis

Nous présenterons la plupart des notions sur des images 2D représentées par une fonction :

$$\begin{aligned} f : \mathbf{R}^2 &\rightarrow \mathbf{R} \\ \mathbf{x} &\mapsto f(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

On appelle Ω le support de l'image, $\Omega \subset \mathbf{R}^2$, tel que $f(\mathbf{x}) = 0$ si $\mathbf{x} \notin \Omega$. Lorsque nécessaire, nous traiterons des images 3D :

$$\begin{aligned} f : \mathbf{R}^3 &\rightarrow \mathbf{R} \\ \mathbf{x} &\mapsto f(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

En pratique, nos images sont discrétisées et quantifiées. Ainsi, l'image sera constituée d'un ensemble de pixels (ou voxels dans le cas des images 3D) associés à des niveaux de gris prenant un nombre fini de valeurs. Lorsque nécessaire, nous traiterons le cas des images discrétisées.

2.1. Notion de contour

La notion de contour est au centre des théories de traitement des images. En effet, il s'agit du premier élément « d'interprétation » de leur contenu. En outre, on peut résumer la segmentation par la définition des contours des différentes régions ou objets constituant l'image. Ces contours peuvent être de plusieurs ordre. Les contours les plus simples, ou du premier ordre, sont simplement des courbes délimitant deux zones. Parmi les contours du second ordre, on distingue les jonctions se situant à la rencontre de trois zones homogènes ou plus et les coins ou points anguleux se situant à la rencontre de deux contours délimitant deux mêmes zones mais de directions différentes.

2.2. Opérateurs linéaires de base

2.2.1. Filtres passe-bas simples

Une première approche permettant de diminuer le bruit consiste à moyenner les niveaux de gris de l'image sur des voisinages.

Soit l'image filtrée $g(\mathbf{x})$:

$$g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$$
$$\mathbf{x} \mapsto g(\mathbf{x})$$

Alors en tout point \mathbf{x} :

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{\int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} 1 \cdot d\mathbf{x}} \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} f(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3. 1)$$

où $V(\mathbf{x})$ est un voisinage du point \mathbf{x} . En général, pour une image 2D, on considère les voisinages $V(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} : \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \leq l\}$, où l est la taille du voisinage.

Cette opération peut être interprétée comme la convolution de l'image avec un masque (ou noyau) h :

$$h : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$$
$$\mathbf{x} \mapsto h(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{x} \in [-l, l]^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3. 2)$$

Ce type de filtrage dégrade fortement les contours et textures de l'image. De plus, son utilisation peut faire apparaître des artefacts de haute fréquence. En effet, le masque de convolution ayant un support spatial fini, son support dans le domaine fréquentiel est infini.

Une façon d'améliorer le comportement du filtre par rapport aux contours consiste à donner un poids plus faible aux points les plus éloignés du point considéré. L'exemple le plus répandu est le filtrage gaussien qui consiste à convoluer l'image avec un noyau gaussien discrétisé:

$$G_\sigma : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$$

$$\mathbf{x} \mapsto G_\sigma(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}\|^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (3.3)$$

Le paramètre sigma σ définit la largeur du lobe gaussien. Plus le paramètre σ sera élevé, plus l'image sera lisse. La transformée de Fourier d'un noyau gaussien est aussi un noyau gaussien de paramètre $f = \frac{1}{\sigma}$. Pour cette raison, le filtrage passe-bas par un noyau gaussien est souvent considéré comme un équilibre optimal entre filtrage spatial et fréquentiel.

Cependant, de tels filtres passe-bas ne tiennent pas compte des structures des images et leur application conduit à une dégradation de la résolution, avec notamment une disparition des détails et des contours.

2.2.2. Gradient et Hessien d'une image

La notion de contours d'une image implique un changement de niveaux de gris entre deux zones homogènes. De fait, les dérivées du premier et second ordre fournissent une précieuse information à leur sujet. Dans les cas favorables où les images sont peu bruitées, la détection des contours se fait même par seuillage des dérivées premières de l'image.

Dans le cadre des images bidimensionnelles, représentées par des fonctions de deux variables, la dérivée première de l'image est un vecteur appelé gradient et noté :

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Les dérivées secondes sont rassemblées dans la matrice Hessienne de taille 2x2 notée :

$$H_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}$$

On peut alors étudier et modéliser les variations des images grâce à un développement de Taylor à l'ordre 2:

$$f(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}) + \delta\mathbf{x}^T \nabla_{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) + \delta\mathbf{x}^T H_{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) \delta\mathbf{x} \quad (3.4)$$

Le gradient et le Hessien modélisent donc les structures de l'image respectivement aux premier et second ordres.

En pratique, le gradient peut être calculé à partir de filtres de type Sobel ou Prewitt qui calculent des différences entre voisins dans un direction donnée après avoir effectué un lissage dans la direction orthogonale. De même, la matrice Hessienne peut être calculée par combinaison de deux filtres de dérivateurs après lissage par un noyau gaussien.

Le lissage des images avant différenciation constitue en fait une sélection de l'échelle des structures de premier et second ordre étudiées. De manière plus générale, on peut définir les gradient et Hessien d'une image à l'échelle s à partir des formules :

$$\frac{\partial f^{[s]}}{\partial x}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * \frac{\partial G_s(\mathbf{x})}{\partial x} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})^{[s]}}{\partial x^2} = f(\mathbf{x}) * \frac{\partial^2 G_s(\mathbf{x})}{\partial x^2} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})^{[s]}}{\partial x \partial y} = f(\mathbf{x}) * \frac{\partial^2 G_s(\mathbf{x})}{\partial x \partial y} \quad (3.7)$$

Si les gradients et Hessiens d'une image contiennent des informations importantes sur sa structure, il n'est souvent pas possible de les exploiter directement. Ces opérateurs seront par contre utilisés dans un grand nombre de méthodes plus complexes, comme celles que nous allons traiter dans la suite de ce chapitre.

3. Les filtres préservant les contours

3.1. Introduction

Comme nous l'avons déjà dit, le débruitage d'image vise à réduire le bruit dans les images tout en conservant les structures d'intérêt, afin de permettre la segmentation. Pour cela, différents filtres peuvent être appliqués.

D'une manière théorique, le débruitage d'image peut être perçu comme un problème inverse dans lequel on cherche à retrouver une image non bruitée initiale à partir de l'image bruitée. Pour cela, on est en général amené à utiliser un modèle pour l'image originale, le bruit, ou les structures d'intérêt. L'hypothèse la plus répandue en ce qui concerne le bruit est celle du bruit additif. Soit f l'image bruitée à traiter et f_0 l'image originale, on considère le modèle de bruit u tel qu'en tout point $\mathbf{x} = (x, y)$ de l'image :

$$f(\mathbf{x}) = f_0(\mathbf{x}) + u(\mathbf{x})$$

Des suppositions peuvent aussi être faites sur le contenu de l'image. Par exemple, une hypothèse forte simplifiant considérablement le problème est de considérer que les images sont constantes par morceaux, c'est-à-dire partitionnées en zones homogènes. Enfin, un modèle de contour parfait peut être défini par un créneau (1D, 2D, ou 3D).

Dans la suite de ce paragraphe, nous décrirons principalement deux méthodes : la diffusion anisotrope et le filtrage bilatéral. Ces deux méthodes utilisent le modèle de l'image constante ou homogène par morceaux.

3.2. La diffusion anisotrope

3.2.1. Motivation

La diffusion anisotrope étudiée dans cette partie est un processus itératif durant lequel l'image originale évolue vers l'image filtrée. Il est donc nécessaire d'introduire la variable temporelle et de définir une image comme :

$$\begin{aligned} f : \mathbf{R}^3 &\rightarrow \mathbf{R} \\ \mathbf{x}, t &\mapsto f(\mathbf{x}, t) \end{aligned}$$

Il a été montré [Hummel '86, Koenderink '84] que l'image filtrée par un noyau gaussien peut être vue comme la solution de l'équation de la chaleur ou équation de diffusion:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \Delta f \quad (3.8)$$

avec la condition initiale $f_0 = f$.

Cette formulation indique que le filtrage gaussien répond à deux critères [Koenderink '84] : la causalité et l'homogénéité/isotropie. L'isotropie implique un traitement ne privilégiant aucune direction tandis que le principe de causalité interdit la création de structures de hautes fréquences par le filtrage. L'utilisation de la diffusion isotrope i.e. du filtrage gaussien pour le débruitage des images n'est pas satisfaisante, car elle induit une perte de localisation des contours. Perona stipule [Perona '90] que les méthodes de filtrage devraient procéder à un filtrage local et permettre la localisation précise des contours des images filtrées.

3.2.2. Principe de la diffusion anisotrope

Afin de satisfaire les critères édictés ci-dessus, Perona propose de modifier l'équation de diffusion en une équation anisotrope [Perona '90]. Il introduit alors une fonction c modulant la diffusion en fonction du point où elle est appliquée.

$$\begin{aligned} c : \mathbf{R}^3 &\rightarrow \mathbf{R} \\ \mathbf{x}, \sigma &\mapsto c(\mathbf{x}, \sigma) \end{aligned}$$

Si la fonction c est choisie constante, on revient au cas de la diffusion isotrope.

L'équation de diffusion anisotrope est posée comme :

$$\left[\frac{\partial f}{\partial t} \right](\mathbf{x}, t) = \text{div}(c(\mathbf{x}, t) [\nabla f](\mathbf{x}, t)) = c(\mathbf{x}, t) \cdot [\Delta f](\mathbf{x}, t) + [\nabla c](\mathbf{x}, t) \cdot [\nabla f](\mathbf{x}, t) \quad (3.9)$$

Le but ici est de limiter la diffusion sur les contours tandis qu'elle reste importante sur les zones homogènes. Le gradient de l'image est un bon estimateur de l'homogénéité locale, sa valeur étant faible dans les zones homogènes et fortes sur les contours. L'idée de Perona est de faire varier la diffusion en fonction de la valeur du gradient de l'image. On va choisir une fonction g :

$$\begin{aligned} g : \mathbf{R} &\rightarrow \mathbf{R} \\ \mathbf{x} &\mapsto g(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

telle que :

$$c(\mathbf{x}, t) = g(\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)) \quad (3.10)$$

La fonction g doit être décroissante et prendre pour valeur 1 en 0 afin de se ramener à une diffusion isotrope classique lorsque l'image est uniforme. Plusieurs choix de la fonction g ont été proposées, chacune avec leur spécificité. Perona propose tout d'abord les fonctions :

$$g(\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)) = \exp\left(-\left(\frac{\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)}{K}\right)^2\right) \quad (3.11)$$

et

$$g(\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)}{K}\right)^2} \quad (3.12)$$

On citera aussi les fonctions proposées par Aubert [Charbonnier '94] :

$$g(\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)) = \frac{K^{-2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)}{K}\right)^2}} \quad (3.13)$$

et Green [Green '90]:

$$g(\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)) = \frac{\tanh\left(\frac{\|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)}{K}\right)}{K \cdot \|\nabla f\|(\mathbf{x}, t)} \quad (3.14)$$

Le paramètre K doit être fixé comme une estimation du bruit du gradient et peut être estimé automatiquement. Il peut aussi être interprété comme la valeur minimale du gradient que doit prendre un contour pour être conservé. Chacune de ces fonctions représente un équilibre entre l'importance donnée à la préservation des contours et celle donnée au lissage des zones homogènes.

3.2.3. Implémentation

L'implémentation de cette méthode passe par la résolution de l'équation de diffusion anisotrope dans le domaine discret par un procédé itératif. L'échelle des temps est elle aussi discrétisée si bien qu'une itération permet de passer d'un temps t à un temps $t' = t + \lambda$. On notera $f_n(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}, n \cdot \lambda)$ l'image après n itérations.

Le terme $\left[\frac{\partial f}{\partial t} \right](\mathbf{x}, t)$ s'écrit alors :

$$\frac{f_{n+1}(\mathbf{x}) - f_n(\mathbf{x})}{\lambda} = \frac{f(\mathbf{x}, (n+1) \cdot \lambda) - f(\mathbf{x}, n \cdot \lambda)}{\lambda}$$

Le terme $[\nabla c](\mathbf{x}, t) \cdot [\nabla f](\mathbf{x}, t)$ est négligé, tandis que le terme $c(\mathbf{x}, t) \cdot [\Delta f](\mathbf{x}, t)$ est discrétisé dans les 4 directions pour devenir :

$$\sum_{\mathbf{u} \in U} (f_n(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - f_n(\mathbf{x})) \cdot g(|f_n(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - f_n(\mathbf{x})|)$$

où $U = \{(0,1), (1,0), (0,-1), (-1,0)\}$

L'équation devient alors :

$$\frac{f_{n+1}(\mathbf{x}) - f_n(\mathbf{x})}{\lambda} = \sum_{\mathbf{u} \in U} (f_n(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - f_n(\mathbf{x})) \cdot g(|f_n(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - f_n(\mathbf{x})|)$$

On calcule finalement le résultat de la diffusion anisotrope appliquée sur une image à l'itération $n+1$ à partir du résultat à l'itération n par la formule :

$$f_{n+1}(\mathbf{x}) = f_n(\mathbf{x}) + \lambda \sum_{\mathbf{u} \in U} (f_n(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - f_n(\mathbf{x})) \cdot g(|f_n(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - f_n(\mathbf{x})|) \quad (3.15)$$

Le paramètre λ doit être choisi assez grand pour que l'algorithme soit efficace mais assez faible pour que le processus de filtrage soit fidèle à l'équation continue.

3.2.4. Approche variationnelle

La diffusion anisotrope a fait l'objet de multiples travaux ayant pour but d'expliquer ses propriétés mathématiques à l'aide de nouvelles formulations. Un nombre important est référencé dans le travail de Black [Black '98]. Une approche générale pour étudier le comportement de cette méthode est l'approche variationnelle [Catté '92]. Cette approche est développée et interprétée en détail par You [You '96]. Nous en donnons ici l'idée principale.

On définit une énergie sur l'image comme :

$$E(f) = \lambda \int_{\Omega} \Phi(\|\nabla f\|) d\Omega \quad (3.16)$$

avec :

$$\frac{\Phi'(\|\nabla f\|)}{\|\nabla f\|} = g(\|\nabla f\|) \quad \text{et} \quad E(f) \geq 0 \quad (3.17)$$

Cette énergie peut être interprétée comme une mesure du caractère lisse de l'image. L'équation centrale de diffusion anisotrope peut alors être interprétée comme un processus de minimisation par descente de gradient de l'énergie. On peut montrer que la diffusion anisotrope conduit à une perte d'énergie globale du système :

$$\frac{dE(f(t))}{dt} = -\langle \nabla E(f), \nabla E(f) \rangle \leq 0 \quad (3.18)$$

où $\nabla E(f)$ est le gradient de $E(f)$ en f .

Le processus est donc convergent vers l'image $f(t)$ telle que $\nabla E(f) = 0$.

Le comportement de l'algorithme dépend donc de la forme de la fonction $\Phi(\|\nabla f\|)$. Les cas critiques apparaissent lorsque $\Phi(\|\nabla f\|)$ ne possède pas un unique minimum. Si elle possède plusieurs ou une infinité de minima, alors la convergence de l'énergie ne sera pas maîtrisée et une faible variation de l'image originale pourra engendrer une différence importante entre les images obtenues après filtrage. Par exemple, en partant d'une même image constante par morceaux et en ajoutant deux types de bruit différents, on pourra arriver à deux images filtrées non identiques. Si la fonction possède des minima locaux, la convergence peut se faire vers un de ces minima et l'algorithme n'atteindra jamais le minimum global. En pratique, on se contente souvent d'un certain nombre d'itérations sans chercher à atteindre le point de convergence.

3.2.5. Interprétations

a) Interprétation statistique

Black établit un lien avec le traitement statistique de l'information et pose l'approche variationnelle comme un problème d'estimation robuste [Black '98]. Il interprète la fonction $\Phi(x)$ comme une norme d'erreur robuste. Par exemple, la fonction de diffusion (3.11) proposée par Perona correspond à la norme Lorentzienne largement étudiée en Statistique.

Le problème d'estimation robuste se traduit alors comme un problème de minimisation d'une énergie exprimée comme :

$$E(f) = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} E_f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} \left[\frac{1}{2\sigma^2} (f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y}))^2 l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + P(l(\mathbf{x}, \mathbf{y})) \right] d\mathbf{x} d\mathbf{y} \quad (3.19)$$

où σ est un paramètre d'échelle, $l(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ une fonction décrivant la présence (en prenant une valeur proche de 0) ou l'absence (valeur proche de 1) de discontinuité dans la distribution statistique de niveaux de gris du voisinage $V(\mathbf{x})$ au point \mathbf{y} , et P une fonction choisie de sorte que le terme $P(l(\mathbf{x}, \mathbf{y}))$ s'annule lorsque $l(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tend vers 1 (présence d'une discontinuité) et prenne la valeur 1 lorsque $l(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tend vers 0 (voisinage homogène).

Ainsi, le terme $(f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y}))^2 l(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ est une mesure de l'uniformité des niveaux de gris sur le voisinage tandis que le terme $P(l(\mathbf{x}, \mathbf{y}))$ favorise la création de contour. La minimisation de cette énergie va donc établir un équilibre entre l'uniformisation des voisinages et la sauvegarde des contours. Cette équation étant une autre façon de poser le même problème de diffusion anisotrope, Black établit les relations entre les fonctions g , Φ , l et P . En particulier, dans le cas de la fonction proposée par Perona :

$$l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = g(\|f(\mathbf{y}, t) - f(\mathbf{x}, t)\|) \quad (3.1)$$

$$P(l) = l - 1 - \log(l) \quad (3.2)$$

$$E_f(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} \left[\frac{1}{2\sigma^2} (f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y}))^2 l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - 1 - \log(l(\mathbf{x}, \mathbf{y})) \right] d\mathbf{y} \quad (3.3)$$

De plus, Black suggère de s'intéresser particulièrement à $\mathbf{x} \Phi(\mathbf{x})$ qu'il interprète comme une fonction d'influence au sens statistique. Cette dernière décrit l'influence d'un contour proche d'un point sur le comportement de l'algorithme en ce point. De ce fait il propose d'utiliser la fonction de Tukey utilisée en Statistique, dont la fonction d'influence est nulle à partir d'une certaine distance à l'origine.

b) Lien avec le filtrage adaptatif

St Marc utilise l'expression de l'implémentation discrète de la diffusion anisotrope pour l'interpréter comme un filtre lisseur adaptatif [Saint-Marc '91]. En effet, on peut développer et réorganiser les termes de l'expression sous la forme :

$$f_{n+1}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{y \in V(\mathbf{x})} f_n(\mathbf{y}) \cdot w_n(\mathbf{x})}{\sum_{y \in V(\mathbf{x})} w_n(\mathbf{x})} \quad (3.4)$$

où

$$w_n(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{|d_n(\mathbf{x})|^2}{2k^2}\right) \text{ avec } d_n(\mathbf{x}) \text{ dépendant du gradient en } \mathbf{x}.$$

3.2.6. Performances

La diffusion anisotrope affiche de bonnes performances pour le débruitage des images préservant les contours. Toutefois, quelques points sont à déplorer. Tout d'abord il s'agit d'un algorithme itératif. Cela implique d'une part un temps de calcul plus important et d'autre part le réglage du nombre d'itération et de la constante de temps λ . De plus, la convergence n'est pas constante sur toute l'image : elle est ralentie dans les zones proches des contours. Enfin, nous avons vu que le choix de la fonction de diffusion est crucial. Notamment, la plupart des fonctions de diffusion font appel à un paramètre K définissant la hauteur minimale des contours à conserver.

Enfin, la diffusion anisotrope étant basée sur le modèle des images constantes par morceaux, elle n'est pas adaptée aux variations graduelles (dégradés) qui donnent lieu à un effet d'escalier. Des méthodes ont été proposées pour limiter ces artefacts [Acton '98].

3.3. Le filtrage bilatéral

3.3.1. Motivation : Les filtres d'ordres

On désigne par le terme général de filtres de voisinages des opérateurs considérant la distribution des niveaux de gris sur des voisinages, ce qui revient à travailler sur des histogrammes locaux. Le plus répandu d'entre eux est le filtre médian qui consiste à attribuer au pixel central de chaque voisinage la valeur médiane de la liste ordonnée des niveaux de gris des pixels qui le constituent. Bien que très simple, cet algorithme se montre efficace dans la préservation des contours simples. Toutefois, ses performances se dégradent fortement en présence de contours plus complexes (coins ou jonctions). Ce phénomène vient du fait que chaque pixel d'un voisinage est considéré de façon identique. Le pixel central n'a pas plus de poids qu'un pixel à la périphérie du voisinage.

Le filtre médian pondéré [Brownrigg '84] tend à remédier à ce problème en insérant un certain nombre de fois dans la liste la valeurs de niveaux de gris des pixels en fonction de leur position par rapport au centre du voisinage.

Le filtre « n plus proches voisins » [Davis '78] calcule le niveau de gris du pixel central du voisinage comme la moyenne des n pixels dont le niveau de gris est le plus proche. Le filtrage par « médian tronqué » [Bedner '84] consiste à enlever de la liste les k premiers et derniers pixels de la liste initiale pour en prendre le médian. Le filtre « sigma » [Lee '83] calcule la moyenne des niveaux de gris des pixels du voisinage, en sélectionnant ceux dont la différence de niveau de gris par rapport au pixel central n'est pas supérieure à un paramètre sigma.

3.3.2. Méthode

Une idée implicite des méthodes décrites précédemment est de sélectionner les pixels du voisinage appartenant à la même région. Cette idée est au centre du filtrage bilatéral [Tomasi '98] et de la méthode SUSAN développée par Smith [Smith '97]. Contrairement à la diffusion anisotrope qui partait d'une équation différentielle définie dans un cadre théorique pour arriver à un algorithme de débruitage, le filtrage bilatéral a été introduit comme un algorithme heuristique basé sur une idée intuitive. Il n'est pas itératif.

Pour la plupart des méthodes de filtrage linéaires passe-bas, on suppose que des pixels proches spatialement portent une information similaire d'où l'utilisation de voisinages. Cette hypothèse n'est pas vérifiée pour les contours de l'image et conduit généralement à la dégradation des contours.

On peut de la même façon considérer une mesure de la similarité de pixels en comparant leurs niveaux de gris. On considère alors que des pixels portent la même information si ils sont similaires par leur niveaux de gris. Cette hypothèse est valide à l'intérieur de voisinages en tout point des images constantes par morceaux, même aux points voisins des contours. Cette idée est utilisée dans [Wang '81] sous le nom d' « opérateur par gradient pondéré inverse ». En tout point \mathbf{x} de l'image, on calcule une moyenne des niveaux de gris des pixels appartenant à un voisinage $V(\mathbf{x})$ pondérés en fonction de la différence de niveau de gris par rapport au pixel central.

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sum_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} \frac{1}{\max\{1/2, f(\mathbf{y}) - f(\mathbf{x})\}}} \cdot \sum_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} \frac{f(\mathbf{y})}{\max\{1/2, f(\mathbf{y}) - f(\mathbf{x})\}} \quad (3.5)$$

Le filtrage bilatéral considère simultanément le domaine spatial et l'espace des niveaux de gris, d'où son nom. On définit le résultat du filtrage bilatéral d'une image f en tout point par :

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu} \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} f(\mathbf{y}) \cdot c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot s(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{y})) d\mathbf{y} \quad (3.6)$$

$$\text{avec } \mu = \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot s(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{y})) d\mathbf{y}$$

Le terme μ est un terme de normalisation tandis que les fonctions c et s sont des mesures de similarité spatiale et en valeur. On pourra prendre par exemple des fonctions gaussiennes uni- et bi- dimensionnelles de paramètres σ et t . La formulation est alors similaire au filtre SUSAN.

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu} \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x}), \mathbf{y} \neq \mathbf{x}} f(\mathbf{y}) \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2}{2\sigma^2} - \frac{\|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})\|^2}{t^2}\right) d\mathbf{y} \quad (3.7)$$

σ doit être choisi en fonction de l'échelle de l'image, c'est-à-dire de la taille des objets ne devant pas être supprimés par le filtrage. De même, t doit être choisi en fonction de la distribution des niveaux de gris de l'image originale théorique (avant bruitage) et de la « hauteur » des contours à conserver (différence des niveaux de gris des zones homogènes séparées par le contour). Le choix de ce paramètre n'est pas critique selon Smith. Notons la suppression du pixel central dans la méthode SUSAN, qui permet d'après Smith une meilleure réduction du bruit impulsionnel.

3.3.3. Interprétation comme filtrage adaptatif

Barash montre simplement que le filtrage bilatéral est un filtrage adaptatif [Barash '02].

En effet, on peut réécrire l'équation (3.7) comme :

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu} \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} f(\mathbf{y}) \cdot w_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \cdot d\mathbf{y} \quad (3.8)$$

avec :

$$w_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) = c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot s(f(\mathbf{x}), f(\mathbf{y})) = \exp\left(\frac{-\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2}{\sigma_c^2}\right) \cdot \exp\left(\frac{-\|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})\|^2}{\sigma_s^2}\right) \quad (3.9)$$

Si l'image est constante ou homogène sur $V(\mathbf{x})$, alors pour tout point \mathbf{y} du voisinage $s(f(\mathbf{x}), f(\mathbf{y})) \approx 1$ et $w_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \approx c(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Le filtrage est alors équivalent à un filtrage gaussien.

Supposons que \mathbf{x} soit situé au voisinage d'un contour tel que pour tout point \mathbf{y} d'un voisinage $V_a(\mathbf{x})$, on a $f(\mathbf{y}) \approx f(\mathbf{x})$ et pour tout point \mathbf{y} d'un voisinage $V_b(\mathbf{x})$ on a $f(\mathbf{y}) \gg f(\mathbf{x})$, avec $V(\mathbf{x}) = V_a(\mathbf{x}) + V_b(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in V_a(\mathbf{x})$. Alors pour tout point \mathbf{y} de $V_a(\mathbf{x})$, on a $s(f(\mathbf{x}), f(\mathbf{y})) = 1$ et $w_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) = c(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tandis que pour tout point \mathbf{y} de $V_b(\mathbf{x})$, on a $s(f(\mathbf{x}), f(\mathbf{y})) = 0$ et $w_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) = 0$. Ainsi, le masque de filtrage prend la forme du contour. La Figure 3.1 (tirée [Durand '02]) illustre ce principe. De gauche à droite, on trouve: une représentation des niveaux de gris d'un contour bruité, les masques correspondant aux filtrages dans le domaine spatial et dans le domaine des niveaux de gris calculés pour le point marqué en rouge, le masque final appliqué en ce point obtenu par multiplication et enfin une représentation du contour débruité.

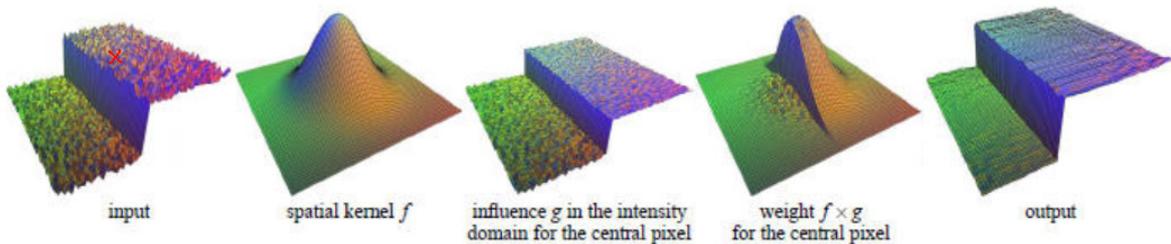


Figure 3.1 Application du filtre bilatéral sur un créneau. De gauche à droite : Représentation du contour, filtre spatial appliqué en un point sur la partie haute du contour, filtre en niveau de gris pour le même point, multiplication des deux, résultat du filtrage du contour.

3.3.4. Interprétation statistique

De même que pour la diffusion anisotrope, on peut traduire le filtrage bilatéral comme un problème de minimisation d'énergie ou d'estimation statistique avec une énergie à minimiser [Elad '02]. Le filtrage bilatéral correspond alors à une itération d'un processus de

minimisation de l'énergie par la méthode de Jacobi. Si dans le cas de la diffusion anisotrope le seul gradient intervient dans l'expression de l'énergie, les dérivées n-ièmes de l'image sont considérées ici (Hessien, ...). Cela traduit le fait que la diffusion anisotrope ne considère que les variations de pixels voisins tandis que le filtrage bilatéral considère en même temps tous les pixels appartenant à un voisinage, donc plus éloignés.

Partant de cette constatation, Elad [Elad '02] suggère d'appliquer itérativement le filtrage bilatéral afin de poursuivre la minimisation de l'énergie vers le point de convergence, et donc améliorer le filtrage. Effectivement, les tests auxquels il procède sur des images constantes par morceaux bruitées montrent que la répétition de filtrage bilinéaire est bénéfique.

Partant d'un cadre théorique proche, Takeda [Takeda '07] propose de calculer la meilleure estimation possible non seulement de la valeur de l'image, mais aussi de ses dérivées n-ièmes. Cela le conduit alors à la définition de filtres bilatéraux d'ordre supérieurs qu'il teste avec succès sur des images complexes (Lena).

3.3.5. Commentaire

Les tests fait sur ce filtre ont montré qu'il est particulièrement performant [Elad '02,Smith '97,Takeda '07,Tomasi '98]. En particulier, il préserve bien les structures complexes comme les coins. Les problèmes de rendu en escalier peuvent aussi apparaître avec ce type de filtrage. Buades [Buades '06] montre que ce problème est inhérent au modèle de l'image constante par morceaux utilisé dans les filtres bilatéraux – et dans la diffusion anisotrope - et propose une amélioration.

Le principal avantage du filtre bilatéral par rapport à la diffusion anisotrope est qu'il n'est pas itératif. De plus, il ne nécessite le réglage que d'un faible nombre de paramètres, qui sont moins sensibles et plus intuitifs que ceux de la diffusion anisotrope.

Ce filtrage est fortement non-linéaire, étant donné que le masque de convolution change en tout point. De fait, il est aussi non-séparable. Dans le travail de Pham [Pham '05], un filtre bilatéral séparable est implémenté par application successives de filtres bilatéraux unidimensionnels. Il est montré qu'un tel filtre est une bonne approximation du filtrage bilatéral bidimensionnel et affiche des performances inférieures mais comparables. La motivation est bien entendu la diminution de la complexité de l'algorithme lié au nombre d'opérations et au temps de calcul nécessaires.

3.4. Conclusion

Ces deux familles de débruitage sont efficaces pour le débruitage des images tout en conservant les contours. Comme nous l'avons vu, elles trouvent leur origines dans des cadres théoriques complètement différents, mais peuvent toutes deux être interprétées comme des processus de minimisation d'une énergie globale. Dans la plupart des cas [Black '98, Perona '90], une approche similaire permet de construire un détecteur de contour « dual ». En effet, l'information concernant les contours présents dans l'image est implicitement extraite pour permettre leur préservation. Elle est donc en général accessible facilement. Dans le cas de SUSAN [Smith '97], une approche de détection de contours et de points anguleux est d'abord développée puis donne lieu à une technique de débruitage.

Dans les deux cas, l'apparition d'effet de rendu en escalier est souvent inévitable, puisque inhérent au modèle d'image constante par morceaux. De surcroît, ce modèle est particulièrement mal adapté à notre situation. En effet, les microfissures ne peuvent pas être considérées comme des zones homogènes de part leur très faible épaisseur. Dans le cas d'une microfissure d'épaisseur 1 voxel, le principe du contour séparant deux zones perd son sens..

L'application des filtres médians (masque 3 pixels), bilatéraux (masque 7, seuil 50) et de la diffusion anisotrope (20 itérations, pas : 20, seuil 5) sur une image présentant une microfissure fine est présentée sur la Figure 3.2 en guise d'illustration. Le débruitage des régions homogène peut être constaté sur ces images. Cependant, les paramètres ont dû être choisis de sorte à ce que le filtrage ne fasse pas disparaître totalement la microfissure, limitant le débruitage des zones homogènes. Le filtre médian conduit à une forte diminution du contraste de la microfissure, tandis que la diffusion anisotrope semble préserver certaines parties mais en estomper complètement d'autres. Le filtre bilatéral quant à lui semble préserver correctement la microfissure. Dans tous les cas, on constate que si ces méthodes peuvent débruiter les zones homogènes en préservant les structures fines, le contraste de celles-ci n'est en aucun cas amélioré. Leur segmentation reste donc difficile.

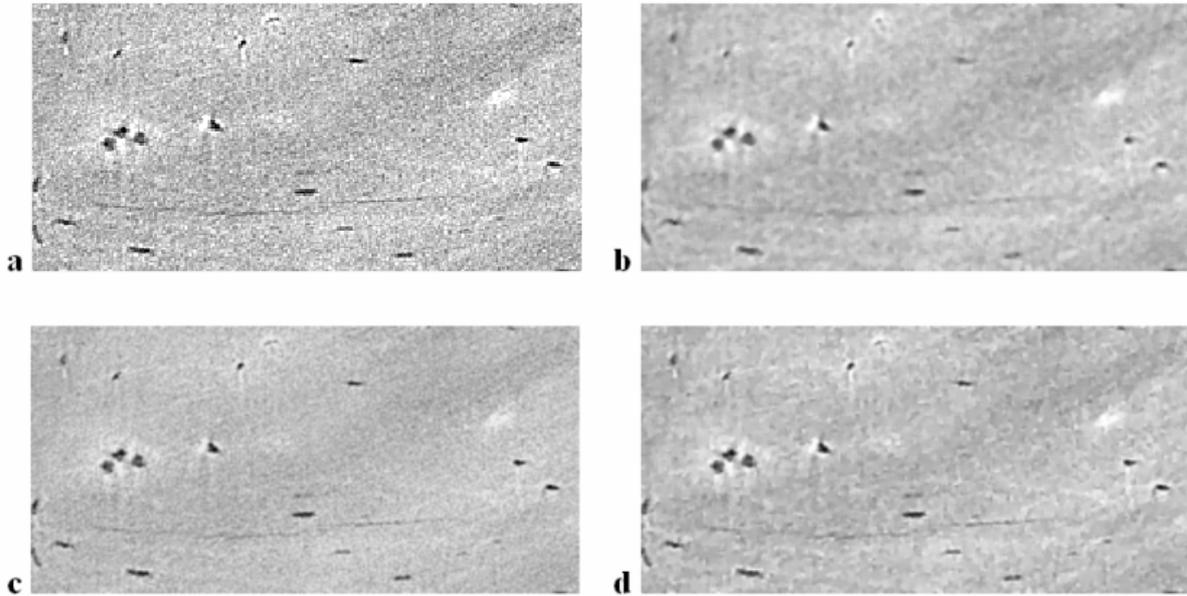


Figure 3.2 Application des filtres à une image contenant une microfissure fine. a : image originale. b : filtrage médian (masque 3 pixels). c : filtre bilatéral (masque 7, seuil 50. d : diffusion anisotrope(20 itérations, pas : 20, seuil 5).

4. Les détecteurs de structures linéaires, filaires et planaires

Dans le paragraphe précédent, nous avons constaté la nécessité d'utiliser un filtre qui serait sensible aux structures fines et améliorerait leur contraste, en plus de les respecter. Dans les paragraphes suivants, des techniques de détection de structures filaires et planaires dans les images 3D sont présentées. Ces techniques se basent sur la diagonalisation de la matrice Hessienne et l'analyse de ses valeurs propres. Il s'agit ici clairement de détection, les valeurs de sorties n'étant pas des intensités visuelles.

4.1. Analyse des valeurs propres de la matrice Hessienne

Nous rappelons que la matrice Hessienne d'une image 3D peut être calculée en tout point comme :

$$H_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

et décrit les structures de l'image au second ordre. La matrice étant symétrique, elle est diagonalisable. Ses valeurs propres λ_1, λ_2 et λ_3 ($|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq |\lambda_3|$) sont associées respectivement aux vecteur $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ et \mathbf{n}_3 formant une base orthonormale.

D'après la théorie de la décomposition en valeur singulière, les vecteurs $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ et \mathbf{n}_3 sont orientés dans les directions principales du tenseur associé à la matrice Hessienne. Ils donnent donc accès aux directions des structures décrites par la matrice Hessienne, les valeurs propres correspondant aux valeurs des dérivées secondes dans ces directions.

L'analyse des ordres de grandeurs de ces valeurs propres dans le cas des structures planaires, filaires ou de l'absence de structure (blob) permettra une analyse des structures locales. Par exemple, une structure filaire varie fortement dans une direction et faiblement dans les deux autres. Les différentes configurations [Frangi '98, Lorenz '97, Sato '98] donnent lieu au tableau ci-dessous :

λ_1	λ_2	λ_3	Structure
Faible	Faible	Forte, négative	Planaire (clair)
Faible	Faible	Forte, positive	Planaire (sombre)
Faible	Forte, négative	Forte, négative	Tubulaire (clair)
Faible	Forte, positive	Forte, positive	Tubulaire (sombre)
Forte, négative	Forte, négative	Forte, négative	Blob (clair)
Forte, positive	Forte, positive	Forte, positive	Blob (sombre)
Autre cas			Isotrope, bruit

Tableau 3. 1 : Comportement des valeurs propres de la matrice hessienne pour différentes structures

À partir des trois directions et des trois valeurs propres, on peut construire un ellipsoïde représentant le tenseur décrit par la matrice Hessienne, c'est-à-dire la structure de l'image en ce point. Ses demi-axes sont orientés selon les trois vecteurs propres et sont de dimensions λ_1, λ_2 et λ_3 .

4.2. La détection de structure filaires et planaires

Les algorithmes de détection des structures filaires et planaires présentées ici sont toutes basées sur l'analyse des valeurs propres de la matrice Hessienne. Le raisonnement à la base de ces techniques est de calculer à partir des valeurs propres un critère atteignant des valeurs fortes pour la structure à détecter et des valeurs faibles pour les autres.

Lorenz [Lorenz '97] propose le critère de détection des structures filaires :

$$\mu = \sigma^\gamma \frac{|\lambda_1| + |\lambda_2|}{2|\lambda_3|} \quad (3. 10)$$

qui prend bien des valeurs proches de 1 si les valeurs propres sont dans la même configuration que celle des structures filaires, et des valeurs proches de 0 sinon. Le facteur σ^γ est un terme de normalisation par rapport à l'échelle.

De même, Sato [Sato '98] propose d'utiliser la fonction :

$$L = -\lambda_2 \times \begin{cases} \exp\left(-\frac{\lambda_3^2}{2(\alpha_1 \lambda_2)^2}\right), & \lambda_3 \leq 0, \lambda_2 \neq 0 \\ \exp\left(-\frac{\lambda_3^2}{2(\alpha_2 \lambda_2)^2}\right), & \lambda_3 > 0, \lambda_2 \neq 0 \\ 0 & , \lambda_2 = 0 \end{cases} \quad (3. 11)$$

α_1 et α_2 sont des paramètres interprétables comme des seuils sur le rapport $\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$.

Ces paramètres n'utilisent que deux des trois valeurs propres. Frangi [Frangi '98] élabore une fonction mesurant la tubularité des structures étudiées à partir de trois critères. Le premier discrimine les structures isotropes (blob) et le bruit. Il peut s'interpréter comme le rapport des

volumes normalisés de l'ellipsoïde associé à la structure et d'un ellipsoïde associé à une structure isotrope de section égale à la plus grande section de la première :

$$R_{blob} = \frac{|\lambda_1|}{\sqrt{|\lambda_2\lambda_3|}} = \frac{Volume/(4\pi/3)}{(Plus\ Grande\ Section/\pi)^{3/2}} \quad (3.12)$$

Ce critère prend des valeurs proches de 1 pour les structures isotropes et proches de 0 pour les structures filaires et planaires.

Le second discrimine les structures planaires des filaires en considérant le rapport normalisé de la plus grande section de l'ellipsoïde représentant la structure et la surface d'un disque dont le rayon serait le plus grand axe de l'ellipsoïde

$$R_{fil} = \frac{|\lambda_2|}{|\lambda_3|} = \frac{(Plus\ Grande\ Section/\pi)}{(Plus\ Grand\ Axe)^2} \quad (3.13)$$

Il prend des valeurs proches de 1 pour les structures planaires et proches de 0 pour les structures filaires.

Enfin le troisième terme évalue le niveau de bruit du voisinage, et donc la pertinence de l'analyse :

$$R_{bruit} = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2} \quad (3.14)$$

Dans le but de différencier les structures planaires des autres, Descoteaux [Descoteaux '06] ajoute ce paramètre :

$$R_{plan} = \frac{(|2|\lambda_3| + |\lambda_2| + |\lambda_1|)}{|\lambda_3|} \quad (3.15)$$

Ces critères sont enfin combinés dans des fonctions. Frangi propose une mesure de la tubularité ou « vesselness » :

$$V = \begin{cases} \left(\left(1 - \exp\left(-\frac{R_{blob}^2}{2\alpha_1^2}\right) \right) \times \exp\left(-\frac{R_{fil}^2}{2\alpha_2^2}\right) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{R_{bruit}^2}{2\alpha_3^2}\right) \right) \right) \\ 0 \quad , \quad \lambda_2 > 0 \quad ou \quad \lambda_3 > 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Tandis que Descoteaux [Descoteaux '06] propose une fonction de planéité ou « sheetness » :

$$P = \begin{cases} \left(1 - \exp\left(-\frac{R_{plan}^2}{2\alpha_1^2}\right) \right) \times \exp\left(-\frac{R_{fil}^2}{2\alpha_2^2}\right) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{R_{bruit}^2}{2\alpha_3^2}\right) \right) \\ 0, \quad \lambda_3 > 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

Ces fonctions font appels à trois paramètres α_1 , α_2 et α_3 qui jouent le rôle de seuils.

Implicitement, ces fonctions admettent aussi un paramètre d'échelle, le σ utilisé lors du calcul des dérivées premières et secondes à partir de noyaux gaussiens (cf. 2.2.2)

Ce facteur d'échelle n'étant pas connu *a priori*, une solution [Frangi '98, Sato '98] consiste à calculer le paramètre P ou S en un point de l'image pour plusieurs valeur de σ et de ne conserver que la réponse maximale. Par exemple :

$$V(x) = \max_{\sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max}} (V(x, \sigma)) \quad (3.18)$$

4.3. Commentaire

Les détecteurs de structures filaires et planaires présentés ici se basent sur une analyse des valeurs propres de la matrice Hessienne calculée en tout point. Ils ont été appliqués avec succès pour la segmentation et/ou la visualisation de vaisseaux sur des images IRM [Frangi '98] ainsi que de bronches [Sato '98] et d'os crânien [Descoteaux '06] sur des images CT . Dans un travail récent [Pacureanu '09], les performances des méthodes de Frangi et de Sato ont été évaluées sur fantôme et appliquées à des images réelles d'os cortical en vue de la segmentation de canalicule dont le diamètre ne dépasse pas $0.5\mu\text{m}$ [Shapiro '88]. Les résultats obtenus montrent que la méthode de Sato préserve mieux la connectivité des structures.

Bien que ces méthodes se montrent efficaces, leur utilisation est rendue difficile par le réglage des paramètres. Leur choix est très sensible et les valeurs optimales varient selon les caractéristiques de l'image, si bien qu'une utilisation dans le cadre d'une méthode automatique est impossible. De fait, leur nature n'est en relation avec aucun paramètre

mesurable puisqu'il s'agit de seuils sur des quantités formées par sommation et division de valeurs propres de matrices hessiennes.

Comme le note Frangi, l'intérêt de l'analyse des valeurs propres de la matrice hessienne réside surtout qu'elle est robuste à l'orientation locale des structures. De fait, cette orientation est calculée implicitement et apparaît dans l'expression des vecteurs propres.

5. Les filtres orientables

5.1. Introduction

En plus des méthodes spécifiques décrites précédemment, des détecteurs de structures filaires, planaires, ou quelconques (par exemple points anguleux), peuvent être implémentés par convolution d'un noyau représentant le motif à détecter. Par exemple, un détecteur de structures planaires orientées selon O_x (par leur vecteur normal) et d'épaisseur a peut être implémenté par convolution du noyau :

$$H_{plan}(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{(y^2)}{2a^2}\right) \quad (3.19)$$

qui est constant dans la direction O_x et varie dans la direction O_y . Le noyau peut alors être interprété comme un modèle de structure planaire et la valeur en tout point de l'image après convolution comme une mesure de similarité entre le masque et la structure locale de l'image. Contrairement aux méthodes basées sur l'analyse des valeurs propres du Hessien, la réponse d'une structure planaire à ce noyau dépend fortement de l'orientation. Ainsi, la réponse d'une structure planaire à la convolution par un noyau ne sera forte que si leurs orientations respectives sont proches. Afin de détecter les structures quelque soit leur orientation, il est nécessaire de convoluer l'image avec une batterie de filtres construits par rotation du filtre de base.

Cette solution est évidemment fort coûteuse et implique de surcroît une discrétisation du domaine des orientations des structures. Par exemple, la convolution de l'image par 16 noyaux orientés est très lourde, et correspond à une résolution angulaire de $\frac{\pi}{16}$ radians. Une liste de travaux utilisant ce principe est donnée en introduction du travail de Perona sur les filtres orientables [Perona '92].

La théorie des filtres orientables a pour but le calcul de la réponse d'une image à la convolution par un noyau de base orienté d'un angle θ quelconque, et ce à partir de la convolution de l'image par un nombre limité de filtres orientés. Ainsi, il est possible de concevoir un détecteur en définissant simplement un noyau adapté aux structures d'intérêt dans une orientation.

L'exemple le plus simple [Freeman '91] est la dérivée première d'un noyau gaussien dans une direction quelconque. Soit $G_1^0(\mathbf{x}) = \frac{\partial G_\sigma(\mathbf{x})}{\partial x}$ et $G_1^\theta(\mathbf{x}) = \frac{\partial G_\sigma(\mathbf{R}_\theta \mathbf{x})}{\partial x}$ où \mathbf{R}_θ est la matrice de

rotation d'angle θ , alors $G_1^{\frac{\pi}{2}}(\mathbf{x}) = \frac{\partial G_\sigma(\mathbf{x})}{\partial y}$ et on peut montrer facilement que :

$$G_1^\theta(\mathbf{x}) = \cos \theta G_1^0(\mathbf{x}) + \sin \theta G_1^{\frac{\pi}{2}}(\mathbf{x}) \quad (3.20)$$

Alors la convolution d'une image par le noyau ayant subi la rotation peut s'écrire :

$$[f * G_1^\theta](\mathbf{x}) = \cos \theta [f * G_1^0](\mathbf{x}) + \sin \theta \left[f * G_1^{\frac{\pi}{2}} \right](\mathbf{x}) \quad (3.21)$$

On voit donc ici que le résultat du filtrage par le noyau orienté dans une direction quelconque se déduit du résultat du filtrage par deux noyaux de bases. Cette formule explicite est notamment utilisée pour l'implémentation du filtre de Canny [Canny '86], mais ne considère que des dérivées premières de noyaux gaussien. La théorie des filtres orientables permet de généraliser ce principe à différents types de noyaux, notamment pour obtenir une meilleure sélectivité.

Les bases de cette théorie ont été posées par Freeman [Freeman '91] et seront traitées dans le premier paragraphe. Ensuite, nous traiterons de l'élargissement du cadre théorique par Simoncelli [Simoncelli '92], notamment par l'introduction de la possibilité de choisir l'échelle des structures. Enfin, deux interprétations différentes mais apportant chacune des éléments de réponse aux problèmes de la conception de tels filtres seront développées. La première est analytique et s'appuie sur la théorie de la décomposition en valeurs singulières [Perona '91], la seconde est algébrique et utilise la théorie des groupes de Lie [Michaelis '95]. Pour finir, des applications concrètes de ces théories seront présentées.

5.2. Définitions et premières propriétés

Partant de la formule
$$[f * G_1^\theta](\mathbf{x}) = \cos \theta [f * G_1^0](\mathbf{x}) + \sin \theta \left[f * G_1^{\frac{\pi}{2}} \right](\mathbf{x})$$

(3. 21), un filtre de noyau h est dit orientable selon Freeman [Freeman '91] si et seulement si il existe un entier M appelé « ordre du filtre », un ensemble de noyaux $\{h^{\theta_k}(\mathbf{x}) = h(R_{\theta_k} \mathbf{x})\}$ construit par rotation d'un noyau de base $h(\mathbf{x})$ par un nombre M d'angles θ_k , et un ensemble de M fonctions dites d'interpolations $\{b_k(\theta)\}$, tels qu'on puisse exprimer le noyau pivoté d'un angle θ quelconque par la formule :

$$h(R_\theta \mathbf{x}) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k(\theta) h^{\theta_k}(\mathbf{x}) \quad (3. 22)$$

Alors, si $f(\mathbf{x})$ est l'image à filtrer avec le noyau orienté d'angle θ , en définissant $\{f^{\theta_k}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(R_{\theta_k} \mathbf{x})\}$ comme l'ensemble des images obtenues par convolution de $f(\mathbf{x})$ avec les noyaux orientés $h^{\theta_k}(\mathbf{x})$, on peut écrire :

$$f(\mathbf{x}) * h(R_\theta \mathbf{x}) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k(\theta) f^{\theta_k}(\mathbf{x}) \quad (3.23)$$

Ainsi, une fois les images $\{f^{\theta_k}(\mathbf{x})\}$ et les fonctions $\{b_k(\theta)\}$ disponibles, la réponse de l'image au filtre orienté de n'importe quel angle θ peut se calculer simplement par combinaison linéaire. Le diagramme ci-dessous (Figure 3.3) illustre la construction de tels filtres :

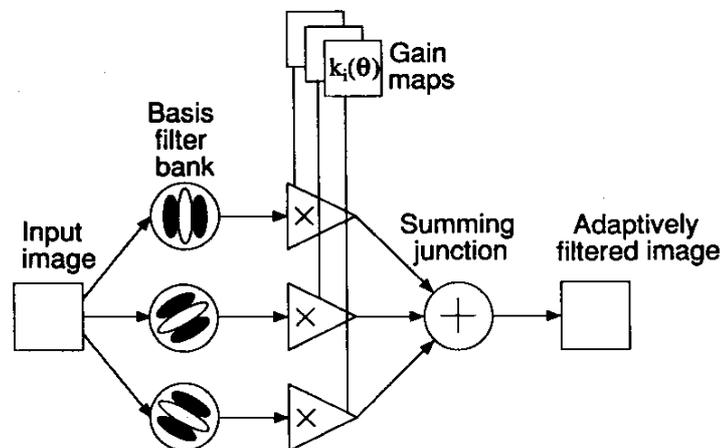


Figure 3.3 Filtrage d'une image par un filtre orientable par interpolation de filtre de bases (tiré de [Freeman '91])

L'existence et l'utilisation de tels filtres sont entièrement déterminées par l'existence et l'expression des fonctions $\{b_k(\theta)\}$ ainsi que par les propriétés du noyau de base $h^{\theta_0}(\mathbf{x})$

Une définition exhaustive des filtres orientables comprenant l'ensemble des conditions nécessaires et suffisantes à leur existence est complexe (cf. paragraphes suivants). Freeman considère en premier lieu les fonctions polaires dont la décomposition en série de Fourier fait appel à un nombre finit de coefficients :

$$f(\mathbf{r}, \phi) = \sum_{n=-N}^N a_n(r) e^{in\phi} \quad (3.24)$$

La condition (3.22) s'écrit alors :

$$h(\mathbf{r}, \theta) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k(\theta) \sum_{n=-N}^N a_n(r) e^{in\theta_k} = \sum_{n=-N}^N \sum_{k=0}^{M-1} b_k(\theta) a_n(r) e^{in\theta_k} \quad (3.25)$$

que l'on peut égaliser avec l'équation (3.24) $f(\mathbf{r}, \phi) = \sum_{n=-N}^N a_n(r) e^{in\phi}$

(3.24) et projeter sur la base formée par $\{e^{in\phi}\}$.

En se restreignant aux termes tels que $n > 0$, on obtient un système de N équations exprimables sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta} \\ \vdots \\ e^{iN\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{i\theta_0} & e^{i\theta_2} & \dots & e^{i\theta_{M-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e^{iN\theta_0} & e^{iN\theta_2} & \dots & e^{iN\theta_{M-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0(\theta) \\ b_2(\theta) \\ \vdots \\ b_{M-1}(\theta) \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Les fonctions $\{b_k(\theta)\}$ existent donc si et seulement si le système est soluble, c'est-à-dire si la matrice NxM centrale est inversible. Les coefficients $a_n(r)$ n'étant pas *a priori* tous non nuls, la matrice est inversible si le nombre M de filtres de base est au moins aussi important que le nombre de coefficients $a_n(r)$ non nuls. De plus, si la matrice est inversible, on peut développer le produit matriciel pour exprimer explicitement les fonctions $\{b_k(\theta)\}$.

Cet exemple peut sembler anecdotique car il ne concerne qu'une certaine famille de fonctions. Au contraire, il est important par le fait que des raisonnements très similaires apparaissent

dans bon nombre de travaux ultérieurs. Entre autre, l'écriture matricielle se prête bien à la représentation de combinaisons linéaires.

Freeman traite aussi des fonctions polynomiales (par rapport aux coordonnées cartésiennes x et y) de degré N fenêtrées par une fonction radiale symétrique et montre qu'on peut les synthétiser à partir de $2N+1$ fonctions d'interpolations. Un corollaire important est que toutes les dérivées partielles de noyaux gaussiens sont orientables.

Même si les filtres décrits par Freeman présentent une avancées par rapport à la convolution d'une batterie de noyaux de différentes orientations, il est néanmoins très restrictif de se limiter aux fonctions polaires dont la décomposition de Fourier fait appel à un nombre fini de coefficients. Ainsi, des travaux ultérieurs ont visé à généraliser ces résultats et à étudier la possibilité de concevoir des filtres orientables de différentes natures.

5.3. Généralisation

Une généralisation des travaux de Freeman a été développée par Simoncelli [Simoncelli '92], avec la notion de fonctions « transformables ». Cette notion inclut l'orientabilité, i.e. un décalage de la variable angulaire, mais aussi le changement d'échelle par décalage du changement d'échelle et la translation par décalage des coordonnées cartésiennes.

Le but de Simoncelli est au départ d'affranchir le principe de décomposition en pyramide (que l'on retrouve par exemple dans la décomposition en ondelettes) des problèmes de discrétisation du plan, du facteur d'échelle et des angles qui conduisent aux effets d'aliasing. L'interpolation de la convolution d'une image par un noyau d'échelle et d'orientation quelconque à partir d'images de bases représente en effet une solution.

Le problème est posé par Simoncelli comme suit. Les structures de l'image peuvent être décrites par les paramètres (x, y, σ, θ) , x et y étant leur position, σ leur échelle et θ leur orientation. Pour s'affranchir des problèmes liés à la discrétisation lors de la décomposition pyramidale, il est nécessaire d'interpoler l'espace discret des paramètres (x, y, σ, θ) pour obtenir un espace continu.

Dans un premier temps, on veut pouvoir faire varier chaque paramètre indépendamment. De même que pour l'orientation, une fonction périodique est transformable par translation si on peut l'écrire sous la forme :

$$h(x-x_0) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k(x_0)h(x-k\Delta x) \quad (3.27)$$

où Δx est le pas de discrétisation de l'axe des x .

En passant dans le domaine fréquentiel, on obtient une série d'équations :

$$H(k)e^{jkx_0} = H(k) \sum_{k=0}^{M-1} b_k(x_0)e^{jkn\Delta x}, \forall x_0, k \quad (3.28)$$

où $H(k)$ est la décomposition en série de Fourier de h .

Par un raisonnement similaire à celui de Freeman pour l'orientation, on conclut que le nombre d'échantillons (fonctions de bases) doit être au moins égal au nombre de fréquence non nulles de la décomposition en série de Fourier du noyau. Simoncelli rapproche ce résultat du Théorème de Nyquist sur l'échantillonnage.

On dérive directement de ce résultat le théorème de Freeman sur l'orientabilité. En effet, en exprimant le noyau $h(x, y)$ en coordonnées polaires $h(r, \theta)$, la rotation se traduit par une translation de la variable θ .

L'extension de ce résultat au décalage du facteur d'échelle est un peu plus compliquée. Les fonctions considérées $h(\sigma)$ peuvent être choisies symétriques ou anti-symétrique par souci de simplicité. En supposant que l'échelle des structures de l'image est bornée ($\sigma \in [\sigma_{\min}; \sigma_{\max}]$), on peut définir une fonction h périodique pour rentrer dans le cadre théorique établi précédemment (nombre fini de coefficients de la série de Fourier). Dans le but d'égaliser la largeur des bandes de fréquences, on procède au changement de variable $\sigma' = \log(\sigma)$ qui n'affecte pas les propriétés de transformabilité.

Ces résultats portent sur des filtres dont on peut interpoler le changement de position, d'orientation ou d'échelle. Jusqu'à présent, nous n'avons traité que des variations indépendantes des paramètres (x, y, σ, θ) . L'interpolation de fonctions dans le cas de variations de plusieurs de ces paramètres simultanément prend le nom de « transformations jointes ». Simoncelli remarque que pour certaines combinaisons de paramètres on peut traiter les variations séparément (par exemple position et orientation), cela n'est pas possible de manière générale (par exemple position et échelle) et apporte des éléments de réponses à ce problème complexe qui n'est traité formellement dans aucun travail ultérieur.

5.4. Approche SVD

5.4.1. Introduction

Les travaux de Freeman et Simoncelli définissent des conditions nécessaires et suffisantes à l'orientabilité ou décalabilité des filtres. D'un point de vue opposé, Perona [Perona '91] traite de l'approximation de noyaux quelconque par des noyaux orientables ou transformables. De plus, Freeman et Simoncelli ont déterminé le nombre minimal de fonctions de bases nécessaire à l'orientation des noyaux. Perona quand à lui traite le nombre de fonctions de bases M , lié au coût effectif du filtrage en terme de calcul, comme une contrainte pratique et cherche la meilleur approximation d'un noyau donné par un filtre orientable constitué de M fonctions de bases.

5.4.2. Méthode

En premier lieu, il est nécessaires de définir des mesures de l'approximation faites entre les deux noyaux. Soit h_θ un noyau d'orientation θ et $G_\theta^{[n]}$ son approximation orientable formée de n termes, on définit :

$$D_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \|h_\theta - G_\theta^{[n]}\|_{\mathbf{x}, \theta} \quad (3.29)$$

et

$$d_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \sup_{\|f\|=1} \left\| \langle h_\theta, f \rangle_{\mathbf{x}} - \langle G_\theta^{[n]}, f \rangle_{\mathbf{x}} \right\|_{\theta} \quad (3.30)$$

où $\|f\|$ désigne la norme L_2 de sorte que :

$$D_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \sqrt{\iint_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^2, \theta \in \mathbf{R}} (h_\theta(\mathbf{x}) - G_\theta^{[n]}(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x} d\theta} \quad (3.31)$$

et :

$$d_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \sup_{\|f\|=1} \sqrt{\int_{\theta \in \mathbf{R}} \left[\iint_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^2} (h_\theta(\mathbf{x}) - G_\theta^{[n]}(\mathbf{x})) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right]^2 d\theta} \quad (3.32)$$

$D_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$ est la distance entre les deux fonctions, tandis que $d_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$ mesure la distance maximale entre une image filtrée par h_θ et la même image filtrée par $G_\theta^{[n]}$.

$\Delta_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$ et $\delta_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$ correspondent aux valeurs de $D_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$ et $d_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$ pour la meilleure approximation de h_θ par $G_\theta^{[n]}$:

$$\Delta_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \inf_{G_\theta^{[n]}} D_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) \quad (3.33)$$

$$\delta_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \inf_{G_\theta^{[n]}} d_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) \quad (3.34)$$

En se basant sur la théorie de la décomposition en valeur singulière, Perona obtient la construction de $G_\theta^{[n]}$ qui minimise $D_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$ et $d_n(h_\theta, G_\theta^{[n]})$.

Cette fonction optimale s'obtient en calculant les coefficients $G(k)$ de la série de Fourier de la fonction périodique:

$$g(\theta) = \int_{\mathbf{R}^2} h_\theta(\mathbf{x}) \overline{h_0(\mathbf{x})} d\mathbf{x} \quad (3.35)$$

et en classant par ordre croissant les N coefficients $G(k)$ non nuls renommés G_i . Si l'on désire un filtre comprenant n termes, on ne conserve que les n plus grand coefficients G_i pour lequel on définit :

$$\sigma_i = G(i)^{1/2}, \quad b_i(\theta) = e^{j2\pi i \theta}, \quad a_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sigma_k} \int \overline{h_\theta(\mathbf{x})} e^{j2\pi i \theta} d\theta \quad (3.36)$$

Pour former la fonction :

$$G_\theta^{[n]}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \sigma_i a_i(\mathbf{x}) b_i(\theta) \quad (3.37)$$

Si on connaît l'erreur d'approximation souhaitée, on peut choisir le nombre de termes nécessaires grâce aux formules explicites :

$$\delta_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \sigma_{i+1} \quad (3.38)$$

$$\delta_n(h_\theta, G_\theta^{[n]}) = \sqrt{\sum_{i=n+1}^N \sigma_{i+1}^2} \quad (3.39)$$

5.4.3. Propriétés

Cette approche revient à projeter la fonction initiale dans la base de Fourier. En ne conservant que les premiers coefficients non nuls, on s'assure de ne supprimer que les harmoniques d'énergies les plus faibles et donc de minimiser l'erreur. De surcroît, on peut montrer que les ensembles $\{a\}_i$ et $\{b\}_i$ sont des séquences orthogonales et que l'approximation est isotrope. De même que Simoncelli, Perona étudie en même temps les translations et les changements d'échelles et les problèmes de séparabilité des paramètres.

Cette approche permet à partir de calcul d'intégrales de fixer une erreur d'approximation et de trouver l'ordre minimum du filtre nécessaire correspondant ou de calculer l'erreur en fonction du nombre de termes retenus. Comme il est remarqué dans [Sommer '98], cette méthode est applicable à tout type de noyaux et permet le calcul numérique des fonctions d'interpolation (dans le cas discret). Ceci permet une approximation de n'importe quel noyau grâce à un traitement « boîte noire » transparent à l'utilisateur.

Le désavantage majeur de cette méthode est que l'on ne dispose pas dans le cas général d'une formule analytique pour les $a_i(\mathbf{x})$.

5.5. Analyse de la transformabilité avec les groupes de Lie

5.5.1. Introduction

Les approches décrites jusqu'à présent prennent appui sur une analyse fréquentielle des noyaux. Michaelis [Michaelis '95] remarque que les trois transformations considérées - translation, rotation, homothétie- rentrent dans le cadre des groupes de Lie largement étudiés. Le problème des fonctions orientables ou transformables est alors traité par de l'algèbre linéaire.

Contrairement aux approches précédentes dont le point de départ est le noyau à orienter, cette approche se base sur la transformation géométrique à appliquer et va déterminer un ensemble de noyaux transformables par cette transformation.

L'association de la théorie des filtres transformables avec la théorie des groupes de Lie a été initiée par Michaelis qui limite son étude à la projection sur des bases orthogonales construites à partir de décomposition de Fourier. Hel-Or [Hel-Or '98] propose une

généralisation et une formalisation de la décomposition canonique de fonctions sur des bases de groupes de Lie.

5.5.2. Rappels sur les groupes de Lie

Les groupes de Lie sont des groupes de transformations paramétrées (n paramètres), continus, avec lesquels on peut pratiquer le calcul différentiel. En particulier, on peut définir n générateurs du groupe L_i correspondant aux transformations infinitésimales sur le groupe et correspondant chacun à la dérivation des éléments (transformations) du groupe par rapport à un des n paramètres :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \tau_i} \right|_0 = L_i f \quad (3.40)$$

L'ensemble des générateurs d'un groupe de Lie forme un espace n -dimensionnel tangent :

$$G = \left\{ \boldsymbol{\tau}^T \mathbf{L} = (\tau_1 \ \dots \ \tau_n)^T (L_1 \ \dots \ L_n), \boldsymbol{\tau} \in \mathbf{R}^n \right\} \quad (3.41)$$

relié à tout élément $g(\boldsymbol{\tau})$ du groupe par la relation :

$$g(\boldsymbol{\tau}) = \prod_i e^{\tau_i L_i} \quad (3.42)$$

avec :

$$e^{\tau_i L_i} = I + \tau_i L_i + \frac{1}{2!} \tau_i^2 L_i^2 + \dots \quad (3.43)$$

Les rotations, translations et homothéties sont des transformations paramétrables par un unique paramètre. On peut vérifier simplement les propriétés de base nécessaire à la formation d'un groupe pour montrer que chacune de ces transformations forment un groupe de Lie. Il en est de même pour les compositions de ces transformations, qui forment des groupes de Lie à n -paramètres

5.5.3. Espaces équivariants sous un groupe de Lie

De manière générale, Hel-Or définit la notion d'espace de fonctions équivariant sous un groupe de Lie G :

Soit un espace vectoriel V un espace de fonctions engendré par un ensemble $\{\Phi_1, \dots, \Phi_n\}$, V est équivariant sous G si la transformation de tout élément Φ_i par un élément $g(\boldsymbol{\tau})$ de G appartient à V . De plus, il existe une matrice $A(\boldsymbol{\tau})$ appelée matrice d'interpolation telle que :

$$g(\boldsymbol{\tau})\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) = A(\boldsymbol{\tau})\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) \quad (3.44)$$

En notant $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) = (\Phi_1(\mathbf{x}), \dots, \Phi_n(\mathbf{x}))$. Alors, pour tout élément f de l'espace engendré, on peut projeter f sur la base (Φ_1, \dots, Φ_n) :

$$f = \sum_i c_i \Phi_i = \mathbf{c}^T \boldsymbol{\Phi} \quad (3.45)$$

Sa transformation par un élément $g(\boldsymbol{\tau})$ de G se fait alors par la formule :

$$g(\boldsymbol{\tau})f = \mathbf{c}^T A(\boldsymbol{\tau})\boldsymbol{\Phi} \quad (3.46)$$

f est donc transformable par G puisque exprimable comme une combinaison linéaire de fonctions de bases et de fonctions de $\boldsymbol{\tau}$.

Un espace de fonction équivariant peut être irréductible, c'est-à-dire qu'il est impossible d'en extraire des sous-espaces équivariants. Il caractérise alors exactement l'ensemble des fonctions déformables par G .

De plus, Hel-Or démontre que l'espace engendré par $\{\Phi_1, \dots, \Phi_n\}$ est équivariant sous G si et seulement si pour chaque générateur L_i de G il existe une matrice B_i telle que :

$$L_i \boldsymbol{\Phi} = B_i \boldsymbol{\Phi} \quad (3.47)$$

On peut alors réécrire $A(\boldsymbol{\tau})$ sous la forme :

$$A(\boldsymbol{\tau}) = e^{\tau_k B_k} \dots e^{\tau_1 B_1} \quad (3.48)$$

5.5.4. Construction

Ainsi, à partir de la transformation souhaitée, on peut définir les générateurs L_i du groupe associé et des matrices B_i pour construire un espace de fonctions équivariant à partir des solutions de l'équation différentielle $L_i \boldsymbol{\Phi} = B_i \boldsymbol{\Phi}$

$$(3.47(3.47)).$$

Les matrices B_i peuvent être choisies arbitrairement, à la condition que des solutions de (3.47) existent. Pour les groupes de Lie mono-paramétriques, il est montré que toute matrice B est admissible. Un des paramètres important est le choix de la taille des matrices B_i , qui correspond au choix du nombre de fonctions de bases, i.e. l'ordre du filtre.

Une fois un espace équivariant construit, on peut transformer automatiquement toute fonction appartenant à cet espace par décomposition sur la base de l'espace et transformation de cette base par la matrice d'interpolation A . Pour une fonction quelconque n'appartenant pas forcément à cet espace, on peut obtenir une approximation transformable de cette fonction en la projetant sur la base.

La théorie des groupes de Lie a établi que tous les groupes de Lie mono-paramétriques sont isomorphes et donc isomorphes au groupe des translations moyennant un changement de paramétrisation, ce qui constitue une généralisation de l'analogie faite par Simoncelli entre les transformations par rotation, translation et homothétie. Cette propriété est aussi vraie pour les groupes à n paramètres à condition que leurs générateurs commutent. Ceci constitue encore une généralisation du travail de Simoncelli sur la séparabilité et les transformations jointes. De plus, en montrant que l'espace engendré par les fonctions e^{jkx} est équivariant par translation, Michaelis généralise les travaux de Freeman et Simoncelli.

5.5.5. Exemple

L'exemple présenté ici est une application pratique de la théorie présentée. Il est proposé mais non développé dans l'article d'Hel-Or [Hel-Or '98].

Soit un élément $g(\tau)$ appartenant au groupe des translations selon Ox qui a pour générateur $L_i = \frac{\partial}{\partial x}$. Un espace Φ de n fonctions est équivariant sous $g(\tau)$ si :

$$L\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = B\Phi \quad (3.49)$$

On décide de chercher une base $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_2)$ de 3 éléments de l'espace des fonctions de la variable unique x transformables par translation et tels que :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi_1(x)}{\partial x} = \Phi_2(x) \\ \frac{\partial \Phi_2(x)}{\partial x} = \Phi_3(x) \\ \frac{\partial \Phi_3(x)}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

Ce système revient à définir :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

Les solutions de l'équation $L_i \Phi = B_i \Phi$

(3.47) sont de la forme :

$$\Phi(x) = e^{Bx} \Phi_0 \quad (3.52)$$

avec :

$$e^{Bx} = \begin{pmatrix} 1 & x & \frac{x^2}{2} \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

et Φ_0 une fonction choisie arbitrairement.

Une base de l'espace engendré peut donc être formée par n'importe quel élément de l'espace

des colonnes de e^{Bx} , par exemple $\Phi(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1+x \\ 1+x+\frac{x^2}{2} \end{pmatrix}$.

L'équation d'interpolation devient :

$$g(\tau) \Phi(x) = e^{B\tau} \Phi(x) \quad (3.54)$$

En conclusion, les fonctions f pouvant s'écrire sous la forme :

$$f(x) = c_1 + c_2(1+x) + c_3\left(1+x+\frac{x^2}{2}\right) = \mathbf{c}^T \Phi(x), \quad \mathbf{c}^T = (c_1, c_2, c_3) \in \mathbf{R}^3 \quad (3.55)$$

sont transformables par translation du paramètre x et alors :

$$f(x+\tau) = \mathbf{c}^T e^{B\tau} \Phi(x) = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2} \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1+x \\ 1+x+\frac{x^2}{2} \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

$$f(x+\tau) = c_1 + (c_1\tau + c_2)(1+x) + \left(c_1\frac{\tau^2}{2} + c_2\tau + c_3\right) \left(1+x+\frac{x^2}{2}\right) \quad (3.57)$$

5.5.6. Commentaires

Les travaux de Michaelis et Hel-Or fournissent un formalisme à la transformabilité. La méthode proposée ne garantit pas un nombre minimum de fonctions de base étant donné que ces fonctions de bases sont les mêmes pour toute les transformations appartenant à un même groupe. Une autre conséquence est que les fonctions de bases ne sont pas construites à partir de transformation du noyau original. Dans ce cas, il est difficile de donner un sens aux fonctions d'interpolation, comme on le fait par exemple lors d'une décomposition en série de Fourier. Par contre, on dispose d'une formule analytique pour les fonctions d'interpolations.

5.6. Applications

Les applications des filtres orientables/transformables sont nombreuses. Dès le premier article traitant de cette approche, Freeman [Freeman '91] énumère une liste conséquente de domaines dans lequel il serait intéressant d'adapter des noyaux en fonction de l'orientation locale.

La plus évidente est bien entendu l'analyse de l'orientation que l'on peut réaliser en faisant varier l'orientation d'un filtre pour choisir en tout point l'orientation qui maximise la réponse. Ceci peut se faire par convolution de l'image avec un nombre important de noyaux de différentes orientations. Grâce aux filtres orientables, il suffit de calculer les images de bases

$$f(\mathbf{x}) * h^{\theta_k}(\mathbf{x}) \text{ et de choisir } \theta \text{ maximisant la combinaison linéaire } \sum_{k=1}^M b_k(\theta) f(\mathbf{x}) * h^{\theta_k}(\mathbf{x}).$$

On peut alors appliquer un filtre (par exemple un noyau gaussien) orienté selon l'orientation obtenue et lui-même obtenu par interpolation afin de débruiter l'image ou d'en extraire les contours [Freeman '91, Perona '92]. En utilisant des noyaux spécifiques, antisymétriques ou asymétriques, il est possible d'implémenter des filtres détecteurs de points anguleux ou de jonctions efficaces [Perona '92, Simoncelli '95].

L'autre grande famille d'applications est basée sur la transformabilité en terme de translation, rotation et homothétie ou changement d'échelle qui permet de donner en tout point une description locale des structures. Comme la transformée en ondelettes, on peut construire une pyramide regroupant les structures de différentes échelles et orientations en appliquant une batterie de filtres déduits par transformation d'un filtre de base. Cette approche abordée par Freeman a servi de point de départ à la généralisation de Simoncelli et donné lieu à de multiples travaux ultérieurs [Castleman '98, Greenspan '94].

5.7. Conclusion

Les filtres orientables/transformables permettent une implémentation simple et peu coûteuse du filtrage d'une image par une famille de filtres dont l'orientation et l'échelle varient.

D'autre part, ces filtres étant exprimés par interpolation d'un nombre fini de filtres par des fonctions continues, ils permettent de s'affranchir des problèmes liés à la discrétisation de l'espace. Si les théories prévoient la possibilité de faire varier divers paramètres simultanément, les exemples proposés dans les travaux présentés sont en très grande partie mono-paramétriques, les auteurs se contentant de donner des éléments de réponses et de mettre au jour les principales problématiques relatives aux transformations jointes.

La conception de ces filtres, même mono-paramétriques, est complexe. En se restreignant à certaines familles de filtres, on peut concevoir des filtres exactement transformables dont on connaît une expression analytique. Les différentes propriétés de ces filtres fournissent un nombre de fonctions de base suffisant, mais pas optimal. Le nombre de convolutions à calculer peut exploser, rendant impossible une implémentation réelle. Inversement, il est possible d'approximer n'importe quel noyau par une fonction orientable avec un nombre défini de fonctions de bases moyennant une certaine erreur. Les expressions analytiques des fonctions d'interpolation ne sont alors pas disponibles.

Une solution réside peut être dans la méthode hybride proposée par Teo [Teo '99] qui consiste à concevoir un filtre exactement transformable puis à réduire le nombre de fonctions de base de la même manière que dans l'approche SVD. Son efficacité est démontrée par les auteurs grâce à la conception de filtres de Gabor transformables selon 4 paramètres.

La définition des filtres orientables exprimée par Freeman est aussi utilisé par Jacob et Unser [Jacob '04] pour concevoir des filtres détecteurs de contour dans les images 2D et de structures filaires et planaires dans les images 3D, optimaux au sens de Canny [Aguet '05]. Ces filtres se montrant particulièrement efficaces et faciles à mettre en œuvre, ils seront à la base des traitements implémentés sur nos images. C'est pourquoi ils seront traités en détail dans le paragraphe suivant.

6. Filtres orientables détecteurs de structures planaires et tubulaires optimaux au sens de Canny

6.1.Introduction

Dans leur travaux sur la détection de contour, Aguet [Aguet '05] et Jacob [Jacob '04] utilisent le cadre théorique des filtres orientables établi par Freeman et Adelson [Freeman '91]. Après avoir réinterprété les filtres usuels – le détecteur de contour de Canny et le détecteur de crête par analyse de la matrice hessienne – en les traitants comme des filtres orientables, le principe de filtre détecteur de contour optimal établit par Canny est appliqué à des filtres orientables construits à partir de combinaisons linéaires de dérivées partielles de noyaux gaussiens.

La conception de ces filtres passe alors par la détermination des coefficients de la combinaison linéaire. À cet effet, les différents termes du critère de Canny sont exprimés sous forme matricielle en fonction des coefficients. Ceux-ci sont alors calculés grâce des méthodes d'optimisation. Une fois le filtre défini, on peut l'appliquer en tout point de l'image en calculant l'orientation optimale en chaque point. La réponse du filtre orienté de manière optimale est alors calculée directement en injectant la valeur de l'angle optimal dans l'expression du filtre.

En trois dimensions, deux angles optimaux sont à déterminer et les filtres sont construits à partir de dérivées partielles de gaussiennes tridimensionnelles. De part la complexité du problème, Jacobs se limite aux filtres d'ordre 2 pour concevoir des détecteurs retournables de structures planaires et filaires.

Dans la suite de ce chapitre, nous traiterons tout d'abord de la fusion des cadres théoriques des détecteurs optimaux de Canny et des filtres orientables de Freeman de manière générale, sur des images bidimensionnelles. Nous décrirons alors rapidement les méthodes permettant de calculer effectivement les coefficients du filtre et leur application à une image, ceci étant largement développé dans le travail de Jacob [Jacob '04].

La partie théorique concernant la conception de filtres tridimensionnels, prolongement du cas 2D, sera succinctement explicitée tandis la mise en œuvre du détecteur de structures planaires tridimensionnel d'ordre 2 sera enfin détaillée.

6.2. Cas bidimensionnel

Dans ce paragraphe, nous décrivons tout d'abord la structure des filtres étudiés et nous montrerons qu'ils entrent dans le cadre établi par Freeman. Par la suite, la conception de filtres de ce type répondant aux critères de détection optimale de contour de Canny sera précisée. Enfin, nous donnerons quelques indications quant à l'application effective de ces filtres orientables sur des images bidimensionnelles.

6.2.1. Famille de filtres orientables

Les filtres étudiés ici sont de la forme :

$$\mathbf{x} \mapsto h(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k \alpha_{k,i} \frac{\partial^{k-i}}{\partial x^{k-i}} \frac{\partial^i}{\partial y^i} g(\mathbf{x}) \quad (3.58)$$

Où :

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2 \cdot \sigma}\right) \quad (3.59)$$

Les filtres considérés sont donc des combinaisons linéaires de dérivées partielles de noyaux gaussiens. De ce fait, σ détermine la largeur de la bande de fréquence du filtre. Le paramètre σ joue le rôle de facteur d'échelle pour les objets à détecter.

Freeman a montré que les dérivées de noyaux gaussiens sont orientables. Par combinaison linéaire, les filtres de la forme (3.58) le sont donc aussi.

Jacob donne une démonstration de l'orientabilité des filtres de cette dont il déduit directement les formules analytiques des fonctions d'interpolation. Nous reprenons cette démonstration

pour montrer que les filtres de la forme (3.58) sont orientables et que leur fonctions d'interpolations s'expriment comme :

$$b_{k,j}(\theta) = \sum_{i=0}^k \alpha_{k,i} \sum_{l,m \in \Omega(k,i,j)} \binom{k-i}{l} \binom{i}{m} (-1)^m \cos \theta^{i+(l-m)} \sin \theta^{(k-l)-(i-m)} \quad (3.60)$$

En définissant $\Omega(k, i, j)$ l'ensemble des indices:

$$\Omega(k, i, j) = \{l, m \mid 0 \leq l \leq k-i; 0 \leq m \leq i; k-(l+m) = j\}$$

Démonstration:

Soit Fg et Fh les transformées de Fourier de g et h , alors par linéarité de la transformée de Fourier et de la dérivation :

$$Fh(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{k=li=0}^M \sum_{k=li=0}^k \alpha_{k,i} F \left(\frac{\partial^{k-i}}{\partial \omega_x^{k-i}} \frac{\partial^i}{\partial \omega_y^i} g \right) (\boldsymbol{\omega}) \quad (3.61)$$

Or la dérivation dans le domaine spatial correspond à la multiplication par $j\omega$ dans le domaine fréquentiel, donc :

$$Fh(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{k=li=0}^M \sum_{k=li=0}^k \alpha_{k,i} (j\omega_x)^{k-i} (j\omega_y)^i Fg(\boldsymbol{\omega}) \quad (3.62)$$

Après rotation d'un angle θ :

$$Fh(R_\theta \boldsymbol{\omega}) = \sum_{k=li=0}^M \sum_{k=li=0}^k \alpha_{k,i} (j \cos \theta \cdot \omega_x + j \sin \theta \cdot \omega_y)^{k-i} (-j \sin \theta \cdot \omega_x + j \cos \theta \cdot \omega_y)^i Fg(R_\theta \boldsymbol{\omega}) \quad (3.63)$$

Le noyaux gaussien étant invariable par rotation :

$$\hat{h}(R_\theta \boldsymbol{\omega}) = \sum_{k=li=0}^M \sum_{k=li=0}^k \alpha_{k,i} (j \cos \theta \cdot \omega_x + j \sin \theta \cdot \omega_y)^{k-i} (-j \sin \theta \cdot \omega_x + j \cos \theta \cdot \omega_y)^i \hat{g}(\omega_x, \omega_y) \quad (3.64)$$

Avec la formule du polynôme de Newton :

$$\begin{aligned} \hat{h}(R_\theta \boldsymbol{\omega}) &= \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k \alpha_{k,i} \sum_{l=0}^{k-i} \sum_{m=0}^i \binom{k-i}{l} \binom{i}{m} (-1)^m \cos \theta^{i+(l-m)} \sin \theta^{(k-l)-(i-m)} \\ &\quad (j\omega_x)^{l+m} (j\omega_y)^{k-(l+m)} \hat{g}(\omega_x, \omega_y) \end{aligned} \quad (3.65)$$

Par linéarité de la somme on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{f}(\boldsymbol{\omega}) \times \hat{h}(R_\theta \boldsymbol{\omega}) &= \\ \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k \alpha_{k,i} \sum_{l=0}^{k-i} \sum_{m=0}^i \binom{k-i}{l} \binom{i}{m} (-1)^m \cos \theta^{i+(l-m)} \sin \theta^{(k-l)-(i-m)} \\ &\quad (j\omega_x)^{l+m} (j\omega_y)^{k-(l+m)} \hat{g}(\boldsymbol{\omega}) \times \hat{f}(\boldsymbol{\omega}) \end{aligned} \quad (3.66)$$

En revenant dans le domaine spatial, nous obtenons :

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{R}_\theta \mathbf{x}) &= \\ \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k \alpha_{k,i} \sum_{l=0}^{k-i} \sum_{m=0}^i \binom{k-i}{l} \binom{i}{m} (-1)^m \cos \theta^{i+(l-m)} \sin \theta^{(k-l)-(i-m)} f_{k,k-(l+m)}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.67)$$

En notant : $f_{k,i}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * \frac{\partial^{k-i}}{\partial x^{k-i}} \frac{\partial^i}{\partial y^i} g(\mathbf{x})$

En définissant $\Omega(k, i, j)$ l'ensemble des indices:

$$\Omega(k, i, j) = \{l, m \mid 0 \leq l \leq k-i; 0 \leq m \leq i; k-(l+m) = j\}$$

et en remarquant que les coefficients $\alpha_{k,i}$ ne dépendent que de k et i et les termes $f_{k,j}$ ne dépendent que de k et j, on peut réorganiser les termes dans la somme :

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{R}_\theta \mathbf{x}) &= \\ \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^k f_{k,j}(\mathbf{x}) \sum_{i=0}^k \alpha_{k,i} \sum_{l,m \in \Omega(k,i,j)} \binom{k-i}{l} \binom{i}{m} (-1)^m \cos \theta^{i+(l-m)} \sin \theta^{(k-l)-(i-m)} \end{aligned} \quad (3.68)$$

En posant :

$$b_{k,j}(\theta) = \sum_{i=0}^k \alpha_{k,i} \sum_{l,m \in \Omega(k,i,j)} \binom{k-i}{l} \binom{i}{m} (-1)^m \cos \theta^{i+(l-m)} \sin \theta^{(k-l)-(i-m)} \quad (3.69)$$

L'image filtrée s'exprime donc finalement comme :

$$f(\mathbf{x}) * h(R_\theta \mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^k b_{k,j}(\theta) \cdot f_{k,j}(\mathbf{x}) \quad (3.70)$$

Le filtre est donc bien retournable au sens de Freeman (cf. définition (3.23)) et les fonctions d'interpolation des filtres considérés sont bien définies par l'expression (3.60).

6.2.2. Conception des filtres

a. Traduction du problème en termes matriciels :

Le filtrage de l'image par le filtre ayant subi une rotation d'angle θ s'exprime donc comme une combinaison linéaire de dérivées partielles de filtres n'ayant pas subi de rotation, les coefficients $b_{k,j}$ étant calculable directement par la formule (3.70). La conception d'un filtre retournable de cette forme revient donc à déterminer les coefficients $\alpha_{k,i}$.

On peut écrire ces filtres sous forme matricielle en réarrangeant les termes sous formes de vecteurs:

$$h(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (3.71)$$

En posant :

$$[\mathbf{g}]_n(x, y) = \frac{\partial^{k-i}}{\partial x^{k-i}} \frac{\partial^i}{\partial y^i} g(x, y) \text{ et } [\mathbf{a}]_n = \alpha_{k,i} \quad (3.72)$$

Avec :

$$n = \frac{(k-1)(k+2)}{2} + i, \quad k = \llbracket 1; M \rrbracket \text{ et } i = \llbracket 0; k \rrbracket$$

Les vecteurs \mathbf{a}^T et $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ sont en fait construits par juxtaposition des termes.

La conception du filtre revient finalement à déterminer le vecteur \mathbf{a} .

b. Critère de Canny pour la conception de filtre détecteur de contour optimaux :

Dans son article de référence sur la détection de contour, Canny définit trois termes à optimiser. Des démonstrations précises peuvent être trouvées dans [Canny '86], nous nous contenterons de justifier brièvement leur existence et leur formulation.

Le premier, noté S/N , représente le rapport signal sur bruit. Il s'agit en fait de la réponse du filtre à un motif parfait à détecter, par exemple un créneau pour un détecteur de contour.

Ainsi on définit:

$$S = \int_{\mathbb{R}^2} f_0(x, y) h(-x, -y) dx dy \quad (3.73)$$

Où f_0 est l'image du motif à détecter, celui-ci étant centré.

Canny considère que l'image est corrompue par un bruit gaussien ($\sigma = 1$). Un terme dit « de bruit », est alors la réponse du filtre à ce bruit, et il doit être minimisé.

$$N = \int_{\mathbb{R}^2} |h(x, y)|^2 dx dy \quad (3.74)$$

Le rapport signal sur bruit s'écrit alors $\frac{S}{N}$.

Le terme de bruit ne dépendant que des coefficients du filtre, on peut considérer que la maximisation du rapport signal sur bruit est équivalente à la maximisation de S en maintenant N constant. Nous prendrons la valeur $N=1$.

Le deuxième terme considéré par Canny est un terme de localisation. Il s'agit ici d'imposer au filtre d'être sélectif dans le domaine spatial, c'est-à-dire que la région présentant une réponse forte soit la moins large possible. Le motif représenté par f_0 étant centré, on veut maximiser :

$$(f * h)(0,0) - (f * h)(0 + \Delta_x, 0 + \Delta_y) \quad (3.75)$$

pour $\Delta_x \ll 1$ et $\Delta_y \ll 1$.

De plus, le contour de référence f_0 est considéré comme orienté selon l'axe O_x . On obtient donc une sélectivité forte en maximisant le critère :

$$Loc = -\frac{d^2}{dy^2} (f_0 * h) = -\int_{\mathbb{R}^2} f_0(x, y) h_{yy}(-x, -y) dx dy \quad (3.76)$$

Où h_{yy} est la dérivée partielle seconde de h selon l'axe O_y .

Enfin, remarquant que les filtres conçus en n'optimisant que les paramètres précédents ont tendance à osciller, Canny ajoute deux paramètres forçant le filtre à être lisse dans les directions O_x et O_y :

$$R_O = \int_{\mathbb{R}^2} |h_{yy}(x,y)|^2 dx dy \quad (3.77)$$

$$R_p = \int_{\mathbb{R}^2} |h_{xx}(x,y)|^2 dx dy \quad (3.78)$$

On notera $R = R_0 + R_p$.

Finalement, le filtre optimal selon les critères de Canny doit maximiser le paramètre :

$$C = S \cdot Loc - \mu \cdot R \quad (3.79)$$

Tandis que $N = 1$

Le paramètre μ détermine l'importance donnée à la non-oscillation du filtre, c'est-à-dire que plus μ est important, plus le filtre sera lisse. La localisation étant a priori moindre pour un filtre plus lisse, le réglage de μ impose un compromis entre stabilité et localisation.

c. Adaptation du cadre théorique de Canny au cas des filtres retournables considérés

Dans [Jacob '04], les paramètres du critère de Canny sont traduits en termes matriciels et dans le cadre des filtres considérés.

Dans la suite nous allons donc montrer que pour les filtres considérés exprimés sous la forme

$$(3.71) \quad h(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

Le critère de Canny à maximiser peut s'exprimer comme :

$$\begin{cases} C = \mathbf{a}^T [\mathbf{Q} - \mu \mathbf{R}] \mathbf{a} \\ N = 1 \end{cases} \quad (3.80)$$

avec :

$$[\mathbf{s}]_i = \langle f_0(\mathbf{x}), [\mathbf{g}(-\mathbf{x})]_i \rangle \quad (3.81)$$

$$[\mathbf{q}]_i = \langle f_0(\mathbf{x}), ([\mathbf{g}(-\mathbf{x})]_i)_{yy} \rangle \quad (3.82)$$

$$[\mathbf{P}]_{i,j} = \langle [\mathbf{g}(\mathbf{x})]_i, [\mathbf{g}(\mathbf{x})]_j \rangle \quad (3.83)$$

$$[\mathbf{R}]_{i,j} = \langle ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_i)_{yy}, ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_j)_{yy} \rangle + \langle ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_i)_{xx}, ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_j)_{xx} \rangle \quad (3.84)$$

et : $\mathbf{Q} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{q}^T$ (3.85)

$$R = \mathbf{a}^T \mathbf{R} \mathbf{a} \quad (3.86)$$

$$N = \mathbf{a}^T \mathbf{P} \mathbf{a} \quad (3.87)$$

Démonstration :

Soit un filtre h s'exprimant comme :

$$h(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

où $[\mathbf{g}]_n(x, y) = \frac{\partial^{k-i}}{\partial x^{k-i}} \frac{\partial^i}{\partial y^i} g(x, y)$ et $[\mathbf{a}]_n$ est un vecteur contenant des coefficients.

Le terme S du critère de Canny :

$$S = \int_{\mathbf{R}^2} f_0(x, y) h(-x, -y) dx dy \quad (3.73)$$

s'exprime comme :

$$S = \int_{\mathbf{R}^2} f_0(x, y) \sum_{k=li=0}^M \sum^k \alpha_{k,i} \cdot \frac{\partial^{k-i}}{\partial x^{k-i}} \frac{\partial^i}{\partial y^i} g(-x, -y) dx dy \quad (3.88)$$

$$S = \int_{\mathbf{R}^2} f_0(x, y) \sum_n [a]_n [g]_n(-x, -y) dx dy \quad (3.89)$$

Ce qui peut se réécrire sous forme matricielle comme :

$$S = \sum_n [a]_n s_n \quad (3.90)$$

Avec : $s_n = \int_{\mathbf{R}^2} f_0(x, y) [g]_n(-x, -y) dx dy$ (3.91)

De même, on peut montrer que :

$$Loc = -\sum_n [a]_n q_n \quad (3.92)$$

Avec : $q_{k,i} = \int_{\mathbf{R}^2} f_0(x, y) \frac{\partial^2}{\partial y} [g]_n(-x, -y) dx dy$ (3.93)

Pour les termes d'ordre 2, on peut écrire de la même façon :

$$N = \int_{\mathbf{R}^2} |h(x, y)|^2 dx dy \quad (3.94)$$

$$N = \int_{\mathbf{R}^2} \left\langle \sum_n [a]_n [g]_n(x, y), \sum_{n'} [a]_{n'} [g]_{n'}(x, y) \right\rangle^2 dx dy \quad (3.95)$$

Par linéarité du produit scalaire :

$$N = \sum_n \sum_{n'} [a]_n [a]_{n'} \int_{\mathbf{R}^2} \langle [g]_n(x, y), [g]_{n'}(x, y) \rangle^2 dx dy \quad (3.96)$$

Et finalement :

$$N = \sum_n \sum_{n'} [a]_n [a]_{n'} P_{n,n'} \quad (3.97)$$

avec :
$$P_{n,n'} = \int_{\mathbf{R}^2} \langle [g]_n(x, y), [g]_{n'}(x, y) \rangle^2 dx dy \quad (3.98)$$

De même :

$$R = \sum_n \sum_{n'} [a]_n [a]_{n'} R_{n,n'} \quad (3.99)$$

avec :

$$\begin{aligned} R_{n,n'} = & \int_{\mathbf{R}^2} \left\langle \frac{d^2}{dx^2} [g]_n(x, y), \frac{d^2}{dx^2} [g]_{n'}(x, y) \right\rangle^2 dx dy \\ & + \int_{\mathbf{R}^2} \left\langle \frac{d^2}{dy^2} [g]_n(x, y), \frac{d^2}{dy^2} [g]_{n'}(x, y) \right\rangle^2 dx dy \end{aligned} \quad (3.100)$$

En utilisant l'écriture matricielle on a donc :

$$S = \mathbf{a}^T \mathbf{s} \quad \text{avec } [\mathbf{s}]_i = \langle f_0(\mathbf{x}), [\mathbf{g}(-\mathbf{x})]_i \rangle \quad (3.101)$$

$$Loc = \mathbf{a}^T \mathbf{q} \quad \text{avec } [\mathbf{q}]_i = \langle f_0(\mathbf{x}), ([\mathbf{g}(-\mathbf{x})]_i)_{yy} \rangle \quad (3.102)$$

$$N = \mathbf{a}^T \mathbf{P} \mathbf{a} \quad \text{avec } [\mathbf{P}]_{i,j} = \langle [\mathbf{g}(\mathbf{x})]_i, [\mathbf{g}(\mathbf{x})]_j \rangle \quad (3.103)$$

$$\begin{aligned} R = \mathbf{a}^T \mathbf{R} \mathbf{a} \quad \text{avec } [\mathbf{R}]_{i,j} = & \langle ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_i)_{yy}, ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_j)_{yy} \rangle \\ & + \langle ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_i)_{xx}, ([\mathbf{g}(\mathbf{x})]_j)_{xx} \rangle \end{aligned} \quad (3.104)$$

et alors en posant : $\mathbf{Q} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{q}^T$

Le critère peut s'exprimer comme :

$$\begin{cases} C = \mathbf{a}^T [\mathbf{Q} - \mu \mathbf{R}] \mathbf{a} \\ N = 1 \end{cases}$$

d. Détermination des coefficients du filtre :

La conception du filtre, i.e. la détermination du vecteur \mathbf{a} contenant les coefficients de la combinaison linéaire de dérivées partielles de noyaux gaussiens constituant le filtre, devient alors un problème d'optimisation faisant appel au calcul numérique, notamment à la méthode d'optimisation de Lagrange. Une description complète des méthodes à utiliser est fournie dans

le travail de Jacob [Jacob '04]. Cependant, pour des ordres inférieurs à 3, Jacob montre que l'on peut trouver une solution analytique.

6.2.3. Utilisation du filtre

Dans le cas général théorique, une fois les coefficients du filtre déterminés, l'orientation optimale θ^* en tout point \mathbf{x} est donnée par annulation de la dérivée partielle en θ .

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (f(\mathbf{x}) * h(R_\theta \mathbf{x})) = \sum_{\mathbf{k}=1}^{\mathbf{M}} \sum_{i=0}^k \frac{\partial}{\partial \theta} (b_{k,i}(\theta))_{\theta=\theta^*} \cdot f_{k,i}(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.105)$$

On détermine θ^* en résolvant cette équation trigonométrique. La réponse du filtre est alors calculée par la formule (3.23) :

$$f(\mathbf{x}) * h(R_\theta \mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^k b_{k,j}(\theta) \cdot f_{k,j}(\mathbf{x})$$

et la formulation (3.60) des $b_{k,i}(\theta)$.

Remarque :

Le point sensible dans la conception des filtres considérés est donc de définir les coefficients du filtre. Une fois le filtre conçu, l'image filtrée ainsi que l'orientation locale en tout point sont accessibles simplement et surtout grâce à un nombre d'opération donc un temps de calcul constants. Toutefois, la complexité de l'équation permettant de déterminer θ^* augmente rapidement avec l'ordre du filtre. Pour des ordres importants des solutions de recherche de racines faisant appel au calcul numérique (par exemple Algorithme de Newton) peuvent être mise en œuvre.

6.3. Cas tridimensionnel

Ce paragraphe traite du prolongement de la théorie décrite précédemment aux images tridimensionnelles et de la conception effective d'un filtre orientable d'ordre 2 détecteur de structures planaires ou tubulaires. Une formulation explicite de ce filtre et des détails concernant sa mise en œuvre seront finalement donnés.

6.3.1. Structures des filtres considérés

Nous considérons désormais les filtres tridimensionnels de la forme :

$$\begin{aligned}
 h: \mathbf{R}^3 &\rightarrow \mathbf{R} \\
 \mathbf{x} &\mapsto h(\mathbf{x}) \\
 \mathbf{x} &\mapsto h(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} \alpha_{k,i,j} \frac{\partial^i}{\partial x^i} \frac{\partial^j}{\partial y^j} \frac{\partial^{k-i-j}}{\partial z^{k-i-j}} g(\mathbf{x})
 \end{aligned} \tag{3.106}$$

$$\text{Où : } g(x, y, z) = \frac{1}{2\pi^{3/2}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \tag{3.107}$$

De même que dans le cas bidimensionnel, on peut montrer que les filtres h sont retournables au sens de Freeman :

$$f(\mathbf{x}) * h(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} b_{k,i,j}(\theta, \phi) f_{k,i,j}(\mathbf{x}) \tag{3.108}$$

En notant :

$$f_{k,i,j}(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial^i}{\partial x^i} \frac{\partial^j}{\partial y^j} \frac{\partial^{k-i-j}}{\partial z^{k-i-j}} g * f \right](\mathbf{x}) = [h_{i,j,k} * f](\mathbf{x}) \tag{3.109}$$

6.3.2. Expression du critère de Canny

Dans l'optique de déterminer les coefficients $\alpha_{k,i,j}$ d'un filtre détecteur de structures filaires ou tubulaires de la famille étudiée, on considère encore une fois le critère de Canny, adapté au cas 3D.

En 3D, les termes formant le critère de Canny deviennent :

$$S = \int_{\mathbf{R}^3} f_0(x, y, z) h(-x, -y, -z) dx dy dz \tag{3.110}$$

$$N = \int_{\mathbf{R}^3} |h(x, y, z)|^2 dx dy dz \tag{3.111}$$

$$R = \int_{\mathbb{R}^3} |h_{xx}(\mathbf{x})|^2 + |h_{yy}(\mathbf{x})|^2 + |h_{zz}(\mathbf{x})|^2 dx dy dz \quad (3.112)$$

Le terme h_{yy} présent dans l'expression de Loc en 2D traduit la variation au second ordre du filtre dans la direction orthogonale à l'orientation du motif de référence (créneau).

En 3D, si le motif est surfacique (créneau 3D) et orienté dans le plan Oxz , la variation au second ordre maximale de la réponse du filtre se fait dans la direction O_y et alors :

$$Loc = - \int_{\mathbb{R}^3} f_0(x, y, z) h_{yy}(-x, -y, -z) dx dy dz \quad (3.113)$$

Si le motif est linéaire, orienté selon O_x , la variation au second ordre maximale se fait dans le plan O_{xz} et donc :

$$\begin{aligned} Loc &= - \int_{\mathbb{R}^3} f_0(x, y, z) (h_{yy}(-x, -y, -z) + h_{zz}(-x, -y, -z)) dx dy dz \\ Loc &= - \int_{\mathbb{R}^3} f_0(\mathbf{x}) \Delta_{y,z} h(-\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.114)$$

Où Δ désigne le laplacien de h .

Le critère de Canny à maximiser reste :

$$\begin{cases} C = S \cdot Loc - \mu \cdot R \\ N = 1 \end{cases} \quad (3.115)$$

6.3.3. Conception

Nous cherchons donc désormais à définir les coefficients $\alpha_{k,i,j}$ de la combinaison linéaires de dérivées partielles de noyaux gaussiens constituant le filtre de sorte qu'il soit optimal au sens de Canny. Dans le cas des filtres d'ordre 2 de la famille étudiée, la maximisation du critère de Canny conduira finalement à des expressions explicites de filtres détecteurs de structures tubulaires ou planaires optimaux au sens de Canny.

a. Cas général

D'une manière générale, la détermination des coefficients du filtre se fait de la même façon que précédemment.

En effet, il est toujours possible de rassembler les différents termes entrant dans la formulation du filtre dans des vecteurs pour ensuite exprimer le critère de Canny sous forme matricielle et enfin déterminer le vecteur \mathbf{a} qui optimise le critère.

b. Limitations aux filtres d'ordre faible

De part la complexité du problème, Aguet se limite à l'ordre 2 et cherche les paramètres du filtre pour deux cas particulier.

On peut trouver une deuxième justification à cette restriction. La charge de calcul est un paramètre d'importance en 3D, de part la taille des données traitées. Ici, la charge de calcul est en partie due aux convolutions des dérivées partielles du filtre de base effectuées avec le volume. De part la construction des filtres, limiter l'ordre du filtre limite le nombre de convolutions et ceci de manière encore plus importante en 3D.

En 2D, le nombre de convolution de l'image par une dérivée partielle de noyau gaussien requises pour un filtre d'ordre M est :

$$N_{c,2D} = \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k 1 = \sum_{k=1}^M k = O(M^2)$$

En 3D :

$$N_{c,3D} = \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} 1 = \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k (k-i) = \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k k - \sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^k i$$

$$N_{c,3D} = \sum_{k=1}^M k^2 - \frac{k(k+1)}{2} = \sum_{k=1}^M \frac{2k^2}{2} - \frac{k(k+1)}{2} = O(M^3)$$

De plus, les oscillations apparaissant pour des filtres d'ordre important, cette limitation permet de s'affranchir du terme d'oscillation en posant $\mu=0$.

Les cas particuliers considérés considèrent deux motifs de base :

- un plan orienté selon $O_{y,z}$ pour la détection de surfaces
- une droite orientée selon O_z pour la détection de structures filaires

Les fonctions f_0 correspondantes sont :

- $f_S(\mathbf{x}) = \delta(x)$ pour le plan
- $f_C(\mathbf{x}) = \delta(y, z)$ pour la droite

c. Détermination des coefficients :

Dans le cas particulier $M=2$, les filtres h s'expriment comme:

$$h(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} \alpha_{k,i,j} \frac{\partial^i}{\partial x^i} \frac{\partial^j}{\partial y^j} \frac{\partial^{k-i-j}}{\partial z^{k-i-j}} g(\mathbf{x}) \quad (3.116)$$

$$h(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^{1-i} \alpha_{1,i,j} \frac{\partial^i}{\partial x^i} \frac{\partial^j}{\partial y^j} \frac{\partial^{1-i-j}}{\partial z^{1-i-j}} g(\mathbf{x}) + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^{2-i} \alpha_{2,i,j} \frac{\partial^i}{\partial x^i} \frac{\partial^j}{\partial y^j} \frac{\partial^{2-i-j}}{\partial z^{2-i-j}} g(\mathbf{x}) \quad (3.117)$$

$$\begin{aligned} h(\mathbf{x}) = & \alpha_{1,0,0} \frac{\partial}{\partial x} g(\mathbf{x}) + \alpha_{0,1,0} \frac{\partial}{\partial y} g(\mathbf{x}) + \alpha_{0,0,1} \frac{\partial}{\partial z} g(\mathbf{x}) \\ & + \alpha_{1,1,0} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} g(\mathbf{x}) + \alpha_{0,1,1} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} g(\mathbf{x}) + \alpha_{1,0,1} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} g(\mathbf{x}) \\ & + \alpha_{2,0,0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} g(\mathbf{x}) + \alpha_{0,2,0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} g(\mathbf{x}) + \alpha_{0,0,2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} g(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.118)$$

$$\begin{aligned} h(\mathbf{x}) = & \alpha_{1,0,0} g_x(\mathbf{x}) + \alpha_{0,1,0} g_y(\mathbf{x}) + \alpha_{0,0,1} g_z(\mathbf{x}) \\ & + \alpha_{1,1,0} g_{xy}(\mathbf{x}) + \alpha_{0,1,1} g_{yz}(\mathbf{x}) + \alpha_{1,0,1} g_{zx}(\mathbf{x}) \\ & + \alpha_{2,0,0} g_{xx}(\mathbf{x}) + \alpha_{0,2,0} g_{yy}(\mathbf{x}) + \alpha_{0,0,2} g_{zz}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.119)$$

Jacob montre que l'ordre étant pair ($M=2$), les dérivées d'ordre impair ne contribuent pas à l'énergie du filtre, et on a donc :

$$\alpha_{i,j,k} = 0 \text{ si } i + j + k \text{ est impair.} \quad (3.120)$$

Les fonctions g_{xy} , g_{yz} et g_{zx} étant antisymétriques par rapport à l'axe Ox , l'intégration de ces fonctions avec $f_s(\mathbf{x})$ et $f_c(\mathbf{x})$ qui sont symétriques par rapport à l'axe Ox sera nulle. On peut donc considérer:

$$\alpha_{1,1,0} = \alpha_{1,0,1} = \alpha_{0,1,1} = 0 \quad (3.121)$$

Le filtre h se simplifie donc sous la forme :

$$h(\mathbf{x}) = \alpha_{2,0,0} g_{xx}(\mathbf{x}) + \alpha_{0,2,0} g_{yy}(\mathbf{x}) + \alpha_{0,0,2} g_{zz}(\mathbf{x}) \quad (3.122)$$

Le cadre décrit précédemment s'applique encore une fois au calcul des coefficients $\alpha_{2,0,0}$, $\alpha_{0,2,0}$ et $\alpha_{0,0,2}$. En injectant l'expression (3.122) et les expressions des fonctions

représentant le motif de base $f_S(\mathbf{x})$ et $f_C(\mathbf{x})$ dans les expressions des termes un critère de Canny (3.110, 3.111, 3.112, 3.114, 3.115), puis en optimisant ce critère à l'aide de technique d'optimisation de Lagrange, on obtient finalement [Aguet '05] :

$$h_{fil}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(-\frac{2}{3} g_{xx}(\mathbf{x}) + g_{yy}(\mathbf{x}) + g_{zz}(\mathbf{x}) \right) \quad (3.123)$$

$$h_{plan}(\mathbf{x}) = \frac{1}{8\pi\sqrt{6}} \left(-4g_{xx}(\mathbf{x}) + g_{yy}(\mathbf{x}) + g_{zz}(\mathbf{x}) \right) \quad (3.124)$$

En négligeant les coefficients de normalisation, on peut regrouper ces deux écritures en notant :

$$h(\mathbf{x}) = -\alpha g_{xx}(\mathbf{x}) + g_{yy}(\mathbf{x}) + g_{zz}(\mathbf{x}) \quad (3.125)$$

$$h(\mathbf{x}) = g_{xx}(\mathbf{x}) + g_{yy}(\mathbf{x}) + g_{zz}(\mathbf{x}) - (\alpha + 1)g_{xx}(\mathbf{x}) \quad (3.126)$$

Et finalement :

$$h(\mathbf{x}) = \Delta_g(\mathbf{x}) - (\alpha + 1)g_{xx}(\mathbf{x}) \quad (3.127)$$

En fixant $\alpha=2/3$ pour le 1^{er} cas (détecteur de structures filaires) et $\alpha=4$ pour le second (détecteur de structures planaires).

c. Expression du filtre pivoté

Nous avons désormais une expression du masque correspondant aux filtres détecteurs de structures planaires et tubulaires d'ordre 2 appartenant à la famille de filtres orientables considérée. Afin de mettre en pratique ces détecteurs, il est désormais nécessaire de déterminer une expression de l'image filtrée en tout point avec ces masques orientés d'un angle (en fait un couple (θ, ϕ) en 3D) quelconque.

Nous allons donc montrer que la réponse du filtrage de l'image $f(\mathbf{x})$ par le masque $h(R_{\theta, \phi}\mathbf{x})$ orienté par le couple (θ, ϕ) s'exprime en tout point par :

$$f(\mathbf{x}) * h(R_{\theta, \phi}\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi, \varphi}^T \mathbf{A}_{f * g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\phi, \varphi} \quad (3.128)$$

Avec :

$$\mathbf{A}_{f*g}(\mathbf{x}) = ((f*g)_{xx}(\mathbf{x}) + (f*g)_{yy}(\mathbf{x}) + (f*g)_{zz}(\mathbf{x}))\mathbf{I} - (\alpha+1)\mathbf{H}_{f*g} \quad (3.129)$$

Où \mathbf{H}_{f*g} est la matrice hessienne de $f*g$ et $\mathbf{u}_{\theta,\phi}$ le vecteur unitaire orienté par les angles θ et ϕ .

Démonstration :

Le filtre pivoté d'angles θ et ϕ s'exprime :

$$h(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \Delta_g(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) - (\alpha+1)g_{xx}(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) \quad (3.130)$$

Δ_g est symétrique par rapport à Ox, Oy et Oz, et invariant par rotation, d'où :

$$\Delta_g(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \Delta_g(\mathbf{x}) \quad (3.131)$$

Soit :

$$\mathbf{u}_{\theta,\phi} = R_{\theta,\phi}\mathbf{u} = (u_{\theta,\phi,1}, u_{\theta,\phi,2}, u_{\theta,\phi,3}) = (\cos\theta \sin\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\phi),$$

$$\mathbf{v}_{\theta,\phi} = R_{\theta,\phi}\mathbf{v}, \quad \mathbf{w}_{\theta,\phi} = R_{\theta,\phi}\mathbf{w}$$

et (x', y', z') les coordonnées de $\mathbf{x}' = R_{\theta,\phi}\mathbf{x}$ dans le repère $(\mathbf{u}_{\theta,\phi}, \mathbf{v}_{\theta,\phi}, \mathbf{w}_{\theta,\phi})$.

Alors :

$$\mathbf{x} = x.\mathbf{u} + y.\mathbf{v} + z.\mathbf{w} \quad \text{et} \quad \mathbf{x}' = x'.\mathbf{u}_{\theta,\phi} + y'.\mathbf{v}_{\theta,\phi} + z'.\mathbf{w}_{\theta,\phi}$$

$$g_{xx}(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = g_{x'x'}(\mathbf{x}') = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} g(\mathbf{x})$$

Et $x' = \cos\theta \sin\phi \cdot y + \sin\theta \sin\phi \cdot x + \cos\phi \cdot z$.

Alors :

$$g_{xx}(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \frac{\partial^2}{\partial (u_{\theta,\phi,1} \cdot x + u_{\theta,\phi,2} \cdot y + u_{\theta,\phi,3} \cdot z)^2} g(\mathbf{x}) \quad (3.132)$$

En développant le terme $(u_{\theta,\phi,1} \cdot x + u_{\theta,\phi,2} \cdot y + u_{\theta,\phi,3} \cdot z)^2$ on obtient :

$$\begin{aligned}
g_{xx}(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = & u_{\phi,\phi,1}^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} g(\mathbf{x}) + u_{\phi,\phi,1}u_{\phi,\phi,2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial xy} g(\mathbf{x}) + u_{\phi,\phi,1}u_{\phi,\phi,3} \cdot \frac{\partial^2}{\partial xz} g(\mathbf{x}) + \\
& u_{\phi,\phi,1}u_{\phi,\phi,2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial xy} g(\mathbf{x}) + u_{\phi,\phi,2}^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2} g(\mathbf{x}) + u_{\phi,\phi,3}u_{\phi,\phi,2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial yz} g(\mathbf{x}) + \\
& u_{\phi,\phi,1}u_{\phi,\phi,3} \cdot \frac{\partial^2}{\partial xz} g(\mathbf{x}) + u_{\phi,\phi,2}u_{\phi,\phi,3} \cdot \frac{\partial^2}{\partial zy} g(\mathbf{x}) + u_{\phi,\phi,3}^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} g(\mathbf{x})
\end{aligned} \tag{3.133}$$

Qu'on peut écrire sous forme matricielle :

$$g_{xx}(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi,\phi}^T \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} g(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial xy} g(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial xz} g(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial^2}{\partial xy} g(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial y^2} g(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial yz} g(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial^2}{\partial xz} g(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial yz} g(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial z^2} g(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \mathbf{u}_{\phi,\phi} \tag{3.134}$$

$$g_{xx}(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi,\phi}^T \mathbf{H}_g \mathbf{u}_{\phi,\phi} \tag{3.135}$$

Où \mathbf{H}_g est la matrice hessienne de g .

Alors :

$$h(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \Delta_g(\mathbf{x}) - (\alpha + 1)\mathbf{u}_{\phi,\phi}^T \mathbf{H}_g \mathbf{u}_{\phi,\phi} \tag{3.136}$$

Comme $\|\mathbf{u}_{\phi,\phi}\| = 1$:

$$\begin{cases} g_{xx}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi,\phi}^T g_{xx}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\phi,\phi} \\ g_{yy}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi,\phi}^T g_{yy}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\phi,\phi} \\ g_{zz}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi,\phi}^T g_{zz}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\phi,\phi} \end{cases} \tag{3.137}$$

Et on peut écrire :

$$h(R_{\theta,\phi}\mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi,\phi}^T \mathbf{A}_g(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\phi,\phi} \tag{3.138}$$

Avec :

$$\mathbf{A}_g(\mathbf{x}) = (g_{xx}(\mathbf{x}) + g_{yy}(\mathbf{x}) + g_{zz}(\mathbf{x}))\mathbf{I} - (\alpha + 1)\mathbf{H}_g \tag{3.139}$$

Finalement, par linéarité de la convolution et du produit matriciel, la valeur du volume filtré en chaque point \mathbf{x} s'exprime :

$$f(\mathbf{x}) * h(R_{\theta, \phi} \mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi, \varphi}^T \mathbf{A}_{f * g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\phi, \varphi} \quad (3.140)$$

Finalement, nous disposons donc d'une formulation explicite des filtres détecteurs de structures planaires et tubulaires d'ordre 2 ainsi que de l'image filtrée par le filtre ayant subi une rotation tridimensionnelle d'angles (ϕ, φ) quelconque.

Cependant, le résultat recherché est l'orientation locale en tout point, c'est-à-dire l'angle pour lequel la réponse du filtre est maximale. Dans la suite, nous verrons qu'on peut accéder directement à cette information.

6.3.4. Utilisation

a. Détermination de l'orientation optimale en tout point

D'après l'expression de l'image filtrée en tout point par un filtre d'orientation quelconque, l'orientation optimale (qui maximise la réponse) se détermine par maximisation de $\mathbf{u}_{\phi, \varphi}^T \mathbf{A}_{f * g} \mathbf{u}_{\phi, \varphi}$.

$\mathbf{A}_{f * g}$ est symétrique donc diagonalisable. Soit λ_{\max} sa plus grande valeur propre, et \mathbf{e}_{\max} le vecteur propre unitaire correspondant, alors d'après la théorie de la décomposition en valeurs principales, $\mathbf{u}_{\phi, \varphi}^T \mathbf{A}_{f * g} \mathbf{u}_{\phi, \varphi}$ est maximum lorsque $\mathbf{u}_{\phi, \varphi} = \mathbf{e}_{\max}$ et alors :

$$f(\mathbf{x}) * h(R_{\theta^*, \phi^*} \mathbf{x}) = \mathbf{u}_{\phi^*, \varphi^*}^T \mathbf{A}_{f * g} \mathbf{u}_{\phi^*, \varphi^*} = \lambda_{\max} \quad (3.141)$$

b. Mise en œuvre

Les convolutions du volume par les dérivées partielles secondes en x , y et z du noyau gaussien permettent de construire la matrice $\mathbf{A}_{f * g}$ en tout point. La matrice étant constituée, elle est diagonalisée et on obtient facilement la réponse maximale du filtre obtenue pour l'orientation optimale, c'est-à-dire la valeur de l'image filtrée par le filtre détecteur de plan orientable au point \mathbf{x} que l'on notera par la suite $S(\mathbf{x})$:

$$S(\mathbf{x}) = \lambda_{\max} \quad (3.142)$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \cos^{-1}(z_{\mathbf{e}_{\max}}) \quad (3.143)$$

$$\theta(\mathbf{x}) = \tan^{-1}\left(\frac{y_{\mathbf{e}_{\max}}}{x_{\mathbf{e}_{\max}}}\right) \quad (3.144)$$

6.4. Conclusion

Que ce soit en deux ou trois dimensions, les travaux d'Unser, Jacob et Aguet décrivent en détail les filtres proposés. En plus d'être orientables optimaux au sens de Canny, leur formulation et leur implémentation est particulièrement simple puisqu'ils sont construits à partir de la convolution de l'image avec des dérivées partielles de noyaux gaussiens. Dans le cas qui nous intéresse, c'est-à-dire le détecteur de plan orientable d'ordre 2, il est montré qu'on peut accéder directement à la réponse optimale correspondant à l'orientation locale grâce à la diagonalisation de la matrice $\mathbf{A}_{f * g}$ en tout point. Il n'est donc même plus nécessaire de chercher analytiquement ou numériquement cette orientation à partir de la formulation de Freeman, c'est-à-dire trouver la valeur de θ qui maximise

$$\sum_{k=0}^{M-1} b_k(\theta) f(\mathbf{x}) * h^{\theta_k}(\mathbf{x}) .$$

La Figure 3.4.a présente la sortie du détecteur de plan orientable pour la même image que précédemment. Contrairement aux résultats de débruitage, par exemple avec le filtre bilatéral (cf. Figure 3.4.c), on remarque que le détecteur est très sensible aux structures planaires et que celles-ci ressortent bien contrastées. Par contre, les zones homogènes bruitées donnent lieu à un bruit structuré relativement important. Si l'on applique un seuil (ici choisi manuellement), on constate qu'un grand nombre de voxels de la microfissure sont détectés. Visuellement, il semble que le détecteur respecte bien la connectivité et que les voxels détectés forment des portions de la microfissure. Sur l'image débruitée avec le filtre bilatéral et seuillée présentée Figure 3.4.d, on constate que pour un nombre équivalent de voxels de la microfissure détectés correctement (vrais positifs), un plus grand nombre de voxels appartenant au fond sont détectés (faux positifs). De plus, les voxels correctement détectés (vrais positifs) ne sont pas forcément connectés. De même, les voxels faux positifs forment dans le cas du détecteur des composants connexes de taille relativement importante tandis que dans le cas du filtre bilatéral on observe plutôt une multitude de points isolés.

Le filtre détecteur de plan orientable proposé par Aguet semble donc montré de bonnes performances pour la détection des microfissures. Si le résultat sur l'exemple n'est pas parfait, on notera que la microfissure considérée est particulièrement fine et peu contrastée et que la méthode de segmentation (détection + seuillage) est particulièrement basique.

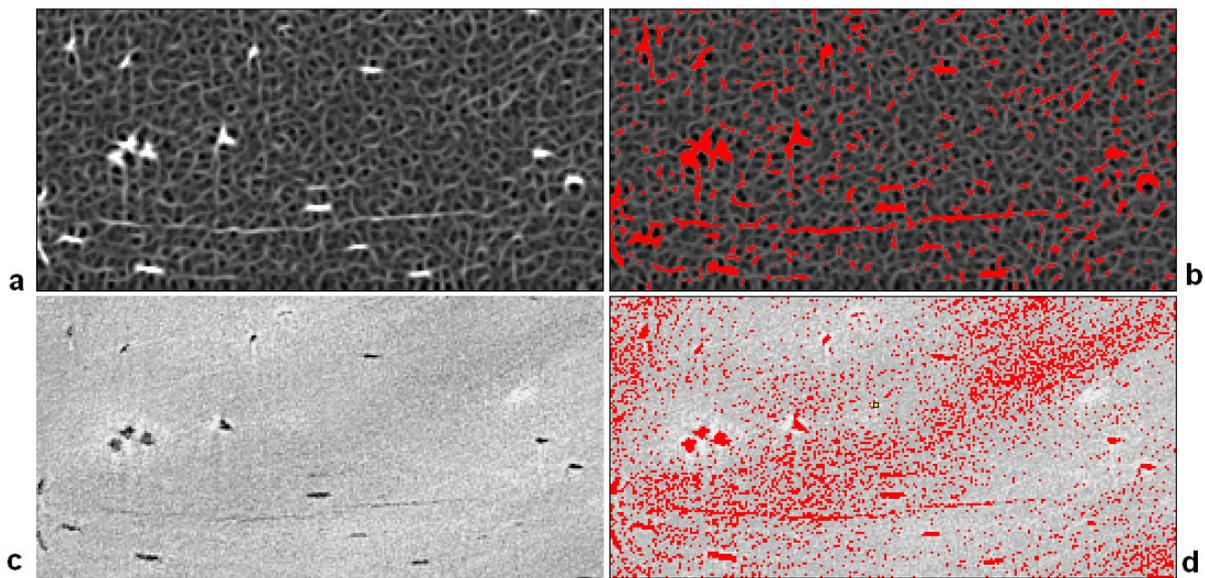


Figure 3.4 Comparaison de la sortie du filtre bilatéral et du filtre détecteur de plan orientable sur une image de microfissure fine. a : sortie du détecteur orientable, b : image seuillée, c : sortie du filtre bilatéral, d : image seuillée

De part sa conception, ce filtre est évidemment non linéaire. De plus, et contrairement à d'autres filtres comme la diffusion anisotrope ou le filtre bilatéral, il est difficile de prévoir son comportement et la sensibilité des différents paramètres. Une étude très approfondie de cette méthode ainsi que de son application sur nos images devra donc être menée. Ce sera l'objet de la première partie du chapitre suivant.

Enfin, remarquons qu'une réponse forte en un point d'une image indique une forte similarité entre la structure locale de l'image et le motif de référence. La réponse au filtre en un point peut donc être interprétée comme un critère de planéité, c'est-à-dire une mesure du caractère

localement planaire des structures de l'image en tout point. Par la suite, on appellera donc la sortie de ce détecteur « critère de planéité ».

7. Conclusion

Dans ce chapitre, différentes méthodes de débruitage ou de détection ont été abordées. Dans une première partie, les filtres par diffusion anisotrope et bilatéraux ont été décrits et interprétés. À travers leur étude, c'est la notion même de contour qui a été définie de différentes manières. Cette définition est au centre des interprétations statistiques que l'on peut faire pour ces deux filtres. Afin de préserver les contours, ces méthodes utilisent implicitement leurs positions et leurs orientations et peuvent donc être adaptées pour être utilisées comme des détecteurs de contours.

Nous avons vu dans la deuxième partie qu'il est possible d'utiliser la matrice hessienne et ses valeurs propres pour concevoir des détecteurs de structure planaires ou filaires dans les images 3D. Cette méthode a la particularité d'être robuste aux changements d'orientation des contours, détectés automatiquement par le biais des vecteurs propres. Les résultats de ces travaux ne sont pas utilisables autrement que dans leur cadre précis et il n'est pas possible de construire des filtres plus sélectifs basés sur le même principe.

Aucune de ces méthodes n'est réellement satisfaisante pour la détection des microfissures. La finesse des microfissures et leur faible contraste relativement au niveau de bruit font que les méthodes de débruitage ne sont pas efficaces. Quant aux détecteurs de type Sato-Frangi, leur utilisation est difficile du fait de la nécessité de régler des paramètres sensibles.

Un ensemble de méthodes pour la conception de filtres robustes à l'orientation ont été développées dans le cadre de la théorie des filtres orientables-transformables. Grâce aux filtres orientables-transformables, il est possible de filtrer une image par un noyau orienté dans n'importe quel direction à partir de la convolution de l'image avec un nombre fini de noyaux. Ceci est particulièrement utile pour l'analyse de l'orientation locale, le filtrage adaptatif par rapport à l'orientation locale ou la détection de contour transparente à leur orientation. Si les possibilités théoriques offertes par ces travaux sont nombreuses, il reste difficile d'appliquer ces résultats pour construire un filtre aux caractéristiques spécifiques.

Dans leurs travaux sur la détection d'objets plans ou filaires, Unser, Jacob et Aguet apportent les outils nécessaires à la construction de filtres détecteur de contours dans les images 2D ou de structures planaires ou filaires dans les images 3D. La méthode présentée permet de concevoir des filtres optimaux au sens de Canny.

Comme nous l'avons vu sur un exemple, les performances du filtre détecteur de plans orientables sont très intéressantes pour la détection des microfissures. Malgré la formation d'un bruit structuré relativement important, sa sensibilité aux microfissures de nos images est importante si bien que le critère de planéité fourni semble d'une grande utilité pour la segmentation de nos microfissures. Cependant, le comportement du filtre sur des images réelles et l'impact des différents paramètres sont difficiles à prévoir. Dans le chapitre suivant, une étude pratique approfondie du filtre détecteur de plan orientable décrit dans l'article d'Aguet, que nous appellerons DPO dans la suite, sera menée tandis que ses performances en vue de la segmentation des microfissures sera évaluée et comparée à celles d'autres méthodes. En outre, nous verrons qu'une intégration du critère de planéité dans un filtre adaptif non-linéaire qui a été développé pendant la thèse permet d'optimiser ces performances et d'obtenir une meilleure prédictibilité des résultats.

Chapitre 4

Segmentation des microfissures dans les images microtomographiques

1. Introduction

Ce chapitre traite de la méthode de segmentation des microfissures dans les images SR-microCT micrométriques qui a été développée pendant la thèse.

Dans un premier temps, une étude approfondie des propriétés du critère de planéité fourni en sortie du détecteur de plan orientable (ou filtre DPO) conçu par Aguet[Aguet '05] sera menée. À partir d'expériences et de mesures sur des images synthétiques, le comportement du détecteur sera analysé et différentes propriétés seront mis au jour.

L'application de ce détecteur à nos images n'est pas suffisante pour la détection et la segmentation des microfissures. En conséquence, un filtre non-linéaire utilisant l'information fournie par le critère de planéité dans un filtrage adaptatif est proposé dans la deuxième partie de ce chapitre. La méthode sera décrite dans un premier temps puis évaluée sur des images synthétiques. Entre autre, ses performances seront comparées à celles d'autres méthodes et l'intérêt par rapport à l'utilisation du filtre DPO seule sera démontré. Nous l'appellerons aussi filtrage PSCE (Planar Structure Contrast Enhancement).

Nous traiterons alors de l'utilisation de cette méthode en vue de la segmentation des microfissures et des lacunes en l'intégrant dans une chaîne de traitement incluant pré- et post-traitement. Le traitement dans son intégralité sera validé par observation et comparaison entre les images réelles et le résultat de la segmentation.

Enfin, nous donnerons quelques indications sur la mise en œuvre pratique des traitements effectués, notamment sur l'architecture du programme informatique développé et ses performances.

Avant toute chose, nous rappelons les principales contraintes à prendre en compte pour la segmentation de nos images :

- les images présentent un fort niveau de bruit et des artefacts
- les microfissures sont peu contrastées- l'épaisseur des microfissures est inférieure à 3 voxels mais les lacunes d'épaisseur plus importantes doivent être correctement segmentées.
- la morphologie des microfissures est variable et doit être respectée. La seule hypothèse autorisée est leur planéité locale.

2. Étude et interprétation du critère de planéité

2.1.Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, en appliquant la théorie et le critère de Canny pour la détection optimale de contour à une famille de filtre retournable construits à partir de combinaisons linéaires de dérivées partielles de noyaux gaussiens, Jacob[Jacob '04] propose une méthode de conception de filtres orientables détecteur de contour (ou de plan en 3D) optimaux (au sens de Canny). En utilisant cette méthode, Aguet [Aguet '05] a explicité un filtre 3D orientable détecteur de plan (DPO) qui étudié.

En pratique, la première étape du filtrage d'une image 3D est de calculer et diagonaliser la matrice $\mathbf{A}_{f*g}(\mathbf{x}) = ((f * g)_{xx}(\mathbf{x}) + (f * g)_{yy}(\mathbf{x}) + (f * g)_{zz}(\mathbf{x}))\mathbf{I} - (\alpha + 1)\mathbf{H}_{f*g}$, en prenant $\alpha = 4$ pour un détecteur de plan et où g est un noyau gaussien de paramètre σ_g , $(f * g)_{xx}$ la dérivée partielle seconde de l'image formée par la convolution de l'image f et du noyau gaussien g (resp. pour y et z) et \mathbf{H}_{f*g} sa matrice Hessienne. En pratique, on convolve l'image avec 6 masques correspondant à des dérivées partielles d'ordre 2 de noyaux gaussiens. La matrice $\mathbf{A}_{f*g}(\mathbf{x})$ est construite en chaque point à partir des 6 valeurs obtenues puis diagonalisée. La sortie du filtre et finalement définie en chaque point comme la plus grande valeur propre de $\mathbf{A}_{f*g}(\mathbf{x})$: $S(\mathbf{x}) = \lambda_{\max}$.

En fait, la sortie du filtre DPO est une mesure de la similarité entre la structure locale de l'image et un motif de base (représentant un plan 3D) orienté de manière optimale. La valeur de sortie peut aussi être interprétée comme un « critère de planéité » local.

De part l'étape de diagonalisation de la matrice \mathbf{A}_{f*g} qui est effectuée en tout point du volume, le filtre DPO proposé par Aguet [Aguet '05] est non-linéaire. De plus, il est difficile de prévoir à priori les caractéristiques de la réponse du filtre en fonction des caractéristiques de l'image (bruit, SNR). De même, on ne peut expliquer clairement les résultats obtenus sur des images réelles.

Nous donnons ici des éléments de réponse basés sur des observations expérimentales montrant la complexité du fonctionnement intrinsèque du filtre. Dans un premier temps, nous observerons l'effet d'une inversion des niveaux de gris sur la réponse du filtre. Dans un second temps, nous étudierons la réponse du détecteur sur une image uniforme et sur une image présentant un plan parfait, toutes deux additionnées de bruit gaussien.

2.2. Effet de l'inversion des niveaux de gris

Comme les filtres de Canny, les filtres retournables que nous utilisons sont sensibles à l'inversion des niveaux de gris. En effet, ils reposent sur une mesure de la ressemblance avec un motif de référence qui n'est pas symétrique dans le domaine des niveaux de gris dans le cas de détecteur de crête (le motif est symétrique pour la détection de contour). Ainsi, la réponse est totalement différente si on inverse l'image, comme le montre la Figure 4.1.

On constate que si le filtrage de l'image inversée dans laquelle la microfissure est un motif clair sur fond sombre fait bien ressortir la microfissure, le filtrage de l'image originale conduit à un entourage de la microfissure et des lacunes. Ceci s'explique par un effet que l'on nommera « de semi-détection ». En effet, lorsque l'image est inversée, les voxels du plan ont une réponse faible (noir-blanc-noir vs blanc-noir-blanc). Par contre, les voisinages des voxels situés autour du plan sont similaires à la moitié du motif (blanc-**blanc-noir** vs noir-**blanc-noir**). Leur réponse est donc plus importante, d'où le contourage. Une illustration sur le cas 2D est donnée Figure 4.2. Les microfissures étant des structures sombres sur fond claire dans nos images, les images acquises seront systématiquement inversées avant filtrage.

Ces observations peuvent paraître surprenantes de prime abord, les dérivées premières et secondes des noyaux gaussiens formant le noyau du filtre étant invariantes par changement de

signe (au signe près). N'oublions pas qu'après la formation de la matrice $\mathbf{A}_{f * g}$, des opérations fortement non-linéaires interviennent (diagonalisation de la matrice, tri des valeurs propres).

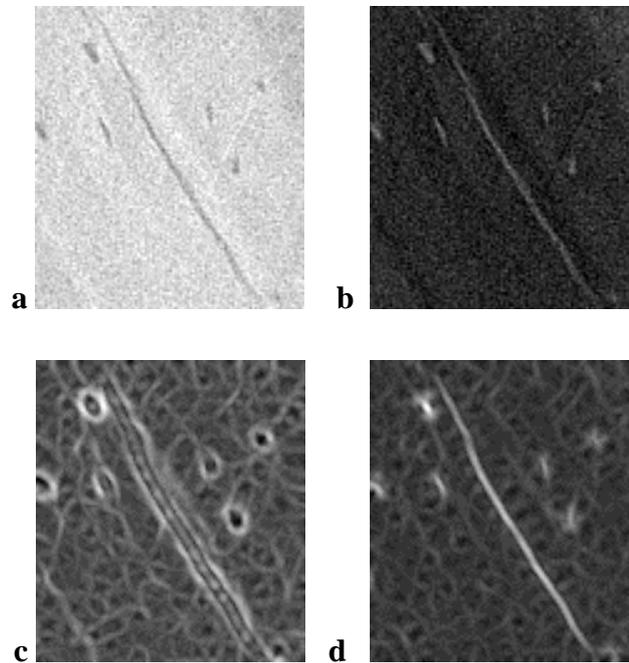


Figure 4.1 Filtrage d'une image avant et après inversion des niveaux de gris. a : image originale, b : image inversée, c : filtrage de l'image originale, d : filtrage de l'image inversée

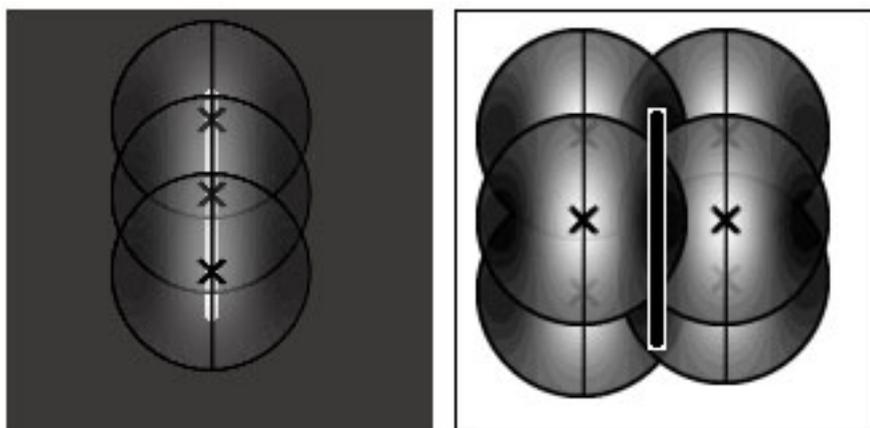


Figure 4.2 Effet de semi-détection sur les images inversées

2.3. Réponse à un bruit gaussien

2.3.1. Influence du paramètre σ_g

L'unique paramètre du filtre DOP est l'écart type du noyau gaussien utilisé et de ses dérivées partielles. On l'appellera σ_g .

La Figure 4.3 représente une coupe du volume obtenu après filtrage d'une image uniforme corrompue par un bruit additif gaussien ($\sigma = 12$). Le paramètre σ_g est de 10 pour la 1ère, 5 pour la deuxième, et 1 pour la dernière. Quelle que soit la valeur de σ_g , l'image obtenue après filtrage est fortement structurée. On observe la création de canaux formant un réseau connecté de filaments. La largeur de ces filaments est équivalente à σ_g , mettant en évidence le rôle de facteur d'échelle joué par σ_g . De plus, le paramètre σ_g a une influence sur le rayon de courbure local des filaments. Finalement, l'image Figure 4.3.a semble être un grossissement d'une partie de l'image Figure 4.3.c.

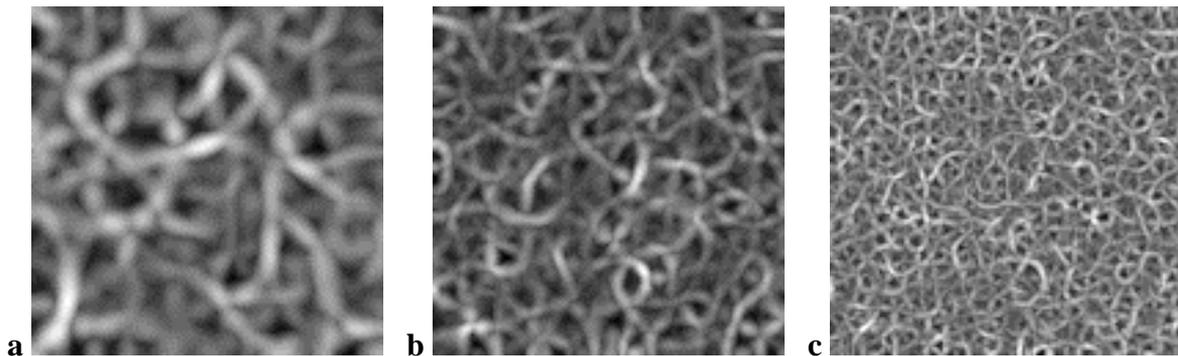


Figure 4.3 Application du filtre DPO sur une image uniforme bruitée pour différentes valeurs du paramètre σ_g

La Figure 4.4 est un rendu 3D d'une section fine de l'image filtrée. On constate que les filaments visibles sur les coupes sont en fait des portions de plans connectées.

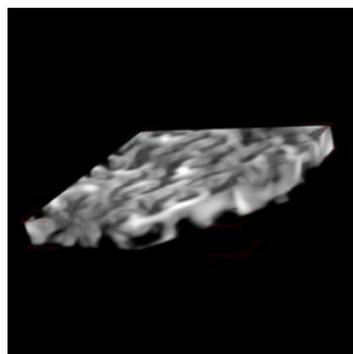


Figure 4.4 Rendu 3D de l'image filtrée du volume contenant la coupe de la Figure 4.3 a

2.3.2. Corrélation avec les minima locaux

Le résultat du traitement sur une image bruitée binaire (Figure 4.5.a) est donnée Figure 4.5.b. La Figure 4.5.c montre la superposition de l'image filtrée avec les points de l'image originale en vert.

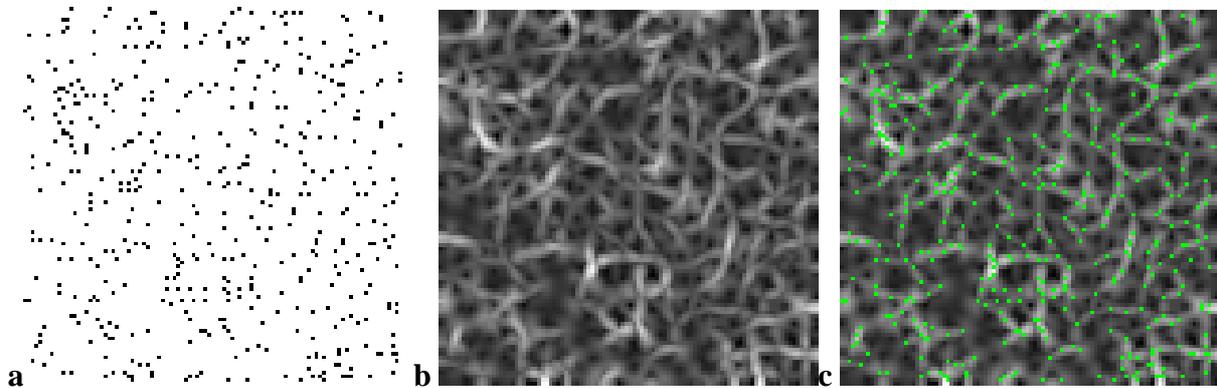


Figure 4.5 Lien entre les structures de l'image filtrée et les minima de l'image originale. a : image bruitée binaire ; b : image filtrée ; c : superposition des minima locaux (en vert) sur l'image filtrée

On constate que les filaments les plus marqués relient les points verts (i.e. les maxima locaux) voisins entre eux. Une interprétation de ce phénomène est que le traitement est conçu pour détecter des plans (apparaissant comme des filaments en 2D) et que des plans « virtuels » seront détectés même en l'absence de plan réel en reliant les points voisins.

Ce phénomène est illustré Figure 4.6. Considérons un point quelconque de l'image binaire bruitée ci-dessus. Le voisinage de ce point va contenir des points noirs. L'algorithme va alors choisir l'orientation correspondant au plan s'adaptant le mieux aux points du voisinage. Si le point est lui-même un minima local (cf Figure 4.6.a), alors la réponse sera forte.

Les minima locaux étant épars, la même orientation donc le même plan est choisie par l'algorithme pour tout un ensemble de points proches. Pour les points alignés appartenant au plan lui-même, la réponse restera forte (Figure 4.6.b, phénomène d'alignement), le motif de référence variant peu dans la direction principale. Pour les points décalés (Figure 4.6.c), le motif de référence variant beaucoup dans la direction orthogonale à la direction principale, la réponse diminue fortement. Le profil du motif dans la direction orthogonale étant une gaussienne d'écart-type σ_g , la réponse va décroître selon une fonction gaussienne (phénomène d'épaisseur). Ceci explique pourquoi l'épaisseur des filaments dépend de σ_g . Pour les points un peu plus éloignés (Figure 4.6.d), le voisinage considéré englobe un certain nombre de minima locaux appartenant au voisinage précédent ainsi que de nouveaux points.

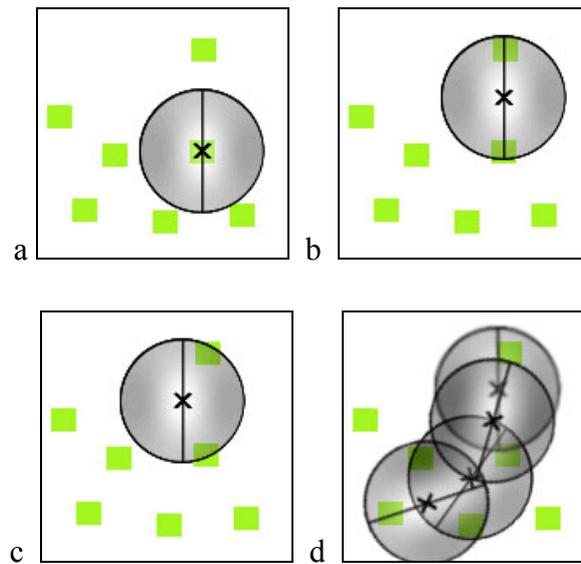


Figure 4.6 Réponse du filtre orienté en différents points d'une image binaire. Similarité entre le masque orienté et le voisinage a : d'un maximum local, b : d'un point sur une ligne entre les deux maxima locaux les plus proches, c : d'un point décalé par rapport à une ligne entre les deux maxima locaux les plus proches, d : de points proches de plusieurs maxima locaux.

L'orientation sera donc modifiée en conséquence (phénomène de courbure). La taille du voisinage qui dépend de σ_g influe sur la proportion de points identiques considérés par deux voisinages proches et donc sur la vitesse de variation de l'orientation locale. Ceci explique pourquoi la courbure des filaments dépend de σ_g .

Le phénomène observé est exactement le même sur des images à niveaux de gris, à l'exception que les filaments ne sont plus rectilignes. La valeur des pixels entre les minima locaux n'étant plus uniforme, l'algorithme va construire des surfaces maximisant localement le produit scalaire entre les voisinages locaux et le motif 3D orienté de façon optimale

2.3.3. Influence des paramètres sur les statistiques de l'image

Une des difficultés propres à l'utilisation du filtre DOP est la difficulté à prévoir les caractéristiques de l'image en fonction des paramètres et des caractéristiques de l'image de départ. Ceci rend par exemple impossible l'application d'un post-traitement (par exemple seuillage) à une série d'images sans en changer les paramètres (par exemple valeur du seuil).

Dans la suite, nous étudierons les effets de la variation du niveau de bruit gaussien (de moyenne nulle et défini par son écart type σ_b) et du paramètre σ_g sur les statistiques de

l'image filtrée. Les caractéristiques de l'image considérées seront la valeur moyenne, le maximum, le minimum, ainsi que les premier, cinquième et neuvième déciles de la distribution des valeurs.

Soit o l'image originale et b l'image formée par le bruit gaussien, alors on appelle f l'image étudiée avec :

$$f = o + b \quad (4.1)$$

On appellera alors $DPO_{\sigma_g}(f)$ l'image filtrée par le filtre DOP de paramètre σ_g , $m(DPO_{\sigma_g}(f))$ sa moyenne, et $\sigma(DPO_{\sigma_g}(f))$ son écart-type.

La Figure 4.7 reporte l'évolution des caractéristiques de l'image de sortie lorsque le taux de bruit augmente. σ_g est fixé à 2.5, tandis que σ_b varie entre 0 et 20.

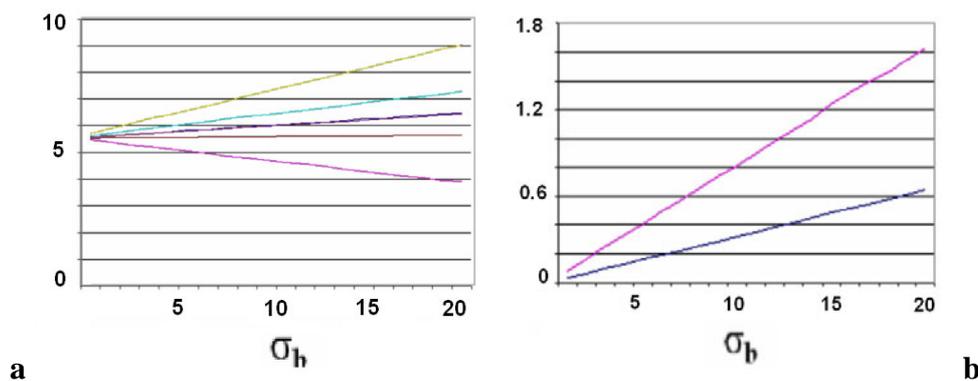


Figure 4.7 Evolution des statistiques de l'image uniforme bruitée avec la variation du niveau de bruit. a : évolution du maximum(jaune), premier décile (bleu), moyenne (violet), neuvième décile (marron), minimum (rose), b : Evolution de la dispersion de la distribution des niveaux de gris avec l'augmentation du taux de bruit sur l'image originale. Bleu : écart type, rose : différence entre le premier et le neuvième décile.

Pour chacun des paramètres étudiés, l'évolution est linéaire. La valeur moyenne augmente faiblement avec le taux de bruit, tandis que le premier décile est presque constant. La distribution des niveaux de gris matérialisée par les 1^{er}, 5^{ème} et 9^{ème} déciles dérive vers des valeurs plus importantes et s'élargit. On le constate aussi sur la Figure 4.7.b qui montre l'évolution de la dispersion de la distribution avec l'augmentation du taux de bruit sur l'image originale. Là encore, l'évolution est parfaitement linéaire.

La Figure 4.8 montre l'évolution des caractéristiques de l'image après filtrage, σ_g variant de 1 à 20, tandis que σ_b est fixé à 10.

Cette fois-ci, l'évolution n'est plus linéaire. En augmentant σ_g , la dispersion de la distribution des valeurs diminue de manière exponentielle, les valeurs se concentrent, ce qui est prévisible. En effet, σ_g jouant le rôle de facteur d'échelle, de fortes valeurs de σ_g induisent une image très lisse donc des niveaux de gris peu dispersés.

A l'exception du minimum, les courbes de l'évolution des autres caractéristiques sont des hyperboles. Sur une première portion, on observe une décroissance avec une pente qui fléchit. Une fois atteint un point minimal (qui n'est pas le même pour tous les paramètres), l'évolution tend à être linéaire.

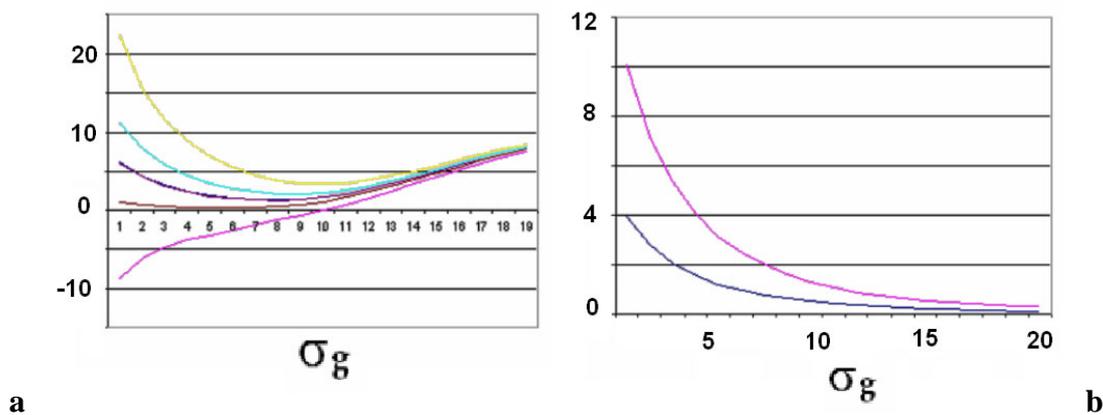


Figure 4.8 Evolution des statistiques de l'image uniforme bruitée avec la variation du paramètre σ_f (jaune : maximum, bleu : premier décile, violet : moyenne, marron : neuvième décile, rose : minimum) Evolution de la dispersion de la distribution des niveaux de gris avec la variation de σ_g . Bleu : écart type, rose : premier décile – neuvième décile.

La Figure 4.9 représente la variation de la valeur moyenne et de l'écart type en fonction de σ_b et de σ_g .

Le point optimal pour lequel la valeur moyenne est la plus basse à un σ_b donné semble varier en fonction du niveau du bruit. Ce phénomène est difficilement explicable. En outre, on ne peut dire a priori s'il s'agit d'un comportement intrinsèque à la conception du filtre, ou s'il résulte d'une approximation faite soit lors du calcul des coefficients, soit au niveau de la programmation.

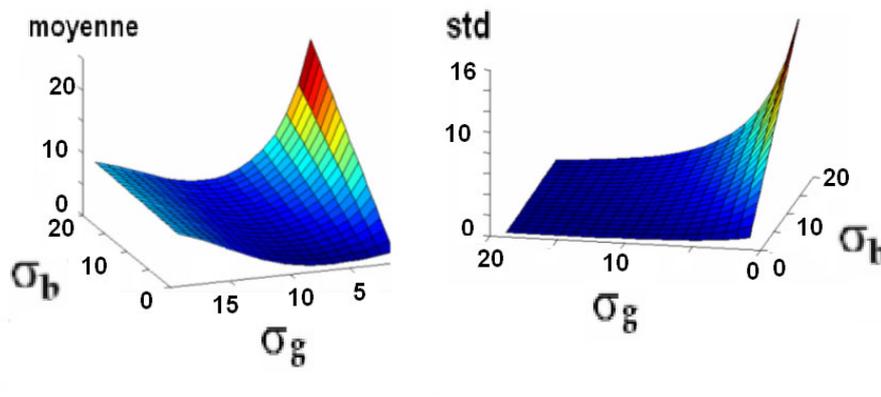


Figure 4.9 Evolution de la moyenne du filtrage de l'image uniforme bruitée avec la variation du bruit et du paramètre σ_f Evolution de l'écart type de la distribution des niveaux de gris avec la variation de σ_g et du niveau de bruit de l'image filtrée

2.4. Réponse à un plan

Afin d'étudier le comportement du filtre lors de la détection d'un plan, nous avons synthétisé une image de référence constituée d'un fond uniforme et d'un plan d'épaisseur 3 voxels. Après bruitage et filtrage, les moyennes et écarts type des niveaux de gris ont été calculés pour les points appartenant au fond et les points appartenant au plan. Une segmentation de l'image non bruitée permet de déterminer *a posteriori* la classe à laquelle appartiennent les points. La Figure 4.10 montre une coupe d'une des images utilisée et de sa réponse.

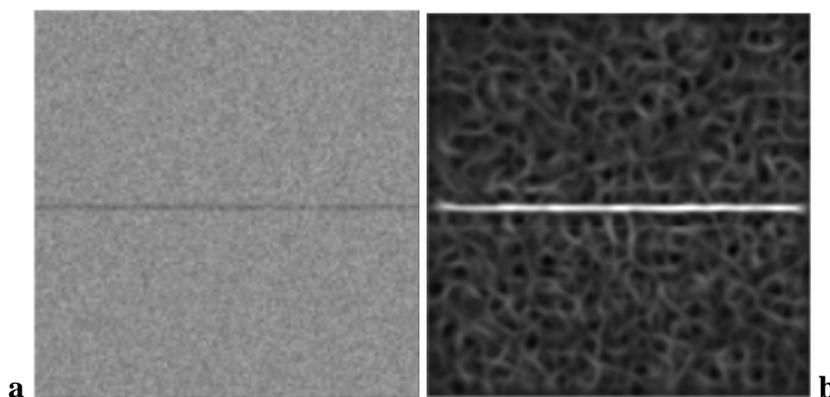


Figure 4.10 Coupe d'une image synthétique contenant un plan d'épaisseur 3 et coupe de la réponse en sortie du DPO

La Figure 4.11 a montre l'évolution du rapport des moyennes et des écarts types en fonction du niveau de bruit, σ_g étant fixé à 2.4. La Figure 4.11.b montre l'évolution du rapport des moyennes et des écarts types en fonction du σ_g , le taux de bruit de l'image étant fixé à 10. Les Figure 4.12 est une représentation en 3D de l'évolution du rapport des moyennes en fonction des deux paramètres.

La Figure 4.11.a montre que le rapport des réponses moyennes du plan et du fond décroît exponentiellement avec le niveau de bruit, tandis que le rapport des écarts types converge vers une valeur proche de 1.

La Figure 4.11.b montre encore une fois le rôle de facteur d'échelle de σ_g , avec un maximum très marqué pour une valeur de 3 qui est l'épaisseur réelle du plan. Lorsque σ_g devient grand, le rapport des moyennes converge vers 1, l'image devenant plus lisse. La visualisation en 3D montre que ce sigma optimal ne varie pas avec le niveau de bruit.

Le rapport des écarts types reste constant jusqu'au sigma optimal, puis décroît asymptotiquement vers 0.

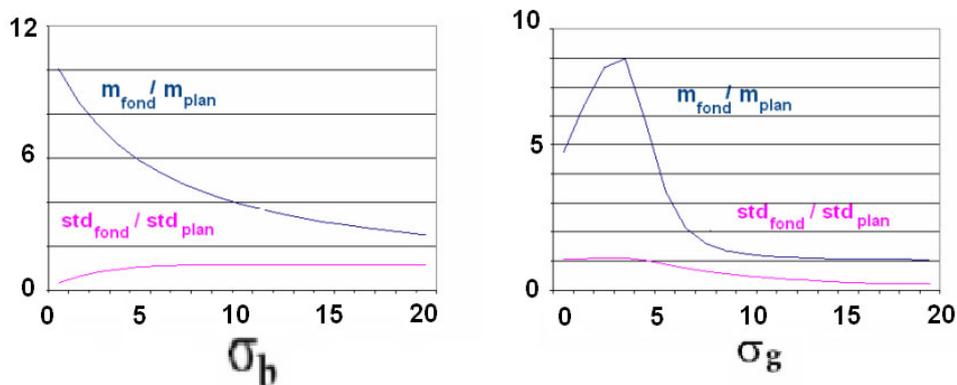


Figure 4.11 l'évolution du rapport des moyennes (en bleu) et des écarts types (en rose) des niveaux de gris des voxels du plan et du fond. a : en fonction du niveau de bruit, σ_g étant fixé à 2.4. b : en fonction de σ_g , le taux de bruit de l'image étant fixé à 10

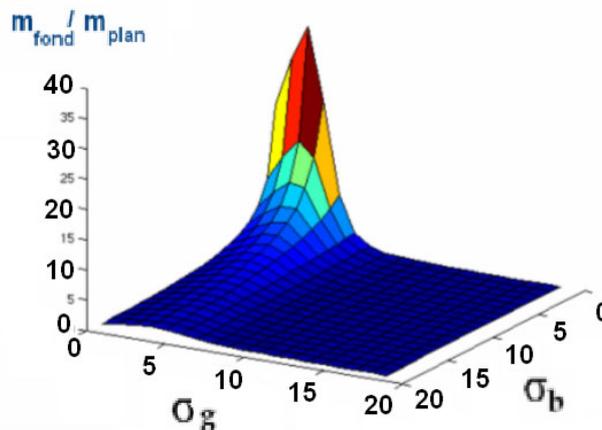


Figure 4.12 Représentation 3D de l'évolution du rapport des moyennes des niveaux de gris des voxels du plan et du fond en fonction du niveau de bruit et de σ_g

2.5. Commentaire

Nous avons vu que les caractéristiques de l'image de sortie sont difficiles à prévoir en fonction de celles de l'image en entrée, rendant impossible un traitement en série.

Ces questions ne se posent pas dans le cadre du travail de Aguet[Aguet '05] qui ne considère que des structures planaires simples et ne souhaite obtenir que des contours fins. Il procède donc à une suppression des points non maxima locaux qui lui fournit directement une image segmentée. À cet effet il propose d'utiliser l'orientation locale fournie par la détection. Un profil virtuel traversant la surface épaisse dans la direction de la normale du plan orienté de manière optimale est alors obtenu par interpolation des valeurs des voxels voisins. Seuls les points situés à une distance inférieure à 1 voxel du maximum virtuel sont alors conservés. Le procédé est illustré sur la Figure 4.13.

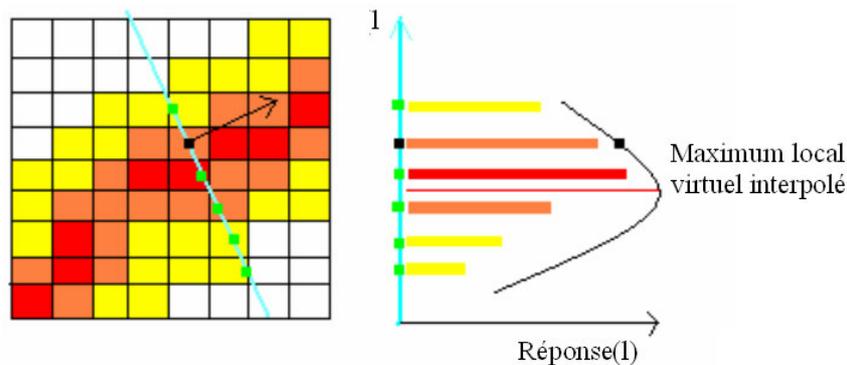


Figure 4.13 Suppression des points non maxima locaux par interpolation d'un profil orthogonal

Le point noir désigne le voxel dont on veut savoir si il est un maximum local. Les couleurs des voxels voisins sont attribuées selon la réponse au filtre (rouge : forte réponse, jaune : faible réponse, orange : réponse intermédiaire). On va interpoler la réponse le long du profil en bleu dont l'orientation est déterminée grâce à l'orientation locale calculée (flèche noire). Le point étudié n'est pas à une distance inférieure à 1 du maximum local, il est rejeté.

Dans notre cas, l'épaisseur des microfissures doit être conservée. De plus, l'orientation est mal définie aux points de jonction. L'utilisation de cette technique n'est donc pas compatible avec la segmentation de microfissures complexes. Cependant, un simple seuillage sur l'image du critère de planéité n'est pas suffisant pour procéder directement à la segmentation des

microfissures et des lacunes (cf exemple ci-après). Une méthode de filtrage non linéaire utilisant le critère de planéité a donc été proposée. Elle fait l'objet du paragraphe suivant.

3. Filtrage non-linéaire préservant les structures planaires

3.1.Motivation

Sur l'exemple du de la Figure 3.4 du Chapitre 3, nous avons vu que le « critère de planéité » fourni par le filtre DPO pouvait être d'une grande utilité pour la segmentation des fissures, notamment grâce à sa sensibilité. De part le principe de sa conception, le filtre DPO est particulièrement efficace sur le bruit gaussien. Au contraire, sa sensibilité aux contours fait qu'il est particulièrement sensible au bruit géométrique, comme les artefacts circulaires ou les textures qui peuvent apparaître dans nos images. De plus, la création de filaments dans les zones uniformes bruitées fait que les structures recherchées (microfissures, lacunes) sont interconnectées avec des structures créées par le bruit. Ainsi, les limites des structures d'intérêt ne sont pas bien définies et il peut être difficile de fixer un seuil optimal, même manuellement, comme le montre la Figure 4.14. De plus, les lacunes n'étant pas planaire ni d'épaisseur comparable à celle des cracks, leur filtrage n'est pas satisfaisant : elles apparaissent très déformées, prenant l'aspect d'étoiles.

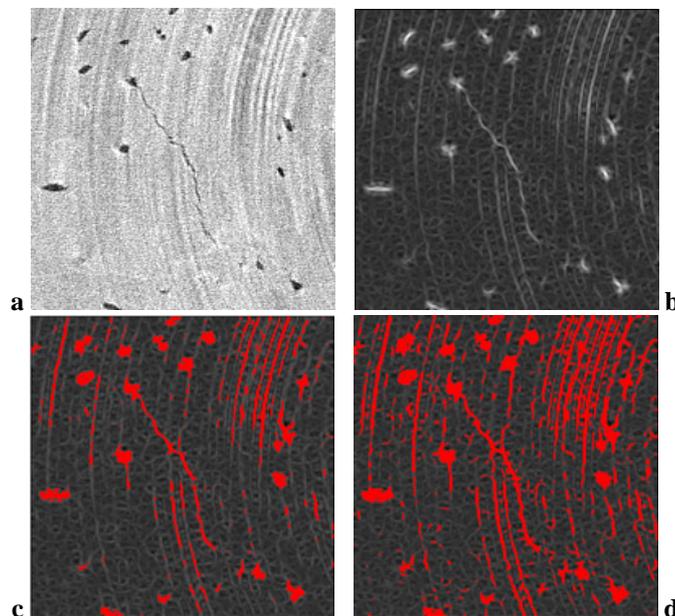


Figure 4.14 Seuillage d'une image de microfissure filtrée par le filtre DPO pour deux valeurs différentes de seuil. a : image originale, b : sortie du DPO, c : résultat de son seuillage par une valeur basse(en rouge) ; d : résultat de son seuillage par une valeur haute (en rouge)

3.2.Méthode

3.2.1. Introduction

Une des principales causes des caractéristiques non souhaitées des images filtrées par le filtre décrit précédemment – bruit structuré, variation des statistiques des images avec les paramètres- est la perte de l'information apportée par les niveaux de gris.

L'idée principale de la méthode proposée ici est de combiner l'information brute apportée par les niveaux de gris et l'information géométrique apportée par le filtre DPO. En particulier, il s'agit d'un filtrage adaptatif et non-linéaire des niveaux de gris utilisant le critère de planéité local. Un avantage direct de cette démarche est le retour à une image de même nature que l'image originale dont les niveaux de gris se situent dans un intervalle limité et maîtrisé, qui ne dépend pas des paramètres du filtre détecteur de plan.

3.2.2. Principe

Rappel du chapitre 3: On définit le résultat du filtrage bilatéral d'une image f en tout point par :

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu} \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} f(\mathbf{y}) \cdot c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot s(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{y})) d\mathbf{y}$$

avec $\mu = \int_{\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})} c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot s(\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{y})) d\mathbf{y}$

Le terme μ est un terme de normalisation tandis que les fonctions c et s sont des mesures de similarité spatiale et en valeur. On pourra prendre par exemple des fonctions gaussiennes uni- et bi- dimensionnelles de paramètres σ_c et t .

Comme nous l'avons vu au chapitre 3, le principe du filtrage bilatéral [Tomasi '98] est de moyennner les niveaux de gris appartenant à une même région de l'image, en estimant leur similarité a priori non seulement par une distance géométrique comme dans un filtrage gaussien standard, mais aussi par une distance prenant en compte leurs niveaux de gris respectifs.

Dans notre situation, le contraste des structures à détecter est trop faible pour pouvoir considérer que des voxels voisins appartiennent à une même microfissure si et seulement si leur niveaux de gris sont proches. Toutefois, grâce à la bonne sensibilité du filtre détecteur de

plan sur les microfissures, on peut considérer que des voxels voisins appartiennent à un même microfissure si et seulement si les valeur du critère de planéité de ces deux voxels sont proches.

On va donc utiliser ce critère pour moyenner les niveaux de gris des voxels appartenant aux mêmes structures planaires. On définit le résultat du filtrage non-linéaire rehausseur de structures planaires ou filtre PSCE (Planar Structure Contrast Enhancement) d'une image f en tout point en fonction du critère de planéité \mathbf{S} par :

$$P(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu(\mathbf{x})} \int f(\mathbf{y}) \cdot c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot r(\mathbf{S}(\mathbf{x}), \mathbf{S}(\mathbf{y})) d\mathbf{y} \quad (4.2)$$

$$\text{avec } \mu(\mathbf{x}) = \int c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot r(\mathbf{S}(\mathbf{x}), \mathbf{S}(\mathbf{y})) d\mathbf{y} \quad (4.3)$$

Le terme μ est un terme de normalisation tandis que les fonctions c et r sont des mesures de similarité spatiale et de planéité. La fonction c choisie est simplement un noyau gaussien tridimensionnel de paramètre σ_c . Le choix de la fonction r est l'objet du paragraphe suivant.

3.2.3. Choix de la fonction de mesure de similarité de planéité

Dans le filtrage bilatéral, la mesure de similarité des niveaux de gris des voxels proposée (cf. Chapitre 3 paragraphe 3.3) est :

$$s(f(\mathbf{x}), f(\mathbf{y})) = \exp\left(-\frac{\|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})\|^2}{t^2}\right) \quad (4.4)$$

Des mesures possibles de la similarité de planéité seraient :

$$r(S(\mathbf{x}), S(\mathbf{y})) = \exp\left(-\frac{\|S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{y})\|^2}{\tau^2}\right) \quad (4.5)$$

en considérant l'erreur absolue sur le critère de planéité et :

$$r(S(\mathbf{x}), S(\mathbf{y})) = \exp\left(-\frac{\left\|\frac{S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{y})}{S(\mathbf{x})}\right\|^2}{\tau^2}\right) \quad (4.6)$$

en considérant l'erreur relative.

Le paramètre τ peut être considéré comme un seuil sur les fonctions $\|S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{y})\|$ ou $\left\| \frac{S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{y})}{S(\mathbf{x})} \right\|$ au-delà duquel les voxels ne sont plus considérés comme appartenant à la même structure plane.

De prime abord, la deuxième formulation (4.6) semble plus satisfaisante. En effet, si la mesure de similarité des niveaux de gris ne doit considérer que les différences absolues – le traitement devant *a priori* considérer de manière identique les zones sombres et claires, il paraît plus judicieux de considérer la différence relative du critère de planéité afin de traiter de manière équivalente les voxels dont la planéité est forte et ceux dont la planéité est faible.

Ce principe est illustré sur la Figure 4.15 qui représente les profils des valeurs du critère de planéité orthogonalement à un filament créé par le bruit et à une vraie structure. Pour que l'intervalle sur lequel les niveaux de gris sont moyennés ait la même largeur (flèches noires) il faut que la valeur de la différence de planéité acceptée pour considérer que des voxels appartiennent à la même structures (flèches rouges) soit proportionnelle à la valeur du critère au point considéré (flèches bleues).

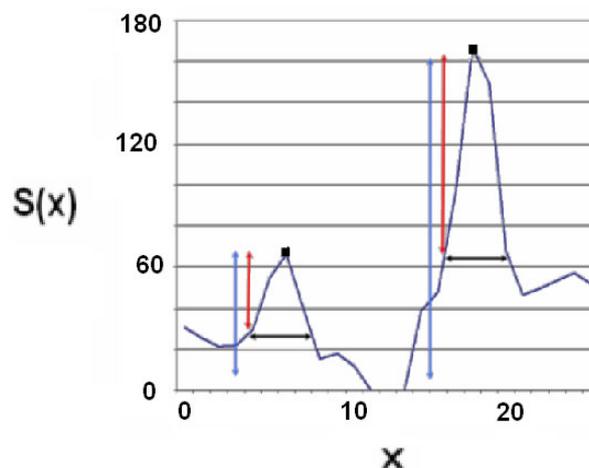


Figure 4.15 Profils des valeurs du critère de planéité orthogonalement à un filament créé par le bruit (pic de droite) et à une vraie structure (pic de gauche). En noir : taille du voisinage de moyennage, en rouge : seuils sur la différence de $S(x)$, en bleu : valeur du pic

Un exemple montre que ce raisonnement n'est pas correct et que l'utilisation de l'erreur absolue donne de bien meilleurs résultats. La Figure 4.16 montre une image synthétique comprenant un plan d'épaisseur 2 voxels et du bruit gaussien (a). Le résultat de son filtrage par le filtre détecteur de plan ($\sigma_g = 1.7$) est présenté sur l'image (b), le résultat du filtrage des niveaux de gris utilisant l'erreur relative et absolue sont présentés respectivement figures (c) et (d) ($\tau = 0.20$ et $\tau = 5$) et le seuillage avec le même seuil des deux images filtrées est présenté sur les figures (e) et (f).

L'image filtrée en considérant l'erreur relative laisse apparaître, bien que diminuée, la structure du bruit. La partie homogène de l'image filtrée en considérant l'erreur absolue est quant à elle bien plus homogène. Cela est confirmé par le seuillage de ces deux images.

En effet, si on considère l'erreur relative entre les critères de planéité, on moyenne les niveaux de gris des structures quel que soit leur niveau de planéité. Même si les structures apparaissant en réponse au bruit ont une réponse relativement faible, le filtrage va moyenner les niveaux de gris des voxels appartenant à ces structures de la même manière que pour les vraies structures à détecter. Or, nous avons vu que ces structures se créent de sorte à relier et contenir les voxels les plus sombres. Le moyennage conduit donc à l'apparition de ces structures comme des filaments sombres. Au contraire, l'utilisation de l'erreur absolue permet au filtre de conserver les structures ayant des valeurs élevées du critère et d'estomper les structures ayant des valeurs faibles. En plus de permettre d'identifier les voxels appartenant aux mêmes structures planaires, le critère agit donc ici sur la sélectivité du filtre.

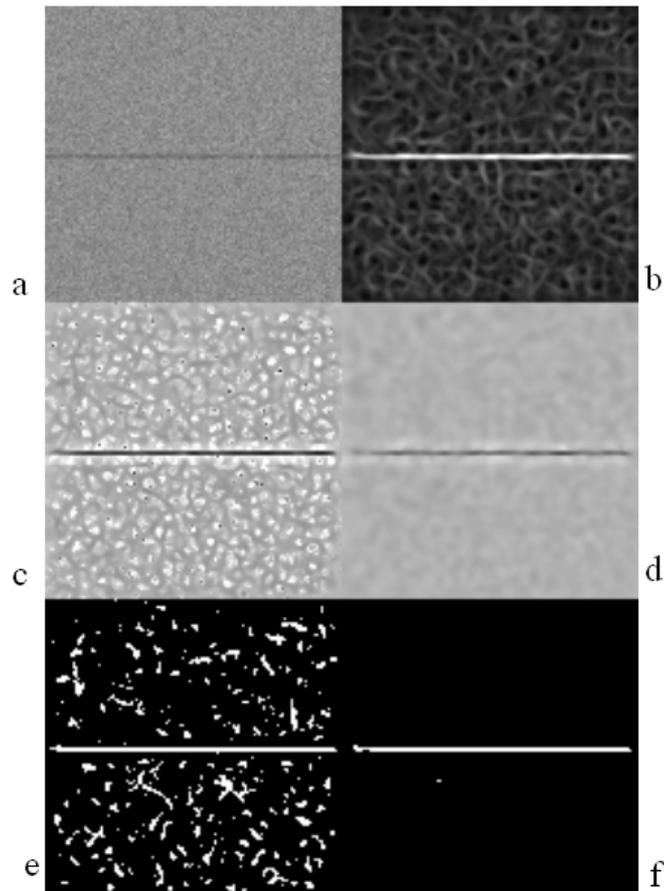


Figure 4.16 Filtrage d'un plan avec une mesure considérant l'erreur relative du critère de planéité. a : image bruitée, b : critère de planéité, c : filtrage PSCE avec erreur relative, d : filtrage PSCE avec erreur absolue, e : seuillage de c, f : seuillage de d.

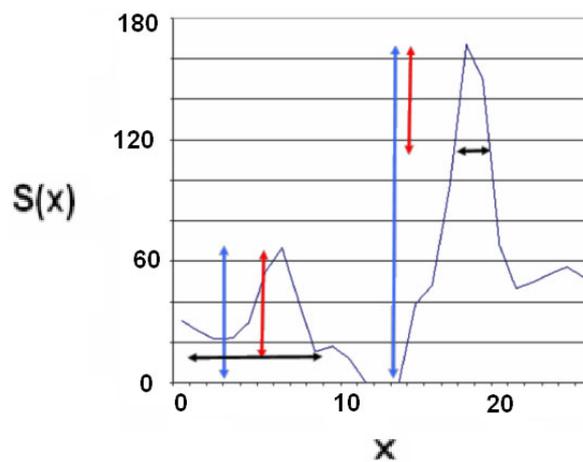


Figure 4.17 Profils des valeurs du critère de planéité de orthogonalement à un filament créé par le bruit et à une vraie structure. En noir : taille du voisinage de moyennage, en rouge : seuils sur la différence de $S(x)$, en bleu : valeur du pic

Sur la Figure 4.17, on voit que la même tolérance sur la valeur du critère (flèche rouge) conduit à une plus grande largeur de l'intervalle de moyennage pour la structure qui a une valeur de critère faible que pour celle qui a une valeur de critère forte.

Par conséquent, nous utiliserons l'expression (4.5) du filtrage faisant intervenir l'erreur absolue :

$$r(S(\mathbf{x}), S(\mathbf{y})) = \exp\left(-\frac{\|S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{y})\|^2}{\tau^2}\right)$$

3.2.4. Interprétation comme un filtre adaptatif

Tout comme le filtrage bilatéral, le filtrage non-linéaire proposé ici peut être interprété comme un filtre adaptatif. En effet, on peut réécrire l'équation (4.2) comme :

$$P(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu(\mathbf{x})} \int f(\mathbf{y}) \cdot w_{\mathbf{x}}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\mathbf{y} = \frac{1}{\mu} [f * w_{\mathbf{x}}](\mathbf{x}) \quad (4.7)$$

avec :

$$w_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) = c(\mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{h}) \cdot r(S(\mathbf{x}), S(\mathbf{x} - \mathbf{h})) = M^c_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) \cdot M^r_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) \quad (4.8)$$

où $M^c_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) = \exp\left(\frac{-\|\mathbf{h}\|^2}{\sigma_c^2}\right)$ et $M^r_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) = \exp\left(\frac{-\|S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{x} - \mathbf{h})\|^2}{\tau^2}\right)$.

Ainsi, l'image est convoluée avec un masque formé par le produit d'un noyau gaussien avec un masque dont la forme est définie localement grâce au critère de planéité.

La Figure 4.18 représente une région d'intérêt montrant une microfissure et une visualisation 3D de la réponse du DPO. Le point **a** est situé sur le microfissures tandis que le point **b** est situé juste à coté.

Les Figure 4.19.a et Figure 4.19.b montrent les masques $M^r_{\mathbf{x}}$ respectivement aux points **a** et **b**. On remarque bien que le masque correspondant au point **a** sélectionne les voxels appartenant au microfissure et rejette les voxels appartenant au fond tandis que le masque au point **b** sélectionne les pixels appartenant au fond et rejette ceux du microfissure. La Figure 4.19.c représente le masque $M^c_{\mathbf{x}}$ identique pour les deux points tandis que les Figure 4.19.d et Figure 4.19.e représentent les masques finaux de filtrages $w_{\mathbf{x}}(\mathbf{y})$. La Figure 4.19.f montre le résultat du filtrage de l'image.

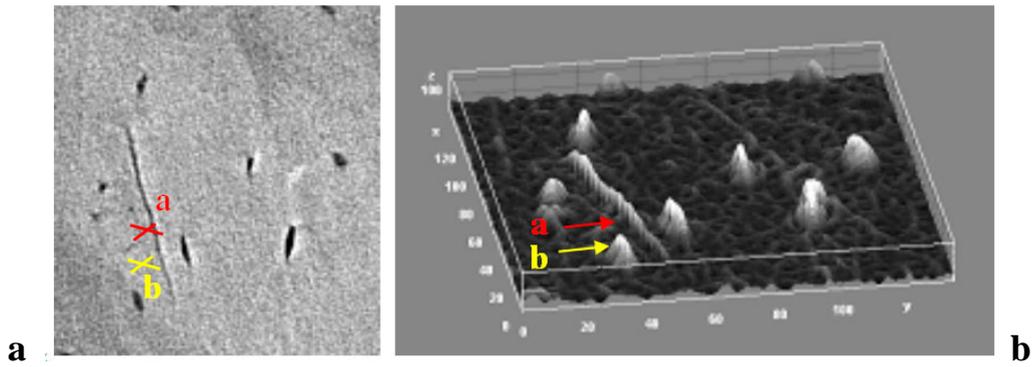


Figure 4.18 Région d'intérêt montrant un microfissure et visualisation 3D de la réponse du détecteur de plan orientable

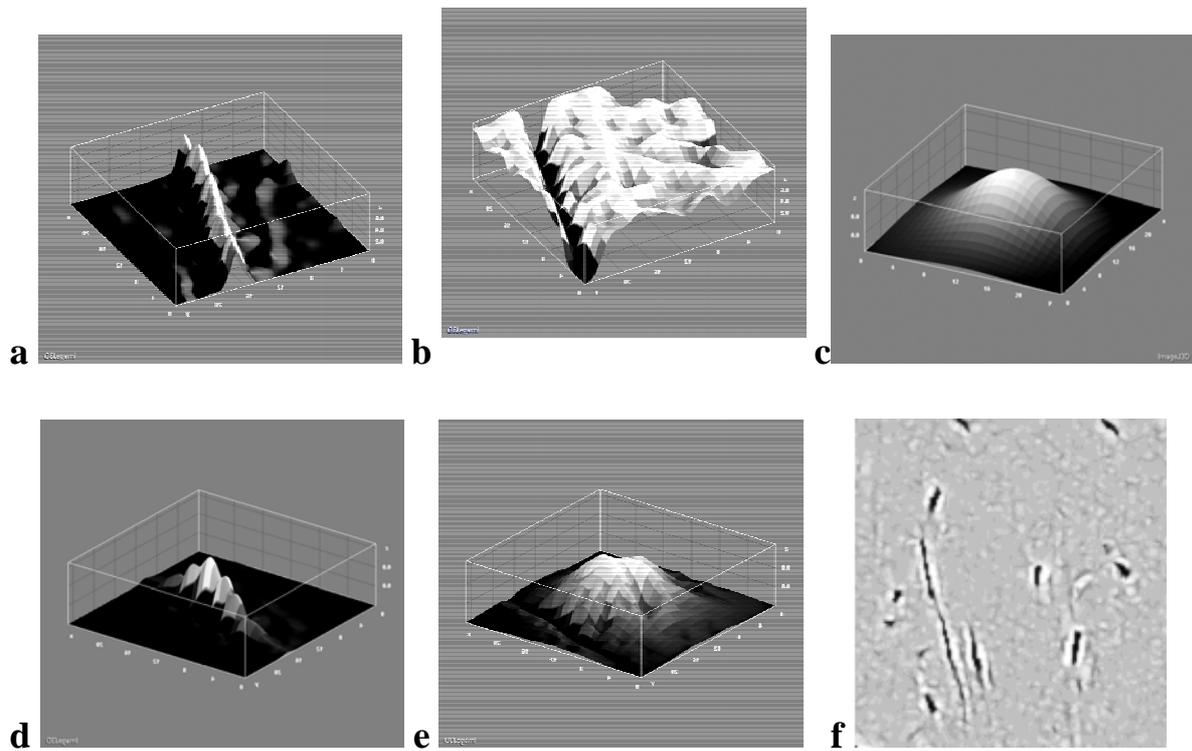


Figure 4.19 Interprétation du filtrage non-linéaire proposé comme un filtrage adaptatif. Exemple sur pour les points *a* et *b* de la Figure 4.18.a. *a-b* : visualisation des masques correspondant à la fonction *r*. *c* : visualisation du noyau gaussien correspondant à la fonction *c*. *d-e* : multiplication des deux. *f* : résultat du filtrage non-linéaire.

3.2.5. Paramètres

Les paramètres du filtre PSCE sont équivalents à ceux du filtrage bilatéral. La fonction gaussienne c fait intervenir un paramètre σ_c qui peut être choisi en fonction de l'échelle des structures de l'image. Pour la fonction r , il est nécessaire de choisir un paramètre τ . Ce paramètre peut être interprété comme un seuil sur la différence de planéité au-delà de laquelle deux points ne sont plus considérés comme appartenant à la même structure. Ainsi, le choix de τ dépend implicitement du choix du paramètre σ_g du détecteur de plan orientable. Si la non-prévisibilité des valeurs de sortie du détecteur de plan implique *a priori* de choisir empiriquement τ à partir de mesures sur l'image de sortie du premier détecteur, nous verrons par la suite que le choix de ce paramètre est peu sensible. Il peut donc être fixé pour le traitement d'une série d'image de même nature.

3.3. Analyse et évaluation sur image synthétique

3.3.1. Construction du fantôme

Afin d'évaluer et de comparer les performances du filtre décrit, nous avons réalisé une image synthétique ou fantôme. Une coupe et deux visualisations en 3D du fantôme sont présentées Figure 4.20.a et Figure 4.21. Ce fantôme ne ressemble pas réellement à une microfissure naturelle. De fait, il a été conçu de sorte à reproduire les différentes configurations morphologiques que l'on peut trouver dans les microfissures. De gauche à droite : plan ondulé, jonctions de plans, ouverture de la fissure, changement d'épaisseurs, présence de multiples petites fissures parallèles. Ces différents éléments ont été construits par implémentation d'équations géométriques. Afin de modéliser les dégradations de l'image, l'image parfaite de référence a été sous-échantillonnée par 2, du bruit gaussien ($\sigma=12$) a été ajouté ainsi que du bruit géométrique ou texture formé par des lignes droites, des portions de segments et des arcs de cercles. Les voxels de l'objet synthétisé ont une valeur de niveau de gris de 98 sur un fond de niveau 110. Enfin, une image témoin de référence a été construite par segmentation manuelle du fantôme avant bruitage. Une coupe est présentée Figure 4.20.b

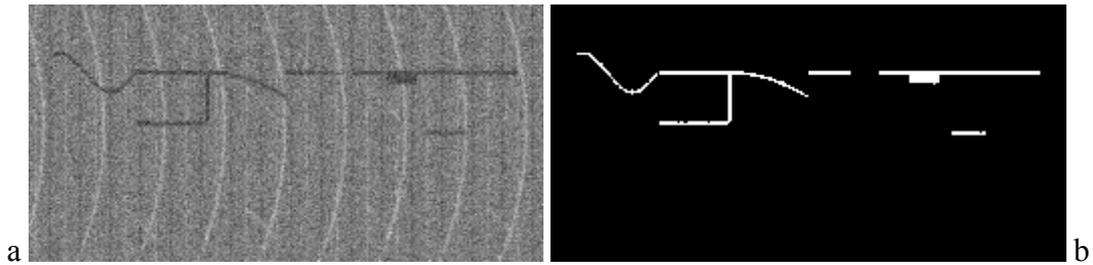


Figure 4.20 Coupes de l'image synthétique utilisée pour l'évaluation des algorithmes. a : image originale ; b : image témoin obtenue par segmentation de l'image avant bruitage

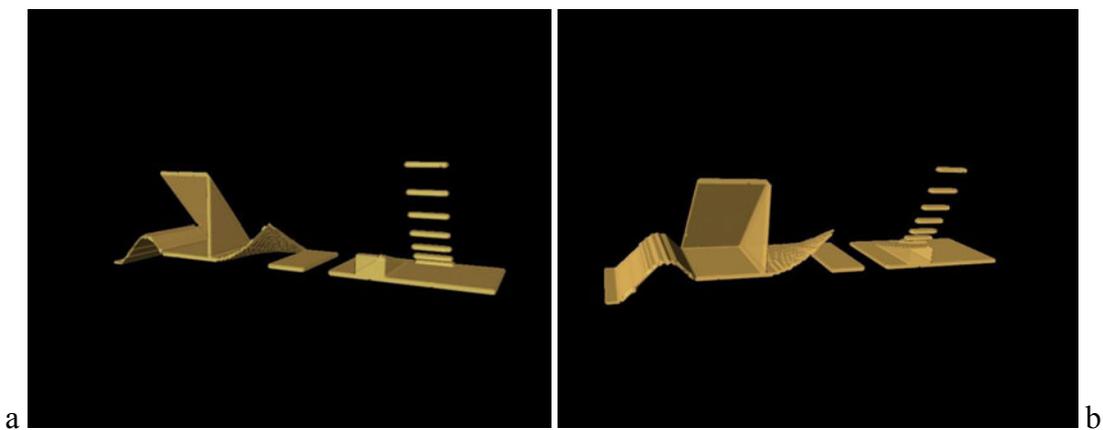


Figure 4.21 Rendus 3D de l'image synthétique utilisée pour l'évaluation des algorithmes

3.3.2. Mode opératoire

De part la nature de nos images et l'objectif unique qui est la segmentation des microfissures en vue de l'extraction de paramètres morphologiques, les critères usuels d'évaluation des méthodes de traitement d'image comme le rapport signal sur bruit ne sont pas suffisants pour une évaluation en profondeur des différentes méthodes (ceci sera démontré par la suite). Une expérience de validation a donc été conçue pour évaluer les performances des méthodes de filtrage pour la segmentation des microfissures ou du fantôme. Les méthodes testées sont le détecteur de plan orientable seul (DPO) et combiné avec la méthode de filtrage adaptatif proposée (PSCE), le filtrage bilatéral et la diffusion anisotrope.

Afin d'évaluer la sensibilité des diverses méthodes au choix des paramètres principaux, ces valeurs seront calculées pour une série de valeurs du paramètre p_i autour de la valeur optimale. Dans le cas du filtrage PSCE, le paramètre σ_g du détecteur de plan rentre implicitement en jeu. Il sera donc fixé à une valeur théorique optimale de 1.5 (car le plan est

d'épaisseur 3). Les autres paramètres ont été fixés comme suit. Les noyaux gaussiens utilisés par le filtre bilatéral et le PSCE sont identiques avec un écart type σ_c fixé à 3. Pour la diffusion anisotrope, un pas de 0.2 et un nombre d'itérations de 25 ont été choisis de sorte à assurer une bonne convergence de l'algorithme. Le tableau suivant récapitule les différentes valeurs des paramètres principaux utilisés.

	Diffusion Anisotrope	Bilatéral	DPO	PSCE
Paramètre	K	t, $\sigma_c=3$	σ_g	$\tau, \sigma_g=1.5, \sigma_c=3$
Valeur 1	4	20	1,25	2,50
Valeur 2	5	25	1,50	5,00
Valeur 3	6	30	1,75	7,50
Valeur 4	7	35	2,00	10,00
Valeur 5	8	40	2,25	12,5

Tableau 4. 1 Paramètres principaux testés pour l'évaluation des méthodes de débruitage

Pour chacune des images filtrées par une de ces méthodes avec une valeur de paramètre, nous avons extrait les histogrammes des niveaux de gris des voxels appartenant à l'objet et au fond. La répartition des voxels appartenant au fond ou à l'objet a été faite grâce à l'image témoin. On peut alors facilement calculer la valeur moyenne et l'écart type des deux histogrammes ainsi que le rapport contraste-sur-bruit défini comme le rapport entre la différence des valeurs moyennes et l'écart type du bruit.

Des critères d'évaluation plus élaborés ont été calculés sur les différentes images après segmentation. Il s'agit du nombre de composantes connexes, du nombre de voxels détectés appartenant à l'objet (vrais positifs, TP), du nombre de voxels détectés mais n'appartenant pas à l'objet (faux positifs, FP) et du nombre de voxels appartenant à l'objet mais non détectés (faux négatifs FN). Ces trois paramètres permettent le calcul du coefficient de Dice qui s'exprime comme :

$$CD = \frac{2 \times TP}{(FP + TP) + (TP + FN)}$$

Cette formule peut être réinterprétée comme une mesure de la taille des deux ensembles (objet segmenté et objet référence) divisée par la taille moyenne des deux ensembles. Une plus forte valeur (plus proche de 1) de ce coefficient indique une meilleure segmentation. Le nombre de

composantes connexes permet quant à lui d'évaluer la robustesse d'une éventuelle définition de germes par seuillage en vue d'une croissance de région ou d'un seuillage hystérésis.

L'objet segmenté considéré est constitué par la ou les composantes connexes extraites après segmentation ayant au moins 1 voxel en commun avec l'objet de l'objet synthétique.

Plusieurs seuils sont considérés pour la segmentation afin d'évaluer non seulement le résultat du seuillage par un seuil optimal, mais aussi la robustesse du choix du seuil. Les valeurs de seuils considérées sont calculées à partir de la moyenne des valeurs de l'image de sortie pour les voxels appartenant à l'objet de référence et au fond.

$$m_{f,1} = \text{moyenne} (f_{\text{SORTIE}}(\mathbf{x}), R(\mathbf{x})=1)$$

$$m_{f,2} = \text{moyenne} (f_{\text{SORTIE}}(\mathbf{x}), R(\mathbf{x})=0)$$

$$\text{seuil}_{f,i} = m_{f,1} + \frac{i}{10} \times (m_{f,1} - m_{f,2}), i \in [-10;10]$$

où f est le résultat du filtrage de l' image par une des méthodes testées et R l'image binaire contenant l'objet de référence. Afin de s'affranchir des différences de statistiques, nous étudierons l'évolution des différents paramètres non pas par rapport au seuil absolu mais par rapport à la sensibilité, c'est-à-dire au nombre de voxels correctement détectés (vrais positifs).

3.3.3. Résultats

a. Mesures quantitatives

Le Tableau 4. 2 présente les statistiques calculées sur les différentes images filtrées tandis que la Figure 4.22 présente les histogrammes des voxels appartenant à l'objet. Pour chacune des méthodes étudiées, la courbe de couleur la plus claire correspond à la valeur la plus faible du paramètre et la courbe la plus foncée à la valeur la plus grande du paramètre.

L'allure des histogrammes montre tout à fait les différences de comportement des différentes méthodes. Les histogrammes correspondant au filtrage bilatéral sont similaires à des gaussiennes dont la valeur moyenne converge vers la valeur idéale et dont l'écart-type diminue avec l'augmentation du paramètre t tandis que ceux correspondant au détecteur de plan ont une allure de distribution poissonnienne dont la moyenne et l'écart type converge vers 0. Notons ici les grandes différences de statistiques des histogrammes rendant difficile un traitement automatique d'image de caractéristiques différentes. Les histogrammes

correspondant à la diffusion anisotrope sont très différents les uns des autres et semblent être construits par différentes pondérations de distributions gaussiennes. On perçoit ici le fort caractère non-linéaire de l'algorithme. Pour des valeurs faibles de K , les zones de faibles gradients sont conservées et le moyennage des niveaux de gris se fait sur des voisinages de petites tailles : les statistiques de l'histogramme sont proches de celles de l'image d'origine. Plus la valeur de K va augmenter, plus l'algorithme va estomper les contours, c'est-à-dire moyenner des niveaux de gris de l'objet avec des niveaux de gris du fond : on voit apparaître un second pic pour la valeur de niveau de gris du fond dans l'histogramme. Enfin, les statistiques correspondant aux images filtrées par le filtre PCSE convergent vers celles de l'image d'origine. Cet algorithme étant lui aussi fortement non-linéaire, les distributions sont très différentes selon la valeur du paramètre τ .

En ce qui concerne le rapport contraste-sur-bruit (défini comme la différence entre les valeurs moyennes de l'objet et du fond divisée par l'écart type des niveaux de gris du fond), on s'aperçoit que les valeurs correspondantes à la diffusion anisotrope sont faibles quelque soit la valeur du paramètre, tandis que c'est le filtrage bilatéral qui obtient les meilleurs résultats.

Méthode	Diffusion Anisotrope		Bilatéral		Décteur		Décteur+filtre	
Paramètre	K		$t, \sigma_c=3$		σ_g		$\tau, \sigma_g=1.5, \sigma_c=3$	
Objet	$\mu=98$		$\mu=98$		$\mu=98$		$\mu=98$	
	μ	σ	m	s	μ	σ	μ	σ
Valeur 1	97,9	10,7	95,7	4,0	15,	6,3	96	4,8
Valeur 2	98,5	10,2	96,5	2,9	9,7	3,7	98,8	4,1
Valeur 3	99,2	9,9	97,1	2,2	6,1	2,2	101	2,7
Valeur 4	100,4	9,8	97,5	1,8	3,9	1,4	102,2	1,8
Valeur 5	102,2	9,3	97,78	1,5	2,6	0,9	102,5	1,5
Fond	$\mu=110$		$\mu=110$		$\mu=110$		$\mu=110$	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Valeur 1	109,4	10,3	109,1	3,6	4,7	3,9	109,4	2,8
Valeur 2	109,4	8,5	109,2	2,6	2,5	2,2	109,5	1,8
Valeur 3	109,4	6,7	109,2	2,2	1,4	1,3	109,5	1,3
Valeur 4	109,5	5,6	109,3	1,7	0,7	0,8	109,5	1,1
Valeur 5	109,4	5,1	109,3	1,5	0,4	0,5	109,5	1,1
CNR								
Valeur 1	1,12		3,72		2,64		4,79	
Valeur 2	1,28		4,88		3,27		5,94	
Valeur 3	1,52		5,50		3,62		6,54	
Valeur 4	1,63		6,94		4,00		6,64	
Valeur 5	1,41		7,68		4,40		6,36	

Tableau 4. 2 Statistiques des niveaux de gris de l'objet et du fond pour les différents paramètres et méthodes testés

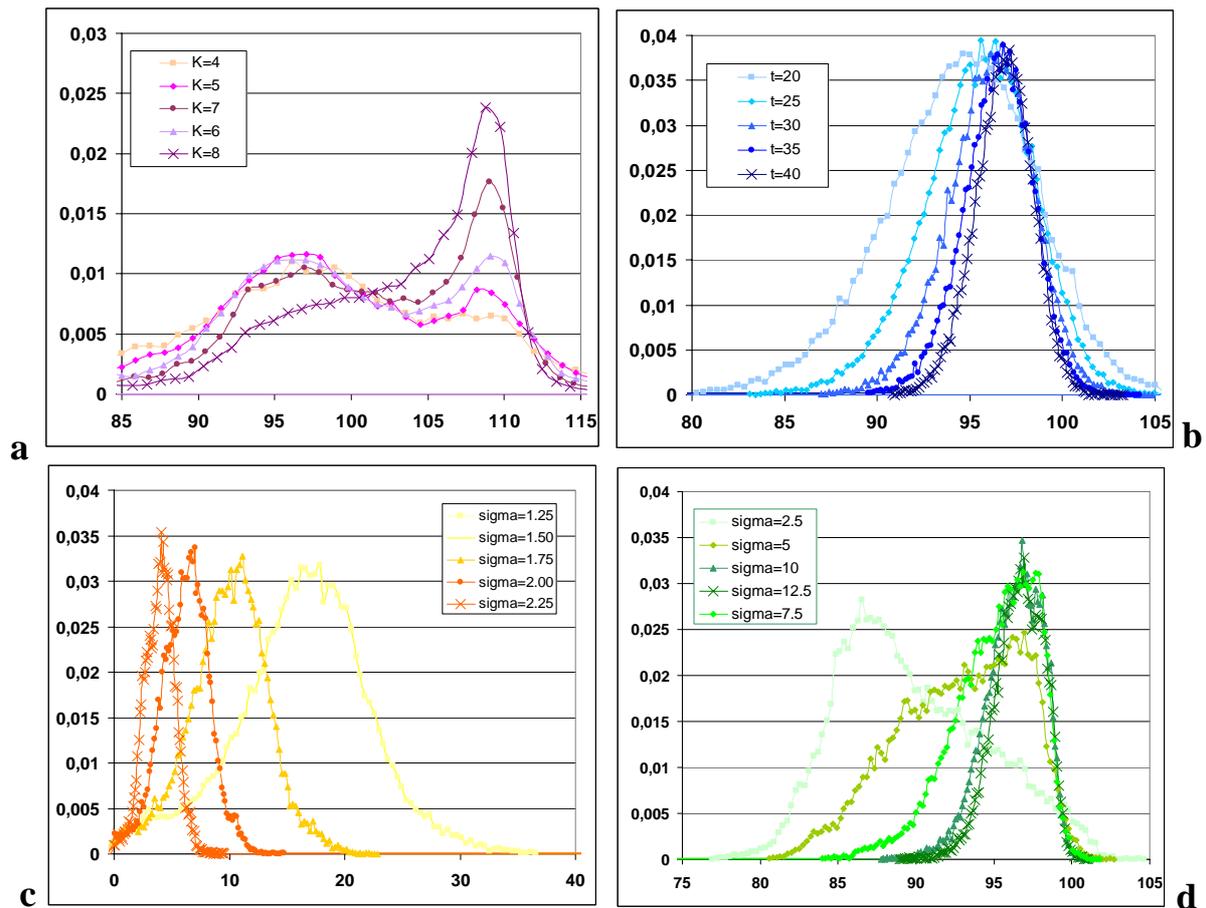


Figure 4.22 Histogrammes des voxels de l'objet dans l'image filtrée pour différentes valeurs du paramètre principal. a : Diffusion anisotrope ; b : filtrage bilatéral ; c : DPO ; d : filtre PSCE

L'étude des histogrammes renseigne sur l'évolution des statistiques de l'image. Comme nous l'avons déjà dit, notre but est la segmentation des microfissures. Le calcul des critères cités précédemment permet d'étudier plus précisément la segmentation de l'objet dans les images filtrées. Ainsi la Figure 4.23 représente l'évolution du nombre de composantes connexes de l'image segmentée, la Figure 4.24 l'évolution en échelle logarithmique du nombre de faux positifs et la Figure 4.25 l'évolution du critère de Dice, le tout en fonction du nombre de voxels correctement détectés (TP). Notons que le nombre de faux négatifs n'est pas étudiés, puisque linéaire dépendant du nombre de vrais positifs.

Les courbes bleues correspondent aux résultats obtenus avec le filtrage bilatéral, les courbes roses avec la diffusion anisotrope, les courbes jaune avec le DPO et les courbes vertes les résultats obtenus avec le filtre PSCE. Pour chacune des méthodes testées, la courbe correspondant au meilleur choix du paramètre est tracée en trait gras.

Sur la Figure 4.23, on constate que le filtre PSCE obtient quelque soit le choix du paramètre τ de bien meilleurs résultats que les trois autres méthodes qui présentent un nombre très élevé (>255) de composantes connexes, même pour des faibles valeurs de la sensibilité. La méthode qui obtient les seconds meilleurs résultats est le filtrage bilatéral avec un paramètre correctement choisi. Remarquons la décroissance rapide de l'ensemble des courbes pour les valeurs fortes de la sensibilité : passé un certain seuil, les différentes composantes connexes sont de tailles importantes et fusionnent entre elles.

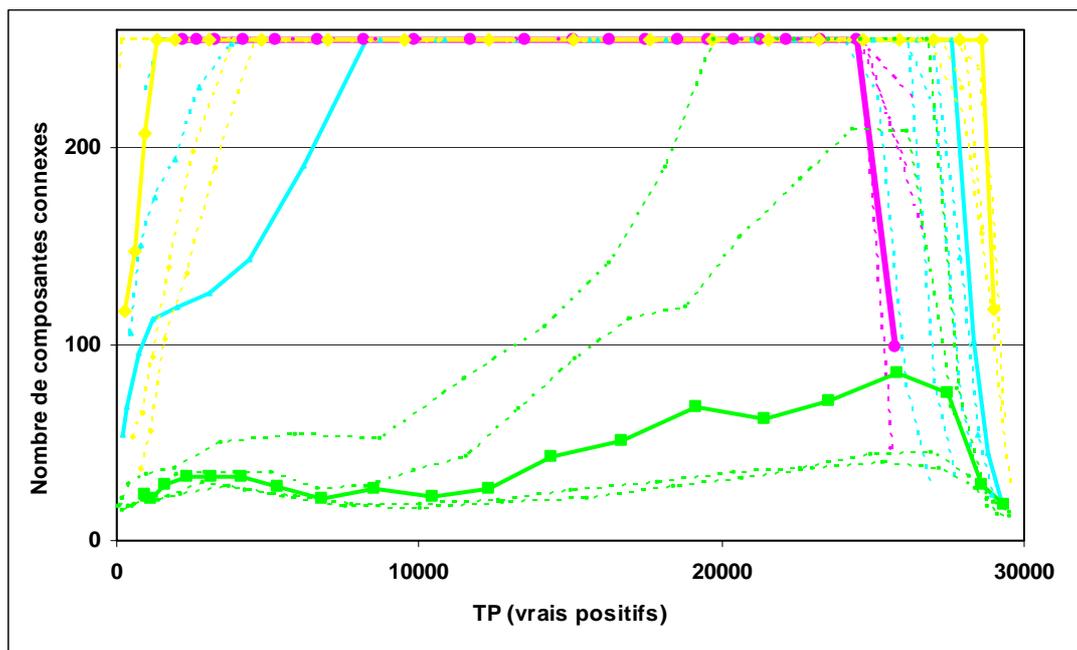


Figure 4.23 Nombre de composantes connexes de l'image segmentée en fonction du nombre de voxel correctement détectés. rose, rond : Diffusion anisotrope ; bleu, triangle : filtre bilatéral ; jaune, losange : détecteur de plan orientable ; vert, carré : filtre PSCE. La courbe continue correspond à la valeur optimale du paramètre étudié

Les Figure 4.24 et Figure 4.25 montrent de même que les résultats obtenus par le filtre PSCE sont bien meilleurs que pour les autres méthodes, avec des valeurs plus basses pour le nombre de faux positifs et plus hautes pour le coefficient de Dice quelque soit la sensibilité et quelque soit la valeur du paramètre. Cette fois-ci c'est le DPO qui obtient les seconds meilleurs résultats. Deux points sont à remarquer dans ces deux courbes. Le premier correspondant à un 12500 voxels correctement détectés et le second à 17500. Avant le premier point, on peut considérer que les diverses méthodes conduisent à une bonne détection des voxels « faciles », c'est-à-dire les voxels bien contrastés situés à l'intérieur des parties épaisses de l'objet. Quand on augmente alors la sensibilité, on se confronte à une « nouvelle classe » de voxels plus

difficiles à détectés. Ceux-là sont bien détectés par le DPO et le filtre PSCE mais mal détectés par la diffusion anisotrope et le filtre bilatéral. C'est à partir de ce point que l'on constate la séparation des courbes du détecteur et du filtre PSCE d'un côté et de celles de la diffusion anisotrope et du filtre bilatéral de l'autre. Une deuxième séparation entre le détecteur orientable et le filtre PSCE se produit au point 17500 correspondant certainement à une série de points encore plus difficiles à détectés, par exemples ceux situés sur les extrémités de l'objet.

Pour les deux derniers critères, on remarque que toutes les courbes vertes correspondant au filtre PSCE et toutes les courbes jaunes correspondant au détecteur orientable sont très proches les unes des autres. Cela indique que les performances de ces deux méthodes sont peu sensible aux variations du paramètre principal et donc qu'il est plus aisé de les utilisés sur un grand nombre d'image sans avoir à en réglé le paramètre précisément.

D'autre part, l'étude spécifique des critères relatifs à la segmentation en plus des statistiques de l'image se montre très justifiée. Dans un premier temps, on aurait pu penser que le filtre bilatéral est plus stable puisque les statistiques des images filtrées pour différentes valeurs du paramètre étaient plus proches. Ces dernières expériences montre que ce n'est pas du tout le cas.

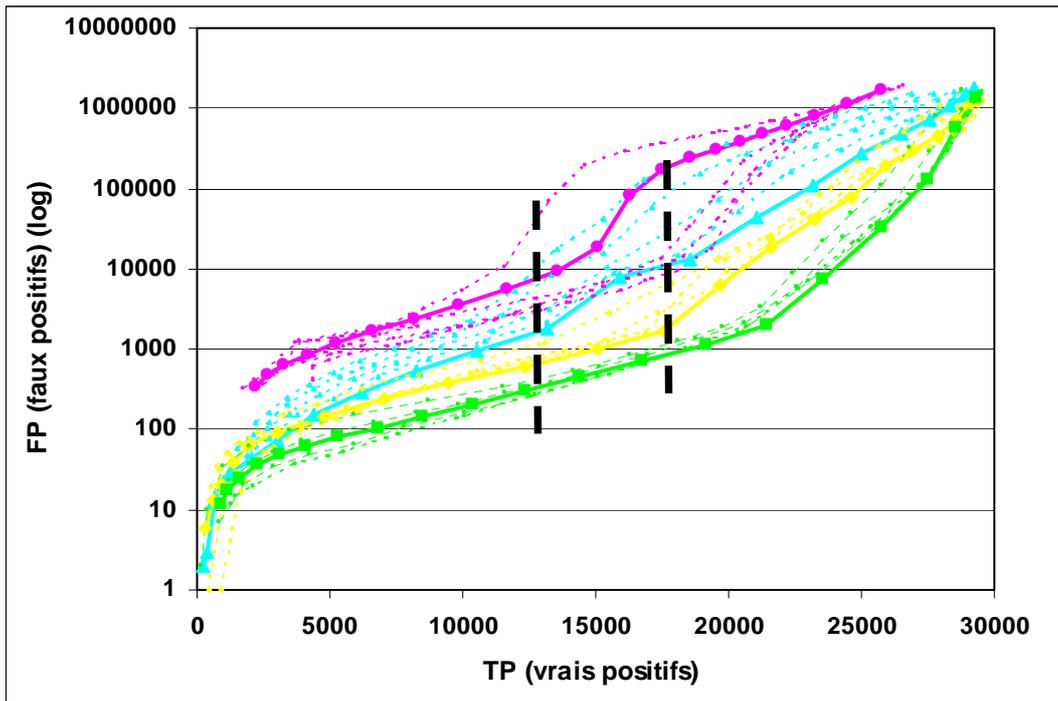


Figure 4.24 Nombre de voxels faux positifs de l'image segmentée en fonction du nombre de voxels correctement détectés. Échelle logarithmique. rose : Diffusion anisotrope ; bleu : filtre bilatéral ; jaune : détecteur de plan orientable ; vert : filtre PSCE. La courbe continue correspond à la valeur optimale du paramètre étudié

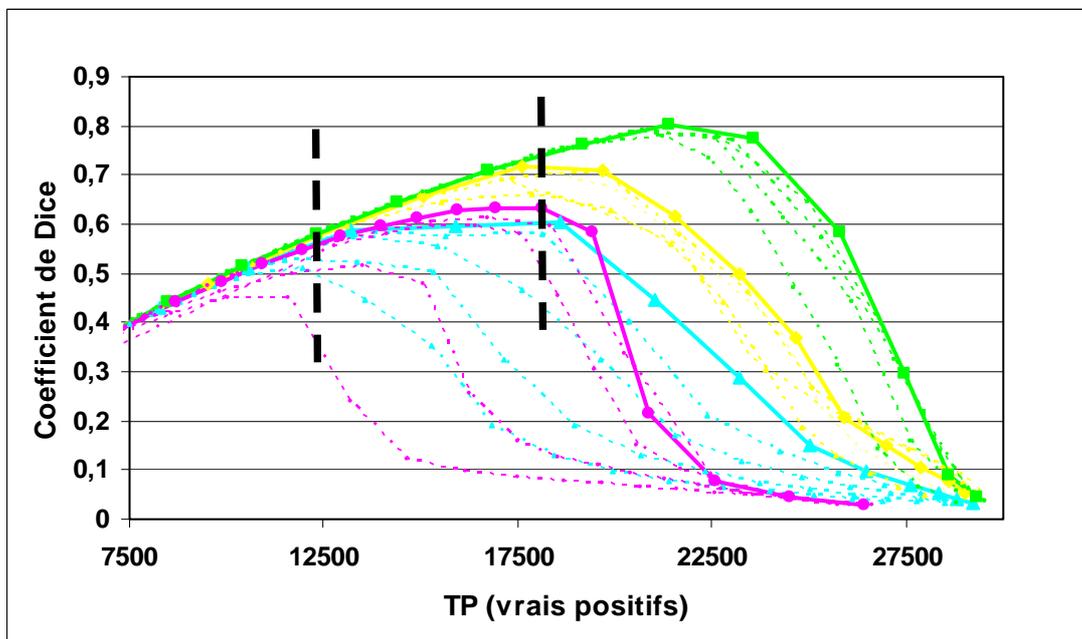


Figure 4.25 Coefficient de Dice de l'image segmentée en fonction du nombre de voxel correctement détectés. Échelle logarithmique. rose, rond : Diffusion anisotrope ; bleu, triangle : filtre bilatéral ; jaune, losange : détecteur de plan orientable ; vert, carré : filtre PSCE. La courbe continue correspond à la valeur optimale du paramètre étudié

b. Observations qualitatives

La Figure 4.26 présente la même coupe de l'image synthétique filtrée par les quatre méthodes avec la valeur optimale du paramètre. On observe que la diffusion anisotrope conserve certaines zones bien contrastées de l'objet tandis qu'elle annule totalement le contraste pour d'autres. On retrouve donc ici les remarques faites lors de l'étude des histogrammes. Au niveau du fond, on observe un bruit de type « poivre et sel » correspondant aux fortes valeurs du bruit dans l'image du gradient.

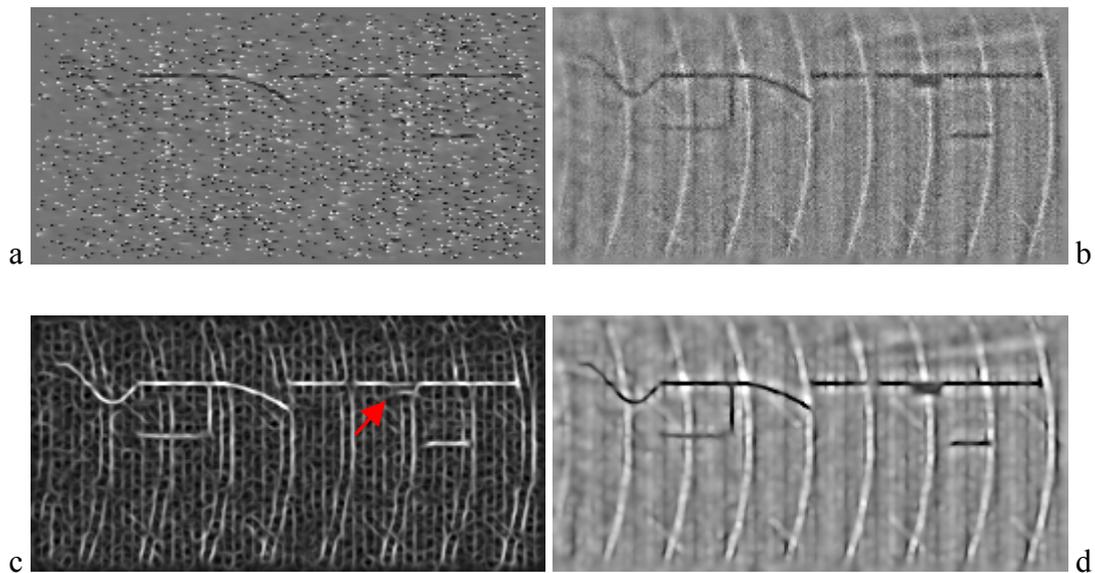


Figure 4.26 Coupes de l'image synthétique filtrée par les quatre méthodes avec la valeur optimale du paramètre. a : diffusion anisotrope, b : filtre bilatéral, c : détecteur orientable de plan, d : filtre PSCE.

Au contraire, on constate que le filtre bilatéral a bien conservé les structures initiales de l'image comme l'étude de l'histogramme pouvait le laisser penser. La contrepartie est que le moyennage des niveaux de gris n'est pas passé important pour permettre une bonne segmentation.

Comme nous l'avons déjà constaté, le DPO montre une bonne sensibilité aux structures, mais amène un bruit structuré et important. De plus, on constate que la partie épaisse (flèche rouge) n'est pas bien respectée. Ceci est dû au choix de l'échelle des structures à détecter par le biais du paramètre σ_g . L'épaisseur locale en ce point étant bien supérieure à l'échelle choisie, on voit apparaître un effet de semi-détection menant à l'interprétation des bords de l'objet comme deux plans de faible réponse.

Ce problème est complètement éliminé grâce au filtrage non-linéaire des niveaux de gris PSCE appliqué à la suite du détecteur. La partie épaisse comme les parties les plus fines sont bien respectées et leur contraste est amélioré. Toutefois, on remarque quand même l'apparition de petites structures foncées perpendiculaires aux contours de l'objet dues aux lignes sombres formant le bruit géométrique. Les arcs de cercles clairs sont aussi conservés voire rehaussés.

3.3.4. Conclusion

Que ce soit d'un point de vue qualitatif ou quantitatif, la segmentation du fantôme par la méthode PSCE se révèle très satisfaisante. Les différents aspects de la morphologie de la fissure (connectivité, interruption, différences d'épaisseur) sont respectés. En partant du principe que les paramètres sont fixés de manière satisfaisante (pas forcément optimale), on peut tabler sur des valeurs du coefficient de Dice entre 0.7 et 0.8 et à un rapport entre le nombre de faux positifs et vrais positifs inférieur à 10%. On peut donc considérer que le filtre PSCE couplé avec un simple seuil permet une bonne segmentation du fantôme.

3.4. Conclusion

En reprenant l'approche utilisée pour étendre le filtrage gaussien simple au filtrage bilatéral, nous avons inclus dans une méthode de filtrage adaptatif une information sur la structure locale de l'image. Ce filtre a une formulation simple mais s'avère particulièrement efficace pour le réhaussement des structures planaires dans les images bruitées comme le montre l'étude effectuée précédemment. En outre, les difficultés intervenant lors de la segmentation des images du critère de planéité ont disparu. Même si l'utilisation de ce filtre impose a priori un choix de paramètre supplémentaire, nous avons montré que l'impact d'un choix non optimum du paramètre τ est très faible.

Les performances de ce filtre sont en grande partie des à celles du détecteur orientable de plan proposé par Aguet[Aguet '05]. Cependant, on pourrait imaginer utiliser cette même approche pour introduire une information différente fournie par une technique différente. En remplaçant le critère de planéité par le critère de tubularité obtenu par les méthodes de Sato[Sato '98] et Frangi[Frangi '98], nous avons pu développer [Pacureanu '09] un filtre rehausseur de structures tubulaires.

Le filtrage PSCE n'a été éprouvé jusqu'à présent que sur une image synthétique. Bien que celle-ci ait été conçue pour reproduire une situation réelle, il ne fait nul doute que

l'application de cette méthode à des images réelles n'est pas instantanée. Son intégration dans une chaîne de traitement automatique est développée dans le prochain paragraphe.

4. Intégration dans une chaîne de traitement

4.1.Introduction

Nous avons vu que le filtre PSCE utilisé permet une segmentation plus facile des structures fines planaires en améliorant le contraste des images. Toutefois, l'observation de l'image synthétique a montré les effets néfastes des irrégularités du fond, notamment du bruit structuré. Dans nos images, ces irrégularités sont amenées notamment par les artefacts circulaires. Par la suite, nous verrons que d'autres phénomènes viennent perturber la détection des microfissures. Afin d'obtenir le meilleur résultat possible, une étape de pré-traitement visant à nettoyer l'image avant de la filtrer est donc nécessaire.

De plus, le débruitage de l'image n'est pas une fin en soit. Le véritable objectif est d'obtenir en fin de traitement une image segmentée et labellisée. Un post-traitement est donc là encore nécessaire.

Les différentes étapes de la chaîne de traitement seront illustrés par la suite sur l'exemple de la Figure 4.27. Cette image présente à la fois une travée dont la morphologie est relativement complexe, des lacunes, des microfissures marquées et d'autres très peu contrastées, parallèles ou perpendiculaires au bord, et des artefacts circulaires fins et contrastés ou larges et peu contrastés.

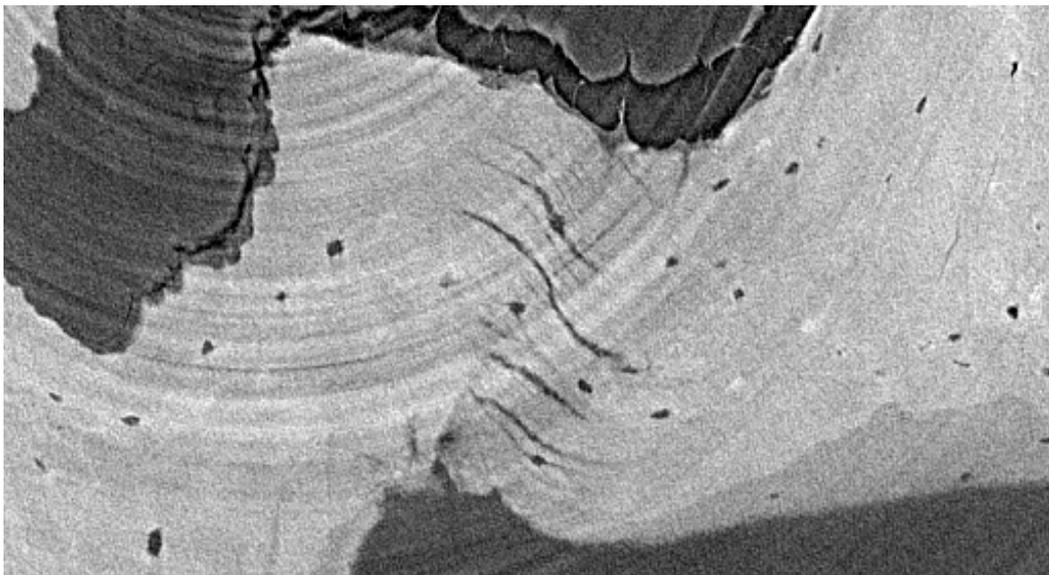


Figure 4.27 Région d'intérêt présentant différents microfissures.

4.2. Pré-traitements

4.2.1. Masquage

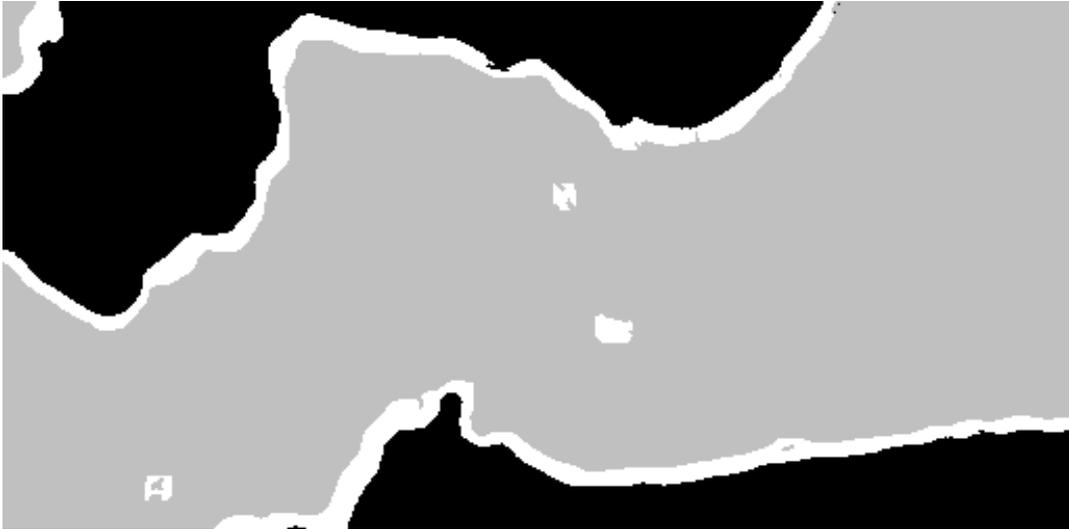


Figure 4.28 Masque de la région d'intérêt

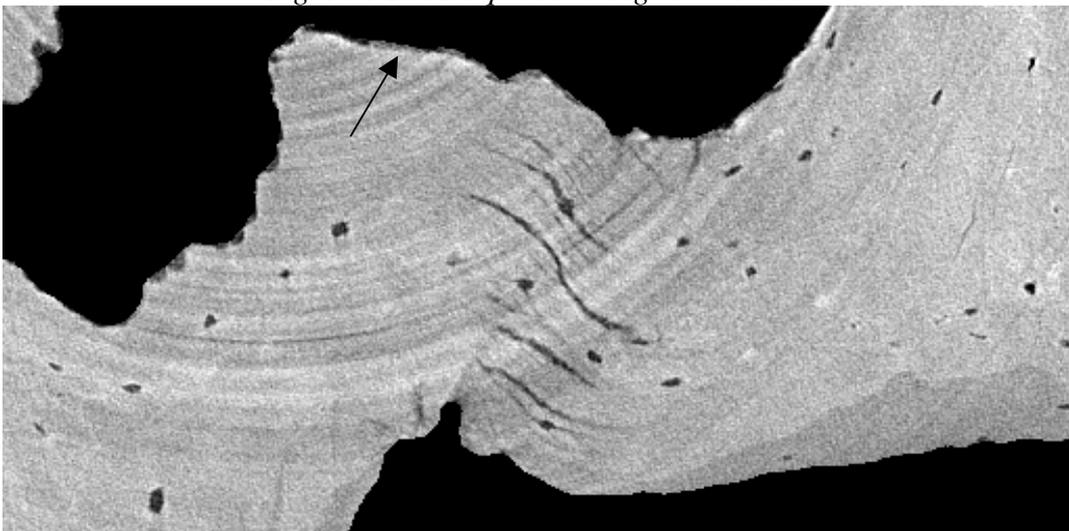


Figure 4.29 Image masquée

La première étape du prétraitement consiste à créer un masque. En effet, l'os trabéculaire est un matériau fortement poreux (jusqu'à 80%) et il est inutile d'effectuer des traitements sur les voxels appartenant à l'espace intra-trabéculaire. De plus, il est intéressant de connaître la surface des travées, notamment à des fins de visualisation.

À cet effet, un filtre médian tri-dimensionnel de fenêtre de taille 15 est appliqué aux images. Le filtrage médian a été préféré au simple filtrage gaussien car il préserve mieux les frontières entre les différentes régions de l'image. La différence de niveau de gris entre l'os et la résine étant important, l'histogramme présente deux pics bien distincts. Un simple seuillage suffit alors à séparer les deux phases. Pour éliminer les porosités subsistantes, une fermeture

morphologique avec un masque de taille 5 est appliquée à l'image segmentée. Une surface épaisse des travées est obtenue par soustraction du masque avec le résultat de l'érosion de celui-ci avec un masque. L'épaisseur est alors définie grâce à la taille du masque utilisé pour l'érosion. De manière générale cette épaisseur sera de 3. Enfin, un volume codé en entiers sur 8 bits est composé en assignant la valeur 0 aux voxels appartenant à la phase sombre, 1 aux voxels appartenant au masque mais pas à la surface, et 2 aux voxels appartenant à la surface. Le masque de l'image exemple est présenté Figure 4.28 tandis que l'image masquée est présentée Figure 4.29 . Cette étape n'est pas sans poser quelques problèmes. En effet, de part le fort filtrage médian appliqué, les surfaces du masque sont relativement lisses. Au contraire, les véritables bords des travées peuvent présenter des aspérités ou être mal définis. Dans ce cas, une surface sombre apparaît le long de la surface du masque (cf. Figure 4.29 flèche noir). Ce problème devra être considéré par la suite, sous peine de détecter ces surfaces comme des microfissures.

De plus, la présence d'artefacts circulaires particulièrement marqués peut conduire à une déformation du masque, ceux-ci étant considérés comme appartenant à la phase sombre (résine). Si ce phénomène est fâcheux pour la visualisation 3D de la surface de l'os par exemple, il s'avère plutôt avantageux pour l'analyse des microfissures. En effet, il est toujours préférable de ne pas considérer de tels artefacts lors du traitement.

4.2.2. Filtrage des basses fréquences

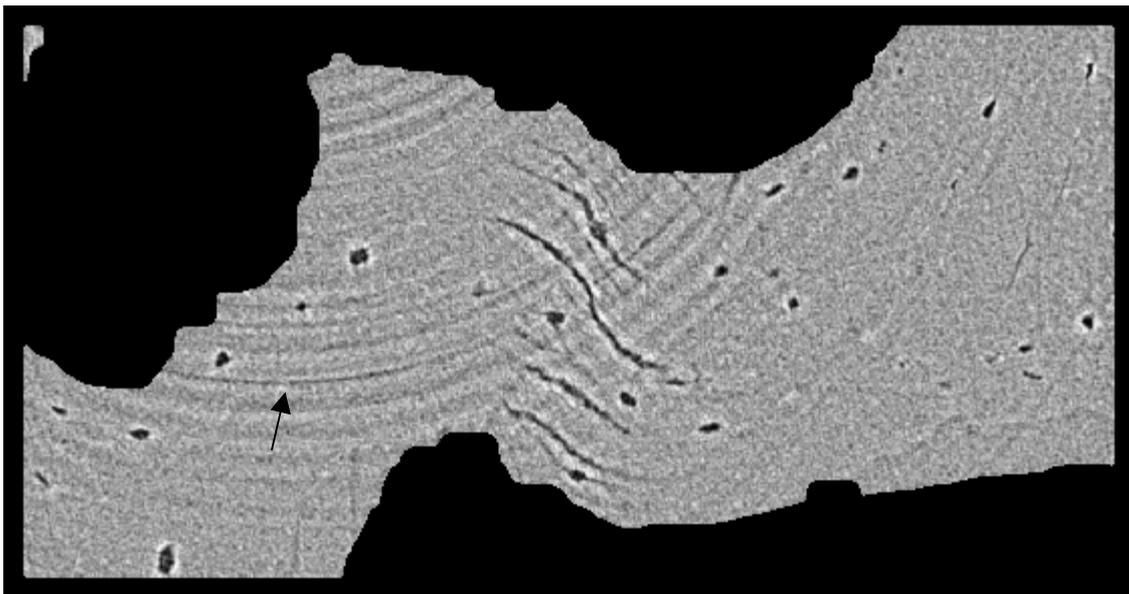


Figure 4.30 Image après filtrage passe-haut

Nous avons vu qu'un nettoyage de l'image est nécessaire pour éliminer les différents problèmes perturbant le filtrage.

Tout d'abord, les images traitées présentent des variations de niveaux de gris basse fréquence dans le plan x-y mais de plus haute fréquence par rapport à l'axe Oz. Celles-ci sont dues notamment aux variations d'intensité du faisceau qui sont créées par le monochromateur dans l'axe vertical du détecteur. D'autre part, les artefacts circulaires présentent de fortes variations d'une coupe à la suivante. Tout cela induit des zones de fort gradient dans l'axe Oz interprétées comme des surfaces par le DPO et conduisant à l'apparition de halos dans les images en sortie du détecteur.

Afin de s'affranchir de ces problèmes, un filtre passe-haut bidimensionnel est appliqué sur chaque coupe. Ainsi, les structures fines comme les microfissures sont conservées tandis que les variations basse fréquence sont éliminées. Ceci est réalisé en soustrayant à l'image ses basses fréquences obtenues par filtrage gaussien. Le paramètre du noyau gaussien doit être choisi assez grand pour ne pas altérer les microfissures et surtout les lacunes. Pour l'ensemble des images traitées, ce paramètre sera fixé à 2.5.

La Figure 4.30 présente le résultat de ce filtrage de l'exemple. Notons l'apparition d'artefacts circulaires fins aux frontières des artefacts circulaires épais (flèche noire) ainsi que d'un liseré clair autour des microfissures et des lacunes, qui sont par ailleurs parfaitement conservés.

4.2.3. Élimination des artefacts circulaires

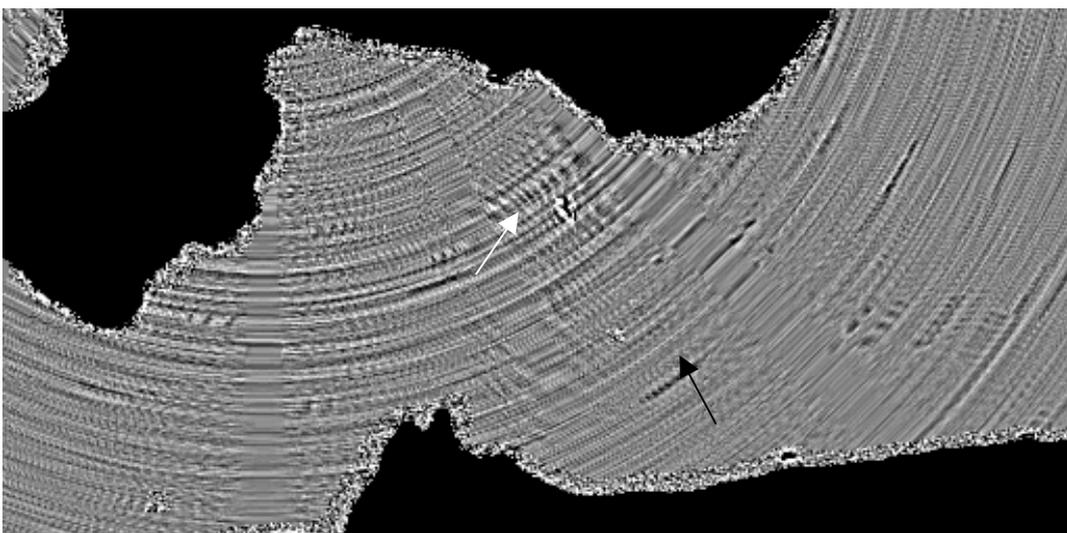


Figure 4.31 Image après filtrage « circulaire »

Afin d'éliminer les artefacts circulaires, un filtre spécifique à été développé. On pourra l'appeler filtre « circulaire ». Son principe est d'effectuer en tout point la moyenne des niveaux de gris des voxels du voisinage d'un point et dont la distance au centre de l'image est quasi-identique. Soit $C(\mathbf{x})$ la valeur de l'image filtrée au point \mathbf{x} , l la taille du voisinage, \mathbf{c} le centre de l'image et ε une marge de tolérance on définit :

$$C(\mathbf{x}) = \frac{1}{\text{card}(A(\mathbf{x}))} \sum_{\mathbf{y} \in A(\mathbf{x})} f(\mathbf{y}) \quad (4.9)$$

avec $A(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y}, |\mathbf{x} - \mathbf{y}| \leq l, |\mathbf{x} - \mathbf{c}| - |\mathbf{y} - \mathbf{c}| \leq \varepsilon\}$

Cela revient à moyenner les valeurs de l'image le long d'arcs de cercles de centre \mathbf{c} . Les artefacts circulaires qui sont eux-mêmes des arcs de cercles dont le centre est \mathbf{c} seront conservés tandis que les autres structures seront éliminées. Une coupe du résultat obtenu est présentée Figure 4.31.

Cette image est alors soustraite à l'image d'origine qui se voit débarrassée des artefacts circulaires. Notons que la taille l du voisinage considéré doit être assez grande pour que les structures épaisses qui contiennent forcément des voxels à distance égale du centre de l'image ne soient pas détériorés. Ce paramètre a été fixé à 25 pour le traitement de nos images pour ne pas alourdir la charge de calcul, mais on remarque la présence de tâche noire dues aux lacunes (flèche noire) et de structures peu contrastées à l'emplacement des microfissures (flèche blanche) signifiant qu'en pratique ce filtre conduit à une diminution du contraste des structures d'intérêt.

4.2.4. Élimination des artefacts de bord du masque

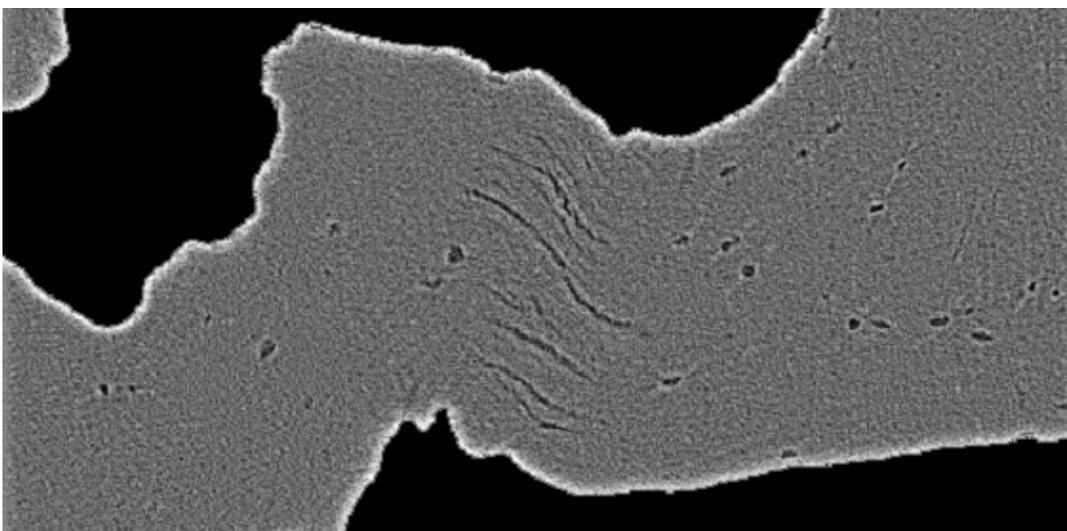


Figure 4.32 Image après le pré-traitement

Enfin, afin de palier au problème des surfaces longeant la surface du masque, les niveaux de gris des voxels proches de l'images sont rehaussés par un dégradé. Pour cela, une surface d'épaisseur 1 voxel est calculée comme décrit précédemment. Les voxels appartenant à cette surface prennent la valeur 1 tandis que les autres voxels prennent la valeur 0. Un filtrage gaussien de l'image obtenue puis un masquage à l'aide du masque précédemment défini permet d'obtenir un dégradé prenant de forte valeur sur le bord du masque et des valeur de plus en plus faibles pour les voxels plus éloignés. On ajoute alors à l'image précédente cette image normalisée et multipliée par la valeur maximale que l'on souhaite ajouter aux voxels du bord du masque. La valeur utilisée ici est de 35 pour un écart type du noyau gaussien utilisé de 5. La Figure 4.33 illustre ce procédé. La courbe en rose représente un profil orthogonal à la surface du masque, la courbe noire le profil de la surface extraite d'épaisseur 1, la courbe bleu présente le profil obtenu après filtrage gaussien et masquage (trait pointillé). Le résultat final est présenté Figure 4.32.

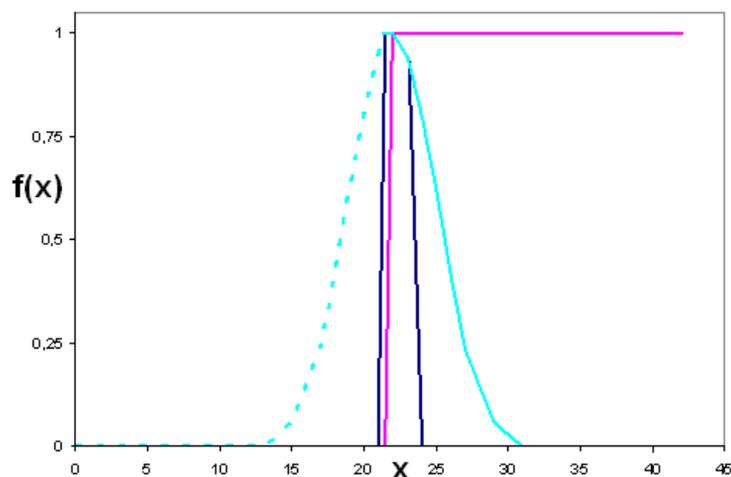


Figure 4.33 Construction d'un dégradé à partir du bord du masque. Rose : profil orthogonal à la surface du masque ; noir : profil de la surface extraite d'épaisseur 1 ; bleu : profil obtenu après filtrage gaussien et masquage (trait pointillé)

4.2.5. Commentaire

Après la phase de prétraitement, l'image qui sera finalement filtrée est débarrassée de la plupart des artefacts. Nous avons vu que les filtres appliqués, notamment le filtre circulaire, peu diminuer l'amplitude du signal. Cependant, le détecteur de plan étant très sensible mais très perturbé par les différents artefacts ou bruits géométriques, l'opération reste bénéfique.

4.3.Filtrage

La Figure 4.34 est une coupe de l'image obtenue après application du détecteur de plan orientable. Pour chacune des images traitées, le paramètre σ_g du détecteur a été fixé à 1.2. On remarque encore une fois que les microfissures sont bien détectées avec une réponse forte mais que le fond de l'image présente un fort bruit structuré. De plus, comme pour les parties épaisses de l'image synthétique, les lacunes sont déformées et l'on voit apparaître à leur périphérie un contour.

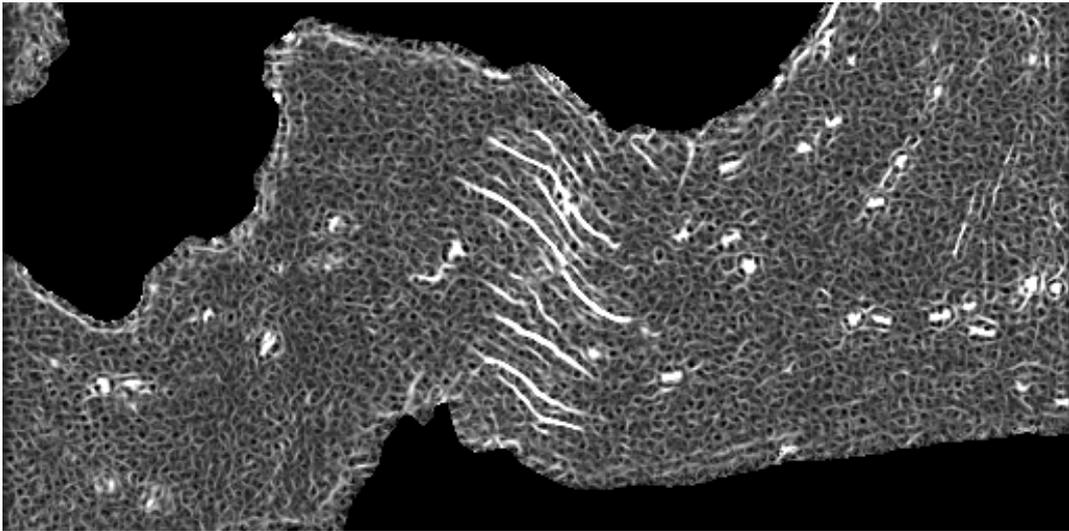


Figure 4.34 Image après application du détecteur de plan orientable

Après passage dans le filtre PSCE (cf. Figure 4.35), les lacunes retrouvent leur forme initiale et le fond perd son bruit structuré. Le contraste des microfissures est fortement rehaussé. Ici, le paramètre τ du filtre a été fixé à 12, au vu de l'ordre de grandeur de la réponse des microfissures au détecteur de plan.

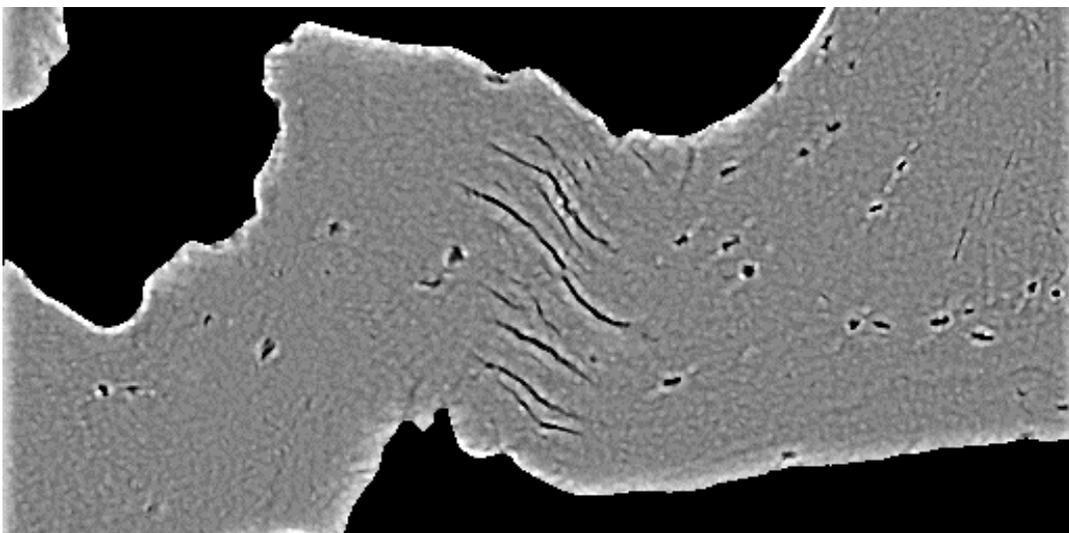


Figure 4.35 Image après filtre PSCE

4.4. Post-traitements

4.4.1. Seuillage hysteresis

Les images ainsi obtenues sont alors segmentées. Bien qu'il serait concevable d'implémenter une méthode complexe de segmentation, l'expérience montre qu'un simple seuillage par hysteresis est suffisant pour obtenir un résultat très satisfaisant. Toutefois, les statistiques de l'image initiale étant variable, le choix des mêmes valeurs pour le seuillage des images est impossible. Pour palier à cette difficulté, les seuils hauts et bas de l'hysteresis sont calculés pour chaque image en fonction des statistiques du fond et des lacunes.

Pour un échantillon de coupe (par exemple 15 par volume), on établit une pré-segmentation des lacunes. Celles-ci étant bien contrastées, ceci se fait simplement grâce à un filtrage médian sur un voisinage de taille 3 et un seuillage automatique par la méthode de Otsu. On calcule alors les moyennes et écart type des voxels définis comme appartenant aux lacunes et de ceux du fond. Les seuils adaptés sont finalement calculés comme suit grâce à eux paramètres P_h et P_b choisis par l'utilisateur pour l'ensemble des images :

$$S_{haut} = \mu_{fond} - P_h \times \sigma_{fond} \quad (5.10)$$

$$S_{bas} = \mu_{lacunes} - P_b \times \sigma_{lacunes} \quad (5.11)$$

Bien sûr, ce procédé est rudimentaire et mériterait d'être approfondi et évalué précisément. Dans les faits, on constate que cela est suffisant pour obtenir une bonne segmentation de la plupart des images. Les cas les plus problématiques surviennent lorsque les statistiques de l'image sont particulièrement atypiques ou que l'image présente un artefact très marqué venant perturber la pré-segmentation des lacunes. Dans ces conditions, un réglage manuel du seuil reste possible.

4.4.2. Analyse en composante connexe

Après le seuillage, l'image est formée de voxels détectés portant la valeur 1 et de voxels non détectés portant la valeur 0. Afin de pouvoir exploiter pleinement les résultats de la segmentation, il est nécessaire d'effectuer une analyse des composantes connexes. Ainsi, on identifie et regroupe les voxels appartenant à un même objet, microfissure ou lacune, en attribuant à chacun un même label. La Figure 4.36 présente le résultat de la segmentation après seuillage hysteresis et analyse des composantes connexes.

Pour cela, on va itérativement rassembler chaque voxels avec ses voisins. Cette méthode est classique du traitement de l'image et peut se faire par différents algorithmes. Une méthode optimisée couplée avec le seuillage hysteresis a été implémentée ici. En effet, le seuillage hysteresis requiert lui-même une analyse de la connexité des voxels et de leurs voisins. De plus, afin de faciliter l'analyse des résultats, les composantes sont labellisé après classement par volume croissant. Ainsi, l'objet représentant le plus grand nombre de voxel prendra le premier label. Par convention les composantes sont labellisés à partir du label 11, tandis que la valeur des voxels du fond est fixée à 0 et que les voxels appartenant à la surface du masque et à aucune composante détectée prennent la valeur 2.

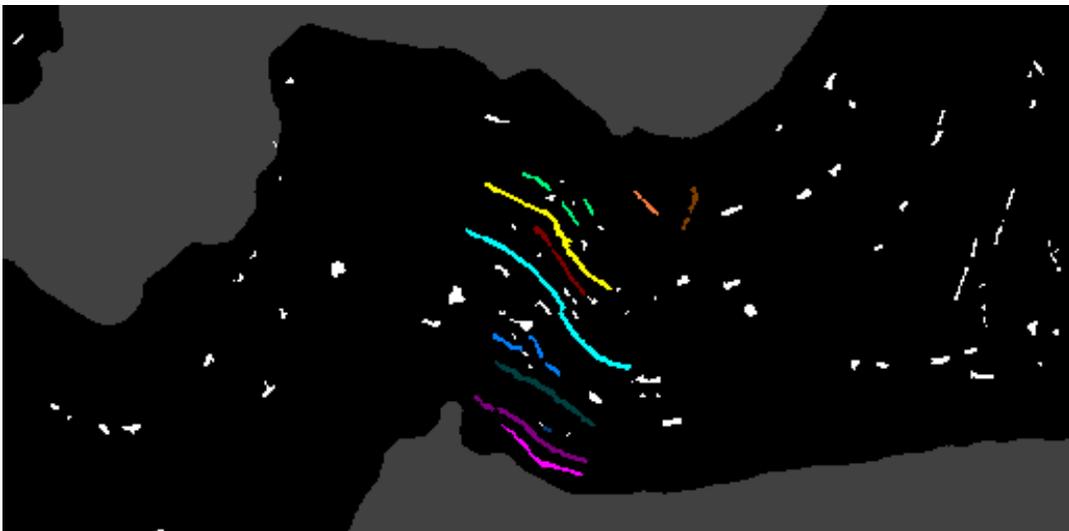


Figure 4.36 Image après analyse en composante connexe

4.5. Commentaire

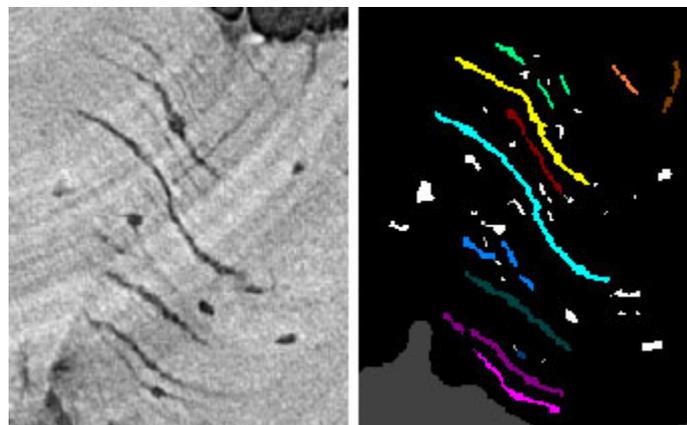


Figure 4.37 Comparaison de l'image originale et après segmentation

La Figure 4.37 montre une vue rapprochée sur la zone contenant les microfissures dans l'image originale et le résultat de la segmentation.

Tout d'abord, remarquons qu'aucun artefact circulaire n'a été détecté. De la microfissure épaisse au centre (bleu clair) aux microfissures à peine visibles à l'œil (en bordeaux, bleu foncé, vert clair ou orange), l'ensemble des microfissures a été correctement détecté et segmenté. Il en est de même pour les lacunes. La morphologie des microfissures est dans l'ensemble bien respectée. On notera quand même une erreur au niveau des microfissures en rose et violet qui devraient être connectés et qui apparaissent comme deux composantes connexes différentes.

Enfin, on pourra remarquer la présence de composantes connexes de très petites tailles dues à une valeur du seuil bas de l'hysteresis trop faible. Toutefois, de part leur taille et leur morphologie, ces objets ne sauraient être interprétés comme des microfissures ou des lacunes et seront éliminés par la suite (cf. Chapitre 5).

5. Validation

Dans ce paragraphe, la chaîne de traitement sera évaluée sur une série de région d'intérêts présentant différentes caractéristiques. Les deux premières (Figure 4.39 a-c et d-f) représentent un cas facile avec deux microfissures fines ou épaisses relativement bien contrastées et peu d'artefacts. Les troisième et quatrième (Figure 4.40 a-c et d-f) contiennent une série de microfissures discrètes alignées. La principale difficulté de la segmentation de la troisième ROI est de respecter la connectivité des microfissures, tandis que sur la quatrième une microfissure est coupée par un artefact circulaire particulièrement marqué. Enfin, la Figure 4.41 (a-c et d-f) présente des situations particulièrement difficiles, avec des microfissures très peu contrastées et la présence de nombreux artefacts circulaires.

Les figures Figure 4.39, Figure 4.40 et Figure 4.41 montrent le résultat du filtrage et de la segmentation de plusieurs régions d'intérêts. Afin de faciliter l'évaluation visuelle de la segmentation, des marqueurs ont été placés manuellement aux extrémités des microfissures et reportés aux mêmes positions de l'image segmentée.

La segmentation de l'ensemble des microfissures est satisfaisante : la totalité des microfissures sont détectées. Aucun artefact circulaire n'est détecté et ceux qui intersectent des microfissures comme dans la quatrième ROI (cf. Figure 4.40 d, flèche bleue) ne

perturbent pas leur segmentation. Dans la troisième ROI (Figure 4.40 a-c) aucune connexion malencontreuse entre microfissures voisines n'est à déplorer, ce qui fait que le nombre de microfissures est exact. Enfin, remarquons que même les microfissures très peu contrastées de la Figure 4.41 sont correctement segmentées.

Les lacunes sont correctement détectées, mais certaines d'entre elles, par exemple dans les figures Figure 4.39 f (flèche verte) sont déformées. Ces déformations étant déjà observables dans l'image filtrée, il est probable qu'elles interviennent lors du pré-traitement avec l'application du filtre circulaire.

On remarquera aussi que les voxels situés aux extrémités des microfissures sont parfois mal détectés (par exemple Figure 4.39 f et Figure 4.40 f, flèches rouge). Ceci est dû à une perte de contraste causée par la fermeture de la fissure et l'effet de volume partiel, comme illustré sur la Figure 4.38. Il arrive aussi (cf. Figure 4.40 c et Figure 4.41 c, flèche jaune) que des voxels au sein même des microfissures soient mal détectés. De part le caractère tridimensionnel de nos images, l'impact de la mauvaise détection de tels voxels est très faible. En 2D, l'observation des coupes donne l'impression que la non-détection de certains voxels induit une perte de connexion, c'est-à-dire la création de deux objets distincts et donc la surévaluation du nombre de microfissures. Pour qu'une telle perte de connexion survienne effectivement dans les images 3D, il faudrait qu'un certain nombre de voxels de la microfissure ne soient pas détectés sur chaque coupe et que ces voxels soient connexes. Dans les faits, ce phénomène est très peu fréquent et on constate dans la plupart des cas que les voxels d'une microfissure qui semble interrompu portent en fait le même label. De même, la mauvaise détection des extrémités n'aura un réel impact sur les mesures de longueur et largeur de la microfissure seulement si elle est généralisée à toute les coupes. En ce qui concerne le volume, on peut considérer raisonnablement que ces voxels sont assez peu nombreux pour ne pas avoir d'influence réelle.

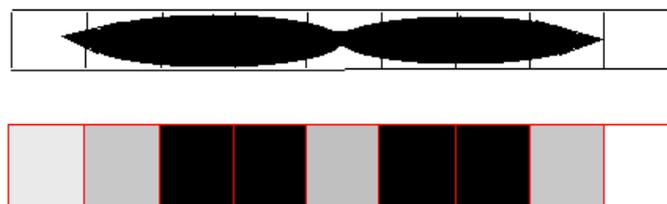


Figure 4.38 Illustration de la perte de contraste aux extrémités des microfissures par effet de volume partiel.

Notons enfin la présence de composantes parasites de très petites tailles (cf. flèches blanches) ou d'artefact de segmentation de plus grande taille près du bord de la travée (cf. Figure 4.39 f et Figure 4.41 f, flèches grises). Ces derniers sont dus à la présence de large bande sombres situées sur le bord des travées dans l'image originale et l'image filtrée qui correspondent à des zones de remodelage, c'est-à-dire du tissu osseux faiblement minéralisé. Comme nous l'avons dit précédemment, le volume et la morphologie de ces artefacts est bien différente de celles des microfissures et des lacunes. Il sera donc possible par la suite de les éliminer (cf Chapitre 5).

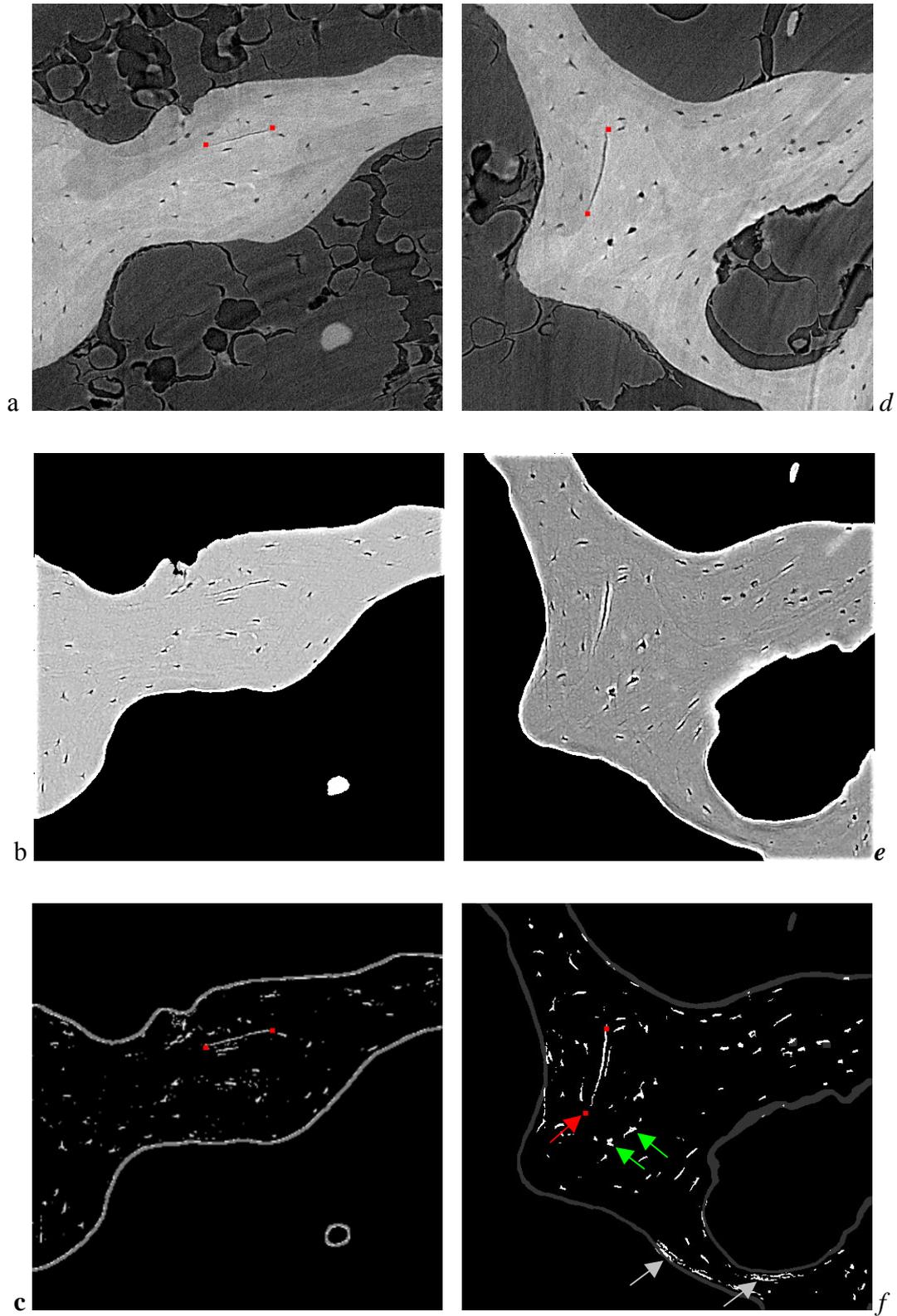


Figure 4.39 Comparaison des images originales, filtrées et segmentées sur des régions d'intérêt. a,c : original ; b-e : images filtrées ; c-f : images segmentées

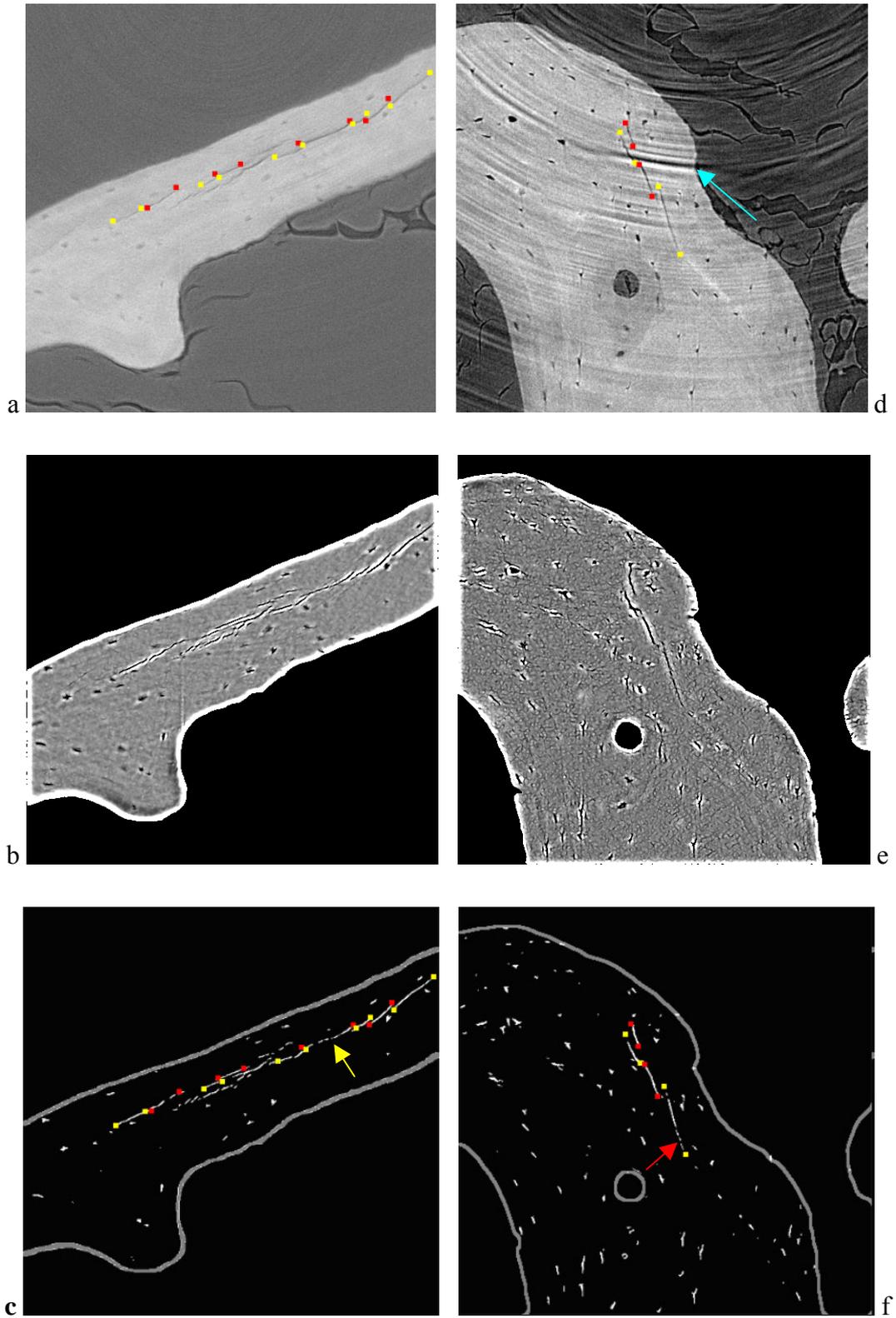


Figure 4.40 Comparaison des images originales, filtrées et segmentées sur des régions d'intérêt. a,c : original ; b-e : images filtrées ; c-f : images segmentées

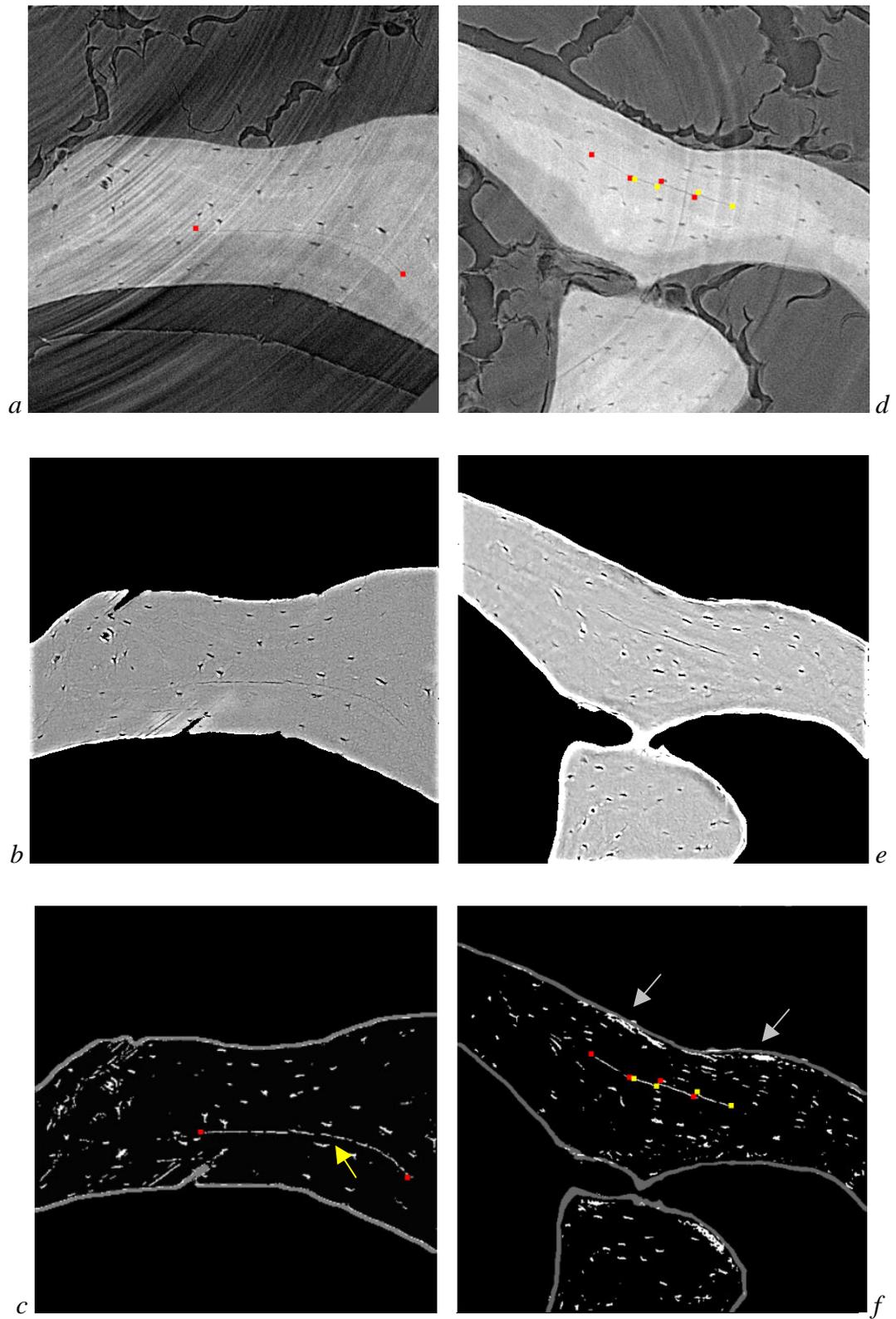


Figure 4.41 Comparaison des images originales, filtrées et segmentées sur des régions d'intérêt. a,c : original ; b-e : images filtrées ; c-f : images segmentées

6. Structure – Programmation

6.1.Intégration

De par la taille des images à traiter, chaque étape de cette chaîne de traitement à été optimisée dans l'objectif de trouver un compromis entre la place occupée en mémoire et le temps d'exécution. En effet, le chargement d'images de cette taille (>1Gb) représente une part importante du temps nécessaire à l'exécution du programme. Afin de limiter les temps de lecture/écriture en mémoire, il est préférable d'exécuter l'ensemble du traitement dans un même programme. De plus, cela permet une plus grande facilité d'utilisation et une meilleure articulation entre les différentes étapes.

6.2.Optimisation de la mémoire nécessaire

Toutefois, il est impossible d'allouer en même temps l'ensemble des volumes nécessaires à tous les traitements. Soit une image de 1GB codée en entiers non signés sur 8 bits à traiter. Le volume du masque est lui aussi codé en entiers non signés sur 8 bits et occupera lui aussi 1GB. Le pré-traitement se fait sur des images à valeur réelles codées sur 32 bits, le volume préparé occupe donc 4GB. Afin de conserver une précision maximale, le détecteur orientable de plan a été implémenté pour travailler avec des nombres réels codés sur 64 bits et produit donc un volume de 8GB. Le volume obtenu après filtrage PSCE est codé en nombre réels sur 32 bits, sa taille est donc de 4GB. Enfin, le résultat de la segmentation est contenu dans un volume de 4GB codé en entiers non signés sur 32 bits afin de permettre la labellisation d'un nombre suffisant de composantes connexes. Au final, le traitement d'un seul volume de 1GB obligerait à allouer 22GB de mémoire, ce qui n'est possible sur les machines standards.

Une solution a été trouvée en remarquant que même si la plupart des traitements sont entièrement 3D, l'analyse d'une coupe ne fait appel qu'à un nombre limité de coupes successives. Bien évidemment, ce nombre dépend du traitement effectuer et des divers paramètres, comme les tailles de voisinage considérés par exemple. Le traitement du volume se faisant une coupe après l'autre, un ensemble de piles contenant un certain nombre d'images de différentes natures est alloué en mémoire et va servir au traitement de la coupe située au centre de la pile. Au fur et à mesure que les traitements sont effectués, de nouvelles coupes sont empilées et les premières coupes n'étant plus utile pour les traitements postérieurs sont dépilées et enregistrées dans des fichier séparés. Bien évidemment, le système doit être parfaitement coordonné de façon à ce que les différents traitement s'enchaînent correctement.

À la fin du programme, les différentes coupes enregistrées au fur et à mesure sont regroupées afin de composer différents volumes exploitables.

6.3. Paramètres de calculs

Les paramètres rentrant en jeu lors du pré-traitement qui ont été déjà été évoqués sont :

- La taille du filtre médian intervenant lors de la création du masque
- L'épaisseur du bord du masque
- Le paramètre de la gaussienne utilisé lors du filtrage passe-haut
- La taille de la fenêtre considérée lors du filtrage circulaire
- L'amplitude et la largeur du dégradé ajouté au bord du masque

En ce qui concerne le filtrage, nous avons :

- Le paramètre des dérivées de noyaux gaussiens utilisées par le détecteur de plan orientable
- Les paramètres τ et σ_c du filtrage adaptatif
- La taille des voisinages considérés lors du filtrage adaptatif

Et enfin pour le post-traitement :

- Les paramètres P_{sup} et P_{inf} rentrant en jeu pour le calcul automatique des seuils

Outre ces paramètres, il existe un certain nombre de paramètres exclusivement relatifs aux calculs. Il s'agit principalement de la taille des fenêtres utilisées lors des diverses convolutions de l'image avec des noyaux gaussiens ou leurs dérivées. L'expérience montre que pour un paramètre du noyau σ donné, une taille de fenêtre de $5 \times \sigma$ permet une bonne approximation ; c'est-à-dire que l'on peut considérer raisonnablement que le noyau prend des valeurs nulles après $5 \times \sigma$. Les tailles de fenêtre utilisées seront donc choisies comme le premier entier supérieur ou égal à $5 \times \sigma$.

En ce qui concerne la taille des voisinages considérés par le filtrage PSCE, on peut là aussi utiliser cette règle en choisissant le premier entier supérieur à $5 \times \sigma_c$. En effet, nous avons vu

que l'on peut interpréter ce filtrage comme une convolution de l'image avec un masque adaptatif:

$$w_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) = c(\mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{h}) \cdot r(\mathbf{S}(\mathbf{x}), \mathbf{S}(\mathbf{x} - \mathbf{h})) = M^c_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) \cdot M^r_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}).$$

Si $\|\mathbf{h}\| > 5 * \sigma_c$ alors $M^c_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) \approx 0$ (noyau gaussien) et alors $w_{\mathbf{x}}(\mathbf{h}) \approx 0$.

6.4. Conclusion : performances

Grâce à la technique décrite précédemment, on peut faire tourner le programme sur un volume de 1GB avec les paramètres typiques en n'allouant que 6GB. Toutefois, on verra la création d'environ 16GB de fichiers temporaires. Ces fichiers peuvent être effacés dès la fin du traitement mais il est préférable dans un premier temps de les conserver. En effet, l'implémentation permet de réutiliser une partie de ces fichiers dans le cas où on voudrait relancer le traitement avec différents paramètres, par exemple les seuils du seuillage hysteresis.

Toutefois, l'application de la méthode à nos images reste lourde et coûteuse en temps. Le traitement d'un volume de 1GB (2048x2048x256 voxels codés en 8bits) est supérieur à 12h sur les unités de calcul de l'ESRF. Il faut aussi considérer que le matériau étant poreux, on ne traite qu'environ 20% du volume grâce au masquage. Ceci est à prendre en compte pour l'utilisation de la procédure de traitement sur des images d'os cortical par exemple.

La plus grosse charge de calcul est demandée par le détecteur orientable de plan qui nécessite la convolution du volume avec 6 dérivées partielles de noyaux gaussiens. En choisissant la valeur du paramètre σ_g à 1.2 et en suivant la règle énoncée ci-dessus, on arrive à la convolution du volume avec un masque tridimensionnel de taille 6, c'est-à-dire 216 voxels.

7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré les limites du détecteur orientable de structures planaire DPO proposé par Aguet[Aguet '05] et décrit un filtre adaptatif réhausseur de contraste des structures planaires, le filtre PSCE. Quantitativement et qualitativement parlant, les tests effectués ont montré l'intérêt de l'utilisation de ce filtre en complément du détecteur de plan et la supériorité de cette combinaison par rapport au filtrage bilatéral et à la diffusion

anisotrope. Nous avons par ailleurs montré sur une image synthétique que l'utilisation du filtre PSCE permet une segmentation satisfaisante des structures planaires peu contrastées.

Afin de mettre en œuvre efficacement ce filtre en vue de la segmentation des structures d'intérêt de nos images, des phases de pré- et post- traitement sont nécessaires. Une séquence de traitements simples a été proposée et s'est montrée satisfaisante sur une série de région d'intérêt présentant divers cas de figures. Finalement, nous disposons d'une procédure automatique de segmentation de nos images. Aucun paramètre précis n'est à régler spécifiquement pour chaque image, si bien qu'une utilisation en série avec des paramètres fixés une fois pour toutes est possible.

Même si des solutions ont été trouvées quant à l'optimisation, cette procédure reste particulièrement coûteuse en charge et en temps de calcul, majoritairement à cause du détecteur orientable de plans.

L'objectif général de ce travail est la quantification des microfissures et des lacunes dans les échantillons d'os trabéculaire. Après avoir acquis les images et procédé à leur segmentation, il s'agit d'analyser les objets segmentés afin d'extraire des images des paramètres quantitatifs. Au préalable, une discrimination entre les microfissures et les lacunes sera nécessaire. Ces deux points font l'objet du chapitre 5.

Chapitre 5

Analyse morphologique des objets segmentés pour la discrimination des lacunes et la quantification des microfissures

1. Introduction

L'obtention d'images 3D micrométriques de microfissures dans leur environnement proche permet une analyse qualitative inédite des phénomènes d'endommagement du tissu osseux. De plus, la segmentation des microfissures dans ces images grâce aux méthodes décrites précédemment donne accès à des informations quantitatives. En effet, une fois les images segmentées, les microfissures et les lacunes présentes dans l'image peuvent être considérées comme des objets indépendants et labellisés. On peut alors effectuer un certain nombre de mesures.

On désigne les objets segmentés par leur label n et on définit la fonction duale :

$$\begin{cases} L: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{N} \\ \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^3 : L(\mathbf{x}) = n \Leftrightarrow \mathbf{x} \text{ est un point de l'objet ayant pour label } n \end{cases} \quad (5.1)$$

Nous avons vu que de part la structure hiérarchique du tissu osseux et les multiples interactions entre les différents paramètres de la qualité osseuse, l'étude des phénomènes d'endommagement devrait être effectuée en considérant simultanément un grand nombre de facteurs de différentes natures et à différentes échelles. De part l'échelle que nous avons choisi, nos images contiennent un grand nombre d'informations complémentaires aux mesures sur les microfissures, notamment des mesures sur les lacunes et les paramètres microarchitecturaux. Une analyse de ces paramètres, extrait d'images acquises sur un grand

nombre d'échantillons de différentes natures, pourra permettre de mettre en lumière des relations entre les microfissures et le tissu osseux.

Les traitements décrits jusqu'à présent ne permettent pas toutefois de différencier les microfissures des lacunes voire des artefacts de segmentation. Nous verrons qu'il est possible de les classer grâce à des mesures sur la morphologie des objets segmentés.

Dans ce chapitre, nous décrivons les paramètres extraits des images segmentées en justifiant leur choix ainsi que les algorithmes mis en œuvre pour effectuer ces mesures. Une fois les paramètres morphologiques extraits, la classification n'est pas directe. Une méthode simple de type « n plus proches voisins » a été développée à cet effet. Elle sera décrite et évaluée dans ce chapitre.

2. Extraction de paramètres quantitatifs

2.1. Paramètres principaux

2.1.1. Problématique

Les paramètres principaux des objets segmentés sont leur longueur, largeur, épaisseur, et volume (notés Cr.Le, Cr.W, Cr.Ep et Cr.V lorsqu'il s'agit de microfissure). Si le calcul du volume se fait de façon directe (cf. 2.1.3), les mesures de tailles sont en revanche problématiques. Du fait de la complexité et de la variabilité de la forme des microfissures, il est difficile de définir des paramètres pertinents.

Comme nous l'avons vu précédemment, les microfissures linéaires se présentent sous la forme d'un plan distordu présentant des irrégularités (trous, appendices, bords irréguliers). Dans les coupes 2D, elles apparaissent comme des lignes courbes ou brisées. Une mesure de leur longueur peut être effectuée directement (Cr.Le). Dans la littérature, la longueur est la seule mesure morphologique donnée dans la plupart des cas. Parfois, on donne une mesure de l'épaisseur, effectuée au point où la fissure est la plus épaisse.

En 3D, aucune définition directe et univoque n'existe. La longueur pourrait être définie comme le diamètre de l'objet au sens topologique, c'est-à-dire la plus grande distance entre deux points appartenant à l'objet. Toutefois, en tant que maximum absolu, cette mesure est sensible au bruit et aux irrégularités. En outre, cette mesure ne garantit pas une mesure de la microfissure dans sa direction principale. On peut aussi vouloir définir la largeur de la microfissure. Avec cette méthode, aucune définition théorique n'est disponible. De part sa

variabilité, l'épaisseur de la fissure ne peut être complètement définie par un seul paramètre. Des mesures de l'épaisseur moyenne, maximale et minimale sont nécessaires.

Enfin, le cas des microfissures non-linéaires (complexes) est encore plus problématique. Les observations ont montré l'extrême variété morphologique des microdommages, si bien qu'on ne peut même pas a priori les classer en familles distinctes (linéaires, croisés, diffus, parallèles). Contrairement au cas 2D où les microfissures complexes sont en général décrites grâce à la surface qu'elles occupent sur la coupe, il serait souhaitable de généraliser les paramètres et d'effectuer la même mesure sur tous les microdommages, ainsi que sur les lacunes. Les mesures servant à classer les objets, il serait aberrant de définir une mesure différente pour chaque type d'objet.

2.1.2. Solution choisie

Afin d'obtenir des mesures fiables, bien définies et peu sensibles au bruit, nous avons choisi de modéliser les porosités –microfissures et lacunes- par des ellipsoïdes. La modélisation des microfissures par des ellipsoïdes bien adaptés donne accès à 3 directions principales (direction des axes de l'ellipsoïde) ainsi qu'aux dimensions des axes correspondants. La modélisation utilisée est basée sur la méthode des moments. La méthode prend en compte l'ensemble des voxels, ce qui la rend peu sensible au bruit et aux irrégularités.

Pour les microfissures simples, les deux plus grands axes de l'ellipsoïde peuvent être identifiés aux longueur et largeur de la fissure. En revanche, le troisième axe ne donne pas accès à l'épaisseur du fait de la possible distorsion de la fissure. Nous utiliserons donc la carte d'épaisseur directe définie en chaque point par le diamètre de la plus grande sphère incluse dans l'objet qui consiste à modéliser l'objet par une multitude de sphère de rayons variables et qui donne donc accès aux épaisseurs moyennes, maximales, et minimales.

2.1.3. Mise en oeuvre

a. Volume, centre de gravité

Le volume de l'objet portant le label n est simplement mesuré par comptage du nombre de voxels et multiplication par leur taille.

$$Vol(n) = (\Delta_{vox})^3 \times card(\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3, L(\mathbf{x}) = n) \quad (5.2)$$

Où Δ_{vox} désigne la taille de voxel de l'image et $(\Delta_{vox})^3$ représentant le volume des voxels.

Les coordonnées du centre de gravité sont calculées par moyennage des coordonnées de chaque point appartenant à l'objet.

b. Modélisation par des ellipsoïdes

La modélisation des objets par un ellipsoïde se fait grâce à la méthode des moments.

Les moments d'ordre 2 de tout objet C sont calculés et placés dans une matrice M_C telle que :

$$M_C = \begin{pmatrix} M_{2,0,0} & M_{1,1,0} & M_{1,0,1} \\ M_{1,1,0} & M_{0,2,0} & M_{0,1,1} \\ M_{1,0,1} & M_{0,1,1} & M_{0,0,2} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$\text{avec } M_{a,b,c} = \frac{1}{Vol} \sum_{(x,y,z) \in C} (x - x_g)^a \cdot (y - y_g)^b \cdot (z - z_g)^c \quad (5.4)$$

Cette matrice étant symétrique, elle admet une base orthogonale de vecteurs propres. Soit $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ ses valeurs propres classées par ordre décroissant, alors on montre que les demi axes de l'ellipsoïde ayant pour matrice des moments M_c sont de dimension $L_1 = \sqrt{5 \cdot \lambda_1}$, $L_2 = \sqrt{5 \cdot \lambda_2}$ et $L_3 = \sqrt{5 \cdot \lambda_3}$.

Preuve :

La preuve fait appel au calcul intégral. Pour cela, nous allons travailler dans l'espace continu \mathbf{R}^3 .

Soit un ellipsoïde (E) de demi-axes a, b et c (réels positifs). On va se placer dans la base $(\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b, \mathbf{e}_c)$ constituée des vecteurs unitaires de même direction que les demi-axes respectifs. Calculons le moment d'ordre 2 de l'ellipsoïde dans la direction principale définie par \mathbf{e}_a .

$$M_{2,0,0} = \frac{1}{Vol(E)} \int x^2 dx dy dz \quad (5.5)$$

En posant :

$$x' = \frac{x}{a}; y' = \frac{y}{b}; z' = \frac{z}{c} \quad (5.6)$$

On ramène le volume d'intégration à une sphère de rayon 1, notée S.

$$\begin{aligned}
 M_{2,0,0} &= \frac{1}{Vol_S} \int (ax')^2 dx' dy' dz' \\
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{Vol_S} \int x'^2 dx' dy' dz'
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

En passant en coordonnées sphériques :

$$\begin{aligned}
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{Vol} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi r^2 \cos^2 \theta \sin^2 \phi \cdot r^2 \sin \phi \cdot d\phi d\theta dr \\
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{Vol} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi r^4 \cos^2 \theta \sin^3 \phi \cdot d\phi d\theta dr \\
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{Vol} \int_0^1 r^4 dr \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_0^\pi \sin^3 \phi d\phi \\
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{Vol} \cdot \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^1 \cdot \pi \cdot \int_0^\pi \sin \phi (1 - \cos^2 \phi) d\phi \\
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{Vol} \cdot \frac{\pi}{5} \cdot \left(\int_0^\pi \sin \phi d\phi - \int_0^\pi \sin \phi \cos^2 \phi d\phi \right) \\
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{Vol} \cdot \frac{\pi}{5} \cdot \left([-\cos \phi]_0^\pi - \left[\frac{\cos^3 \phi}{3} \right]_0^\pi \right) = \frac{a^3 bc}{Vol} \cdot \frac{\pi}{5} \cdot \left(2 - \frac{2}{3} \right) \\
 M_{2,0,0} &= \frac{a^3 bc}{\frac{4}{3} \pi abc} \cdot \frac{\pi}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{a^2}{5}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Par symétrie, on a finalement :

$$M_{2,0,0} = \frac{a^2}{5} \quad M_{0,2,0} = \frac{b^2}{5} \quad M_{0,0,2} = \frac{c^2}{5} \tag{5.9}$$

Soit un objet quelconque dont on connaît la matrice M_c des moments centrés d'ordre 2. M_c est symétrique donc diagonalisable. Soit $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ ses valeurs propres classées par ordre décroissant et $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ les vecteurs propres associés. Alors dans le repère muni de la base $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$, la matrice des moments s'écrit :

$$M'_c = \begin{pmatrix} M'_{2,0,0} & M'_{1,1,0} & M'_{1,0,1} \\ M'_{1,1,0} & M'_{0,2,0} & M'_{0,1,1} \\ M'_{1,0,1} & M'_{0,1,1} & M'_{0,0,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

D'où :

$$M'_{2,0,0} = \lambda_1 \quad M'_{0,2,0} = \lambda_2 \quad M'_{0,0,2} = \lambda_3 \quad (5.11)$$

Pour modéliser l'objet, on va chercher un ellipsoïde décrit par la même matrice des moments d'ordre 2. Ce qui impose par unicité de la diagonalisation et des valeurs propres:

$$M'_{2,0,0} = \frac{a^2}{5} \quad M'_{0,2,0} = \frac{b^2}{5} \quad M'_{0,0,2} = \frac{c^2}{5} \quad (5.12)$$

$$\text{Et : } (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3) = (\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b, \mathbf{e}_c) \quad (5.13)$$

Finalement, la diagonalisation de la matrice des moments d'inertie donne accès aux directions principales et aux dimensions des demi-axes de l'ellipse décrite par la même matrice par la formule :

$$a = \sqrt{5 \cdot \lambda_1} \quad b = \sqrt{5 \cdot \lambda_2} \quad c = \sqrt{5 \cdot \lambda_3} \quad (5.14)$$

c. Carte d'épaisseur

Soit une image binaire contenant un objet X. La carte d'épaisseur définit une épaisseur locale en chaque point de X. Elle est définie par Hildebrand et Rueggsegger[Hildebrand '97] en tout point \mathbf{x} comme le diamètre maximal des boules incluses dans X et contenant le point de calcul.

$$Ep(\mathbf{x}) = 2 \times \max(\{r \mid \mathbf{x} \in B(\mathbf{y}, r) \subseteq X, \mathbf{y} \in X\}) \quad (5.15)$$

La carte d'épaisseur est calculée ici de la façon suivante [Martin-badosa '03]:

1. Calcul de la carte de distance

La distance choisie ici est une distance discrète de chanfrein (3,4,5) qui se rapproche en général au mieux de la distance euclidienne [Borgerfors '84] de l'espace continu.

Cette distance entre $\mathbf{x} = (i, j, k)$ et $\mathbf{y} = (i', j', k')$ est définie comme :

$$d_C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 3 \cdot (\max - \text{med}) + 4 \cdot (\text{med} - \min) + 5 \cdot \min$$

avec :

$$\begin{cases} \mathbf{max} = \max(|i - i'|, |j - j'|, |k - k'|) \\ \mathbf{min} = \min(|i - i'|, |j - j'|, |k - k'|) \\ \mathbf{med} = \text{med}(|i - i'|, |j - j'|, |k - k'|) \end{cases}$$

La carte de distance CD est alors définie en tout point \mathbf{x} de l'image appartenant à l'objet X de complémentaire \overline{X} par :

$$CD(\mathbf{x}) = d_c(\mathbf{x}, \overline{X}) = \inf \{d_c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{y} \in \overline{X}\} \quad (5.16)$$

2. Extraction de l'axe médian

L'axe médian est défini comme constitué des maxima locaux de la carte des distances. On le calcule en sélectionnant les points de la carte de distance dont la valeur est plus grande que celles de ses voisins.

3. Tri des points de l'axe médian par ordre croissant

4. Propagation

Les points de l'axe médian sont considérés successivement dans l'ordre établi par le tri. Soit un point \mathbf{x} de l'axe médian, si le point \mathbf{y} est inclus dans la boule centrée en \mathbf{x} et de rayon $r = CD(\mathbf{x})$, alors \mathbf{y} prend lui-même la valeur r . D'après les propriétés de l'axe médian, chaque point de X est inclus au moins une fois dans une de ces boules.

Le calcul de la carte d'épaisseur est appliqué tout d'abord sur l'image contenant les porosités segmentées afin de connaître l'épaisseur locale des objets. Elle peut aussi être calculée sur le masque afin d'obtenir l'épaisseur des travées en tout point.

2.1.4. Validation

La méthode de modélisation par les ellipsoïdes a été d'abord éprouvée sur de fantômes puis sur image réelle. Le premier fantôme est constitué d'un parallélépipède de dimensions 20x50x200 pixels, le second d'un ellipsoïde d'axes 20, 60 et 200, et le troisième d'une plaque de dimension 10x50x200 ondulant selon une sinusoïde d'amplitude 10. Pour cela, des volumes synthétiques ont été créés, les objets prenant la valeur 100, le fond la valeur 128. Après qu'un bruit d'écart type 16 ait été ajouté, le volume a été binarisé par seuillage. Des rendus 3D des fantômes bruités sont présentés Figure 5.1 .

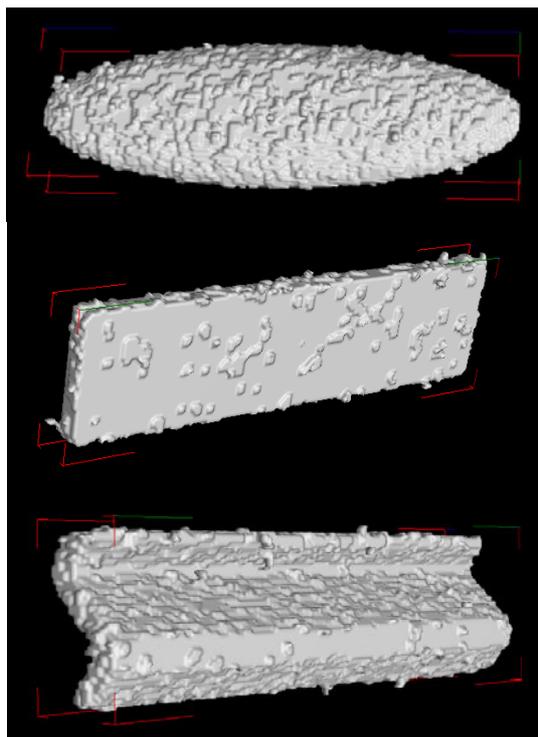


Figure 5.1 Image synthétique pour la validation de la modélisation des objets par des ellipsoïdes

Les résultats de la modélisation pour les objets bruités et non-bruités sont présentés dans le Tableau 5.1 .

	L1	erreur	L2	erreur	L3	erreur
Objets non bruités						
Ellipsoïde 200x60x20	200.1	0.1	60.0	0.0	20.3	0.3
Parallélépipède 200x50x20	254.8	54.8	64.2	14.2	21.3	1.3
Plaque ondulée 200x50x10	252.7	52.7	68.7	18.7	21.1	11.1
Objets bruités						
Ellipsoïde 200x60x20	209.6	9.6	65.4	5.4	28.9	8.9
Parallélépipède 200x50x20	262.4	62.4	71.3	21.3	19.6	-0.4
Plaque ondulée 200x50x10	261.4	61.4	73.2	23.2	27.4	17.4

Tableau 5.1 Résultat de la modélisation des objets de l'image synthétique par des ellipsoïdes

Les résultats sont presque parfaits pour l'ellipsoïde non bruité et globalement satisfaisants pour l'ellipsoïde bruité. L'erreur de l'ordre de la dizaine de voxels qui apparaît est clairement due au bruit ajouté et non à la méthode de mesure. Pour les deux autres objets, l'erreur est

plus conséquente. De fait, il est difficile d'adapter une ellipse à un rectangle. Dans notre cas, la forme des objets sera généralement plus proche de l'ellipsoïde. Si la longueur du troisième axe correspond à l'épaisseur pour les deux premiers objets, elle est largement surévaluée pour la plaque ondulée. Ce résultat est prévisible, du fait de la distorsion. Une illustration des causes de ces erreurs est donnée Figure 5.2.

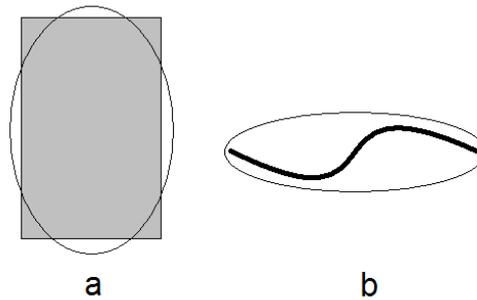


Figure 5.2 Erreur systématique de la modélisation d'objets parallélépipédiques (a) ou distordus (b) par des ellipsoïdes

Le logiciel de rendu 3D Avizo permet de visualiser les ellipsoïdes modélisant chaque objet. Deux vues d'un volume contenant des lacunes et une microfissure sont données Figure 5.3. Visuellement, la modélisation est pertinente. L'ellipsoïde correspondant à la microfissure est bien orienté, et ses demi-axes correspondent à des mesures de longueur et largeur qui auraient été effectuées manuellement. Comme prévu, le troisième axe ne correspond pas à l'épaisseur, du fait de la distorsion.

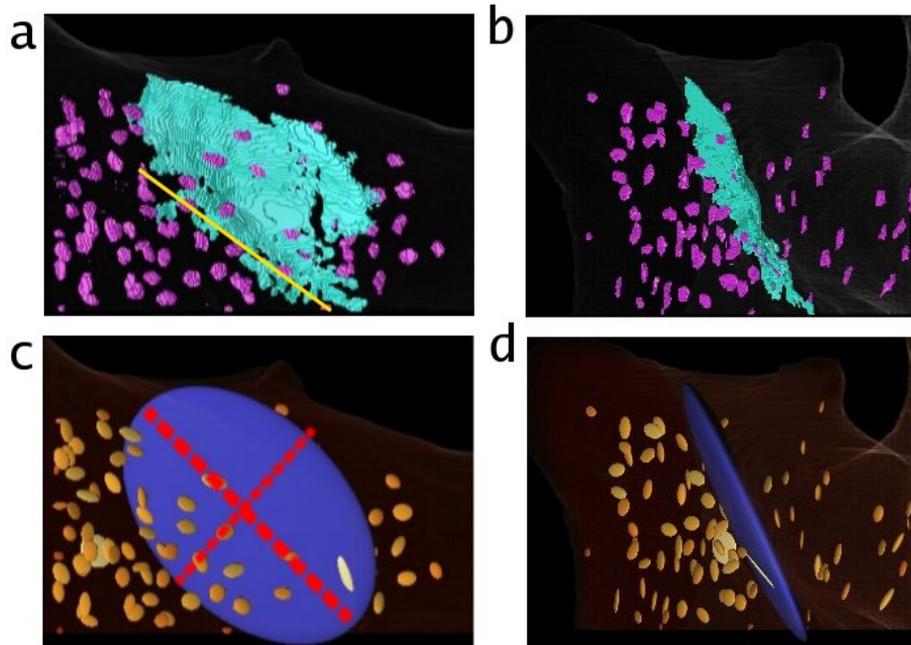


Figure 5.3 Validation de la méthode de mesures : comparaison de l'objet réel et de l'ellipsoïde le modélisant. a-b : Rendus 3D présentant un microfissure et des lacunes (face et profil) ; c-d : ellipsoïdes de modélisation

2.2. Paramètres secondaires

Une série de paramètres secondaires, i.e. dérivés des paramètres primaires, peuvent être calculés simplement. Certains de ces paramètres ont un intérêt pour l'étude des microfissures, tels que la surface, le rapport $L1/L2$ aussi appelé facteur de forme ou « aspect ratio », et éventuellement le rapport $L2/L3$ –jamais encore utilisé– qui renseigne sur le caractère planaire ou distordu de la microfissure. Les rapports entre les dimensions de l'ellipse et l'épaisseur moyenne ($L1/L2$, $L1/L3$, $L1/Ep.$, $L2/L3$, $L2/Ep.$, $L3/Ep.$) sont calculés directement.

La surface (Surf) est approximée par le rapport du volume total et de l'épaisseur moyenne. On considère que pour chaque élément de volume du microfissure dV centré au point \mathbf{X} :

$$dV(\mathbf{X}) = Ep(\mathbf{X}).dS(\mathbf{X}) \quad (5.17)$$

Alors :

$$Vol = \int_{\mathbf{X} \in C} dV(\mathbf{X}) = \int_{\mathbf{X} \in C} Ep(\mathbf{X}).dS(\mathbf{X}) \approx Ep \cdot Surf \quad (5.18)$$

$$Surf = Vol / Ep \quad (5.19)$$

D'autres paramètres sont plus utiles pour la détermination de la nature de l'objet segmenté. Ainsi, la proportion de voxels appartenant au bord du masque (notée *prop.bord*) sert à éliminer un certain type d'artefact. En effet, les bords de l'os n'étant pas nets sur l'image, il arrive qu'une surface sombre apparaisse en bordure du masque. Pour ce type d'artefacts, le paramètre *prop.bord* est important. Pour les microfissures et les lacunes, il est faible. Les seuls cas ambigus sont les vrais microfissures longeant le bord de l'os et les lacunes très proches du bord de l'os. Dans le premier cas, il s'agit en général de fissures créées lors de la préparation de l'échantillon, ou dues à la résine. Dans le second cas, on peut raisonnablement estimer que le nombre de lacunes éliminées à tort reste très minoritaire et n'influence pas les statistiques générales. La proportion *prop.bord(n)* de voxels de l'objet portant le label *n* appartenant aussi au bord du masque (portant le label 2) est définie simplement par :

$$prop.bord(n) = card(\mathbf{X} \in \mathbf{R}^3, label(\mathbf{X}) = n, Masque(\mathbf{X}) = 2) \quad (5.20)$$

Le « taux de remplissage » est destiné à différencier les lacunes des microfissures en mesurant la similitude de l'objet avec l'ellipsoïde qui le modélise. Ainsi, les lacunes étant a priori de forme ellipsoïdale, ce paramètre sera élevé. Au contraire, du fait des distorsions quasi-systématiques et des différences d'épaisseur locale les microfissures vont être inscrites dans l'ellipsoïde, mais leur morphologie et leur volume seront très différents. Le taux de remplissage est calculé comme le ratio entre le volume véritable de l'objet et le volume de l'ellipsoïde modélisé.

$$prop.Ell = \frac{Vol}{\frac{4}{3}\pi \frac{L_1}{2} \cdot \frac{L_2}{2} \cdot \frac{L_3}{2}} \quad (5.21)$$

Sa valeur est proche de 1 pour les objets ellipsoïdaux voire simplement convexes, proche de 0 pour les objets plans distordus tels les microfissures.

Le nombre de voxels épais (noté *nEpVox*) est calculé à partir de la distribution des épaisseurs donnée par la carte d'épaisseur. Il s'agit en fait de dénombrer les voxels dont l'épaisseur est supérieure à la moyenne majorée de la valeur de l'écart type des valeurs de l'épaisseur locale. La définition de ce paramètre n'est pas assez éprouvée pour qu'il ait une véritable signification. En outre, une normalisation par le volume de l'objet serait peut être nécessaire mais possède aussi des inconvénients. Cependant, les microfissures ayant en général une carte d'épaisseur globalement uniforme, une valeur importante de ce paramètre indique une

anomalie, par exemple un artefact ou un microfissure complexe. Une analyse plus fine de ce paramètre pourrait permettre à terme de déterminer automatiquement si un microfissure traverse une lacune.

2.3. Autres paramètres

En plus des paramètres calculés sur chaque objet segmenté, on peut accéder à des paramètres globaux donnant une information sur le volume entier d'os imagé. Le plus simple de ces paramètres est la fraction de tissu osseux, notée BVTV, définie comme :

$$BVTV = \frac{BV}{TV} \quad (5.22)$$

où TV est le volume total de l'image et BV le volume de tissus osseux présent dans l'image. En pratique, BV est calculé à partir du masque.

$$BV = \text{card}(\mathbf{X} \in \mathbb{R}^3, \text{Masque}(\mathbf{X}) > 0) \quad (5.23)$$

Ainsi, on peut considérer le nombre total de microfissures présents dans l'image $Cr.N$, la densité de microfissures définie par le rapport entre le nombre de microfissures et le volume d'os imagé ($Cr.Dn = \frac{Cr.N}{BV}$ ou BV : volume d'os imagé) et la densité de volume de microfissure définie par le rapport entre le volume total des microfissures présentent dans le volume et le volume d'os imagé ($Cr.V.Dn = \frac{Cr.V \text{ total}}{BV}$)

3. Classification automatique

3.1. Introduction

En plus de fournir des résultats quantitatifs sur les porosités présentes dans les images analysées, en vue par exemple d'études statistiques sur l'influence de divers paramètres biologiques (âge, sexe, prise de médicament), nous proposons d'analyser ces paramètres lors d'une classification automatique des objets segmentés (microfissures, lacunes, artefacts). En effet, c'est la morphologie de ces objets qui permet de déterminer leur nature, puisque aucune autre donnée n'est disponible (marqueur biologique, couleur, etc.).

Dans la majorité des cas, la décision sur la nature de l'objet est directe. Dans certains autres cas (artefacts plans, lacunes grandes et allongées, microfissures de petite taille), il est difficile même pour l'œil humain de déterminer le type de l'objet. La difficulté réside dans la diversité

de la morphologie des microfissures qui empêche d'utiliser un critère simple en fixant des seuils. Le Tableau 5.2 montre les paramètres calculés sur des objets classés manuellement. Dans la première colonne du tableau, on trouve le label de chaque objet et dans la deuxième colonne la classe de l'objet déterminée manuellement (1 : microfissure ; 2 : lacune ; 3 : artefact). La troisième colonne indique leur volume, tandis que la quatrième contient les rangs des objets classés par volume décroissant (Cl. % Vol). Les cinquième et sixième colonnes rapportent la longueur de chaque objet et leur rang pour un classement par longueur décroissante (Cl. % L), tandis que la sixième et la septième contiennent le rapport longueur/largeur et le classement selon ce paramètre (Cl. % L/l). Dans les trois cas, on constate une forte variabilité. Le tri selon le volume est complètement différent du tri selon la longueur ou le rapport longueur/largeur. De plus, pour chacun de ces tris, les classes sont dispersées si bien qu'on ne peut trouver des seuils séparant clairement les classes.

Label	Classe	Volume	Cl. % Vol	Longueur	Cl. % L	L/l	Cl. % L/l
32	1	1454,3	1	42,663	5	1,724	6
30	1	1509,2	3	37,073	1	1,428	3
29	1	1569,6	6	90,904	14	6,978	14
28	1	1619,0	7	39,81	2	1,194	1
13	1	2165,0	9	75,705	13	1,91	10
15	1	2505,3	11	57,866	6	1,788	8
24	1	2505,3	12	71,55	11	1,534	4
38	1	2543,7	14	75,538	12	1,762	7
59	2	1457,1	2	42,347	4	1,801	9
77	2	1517,4	4	65,697	10	2,665	13
34	2	1536,6	5	42,022	3	1,211	2
168	2	1728,7	8	58,753	7	2,659	12
41	3	2461,4	10	61,486	9	2,462	11
12	3	2508,0	13	58,887	8	1,692	5

Tableau 5.2 Classement d'une série d'objets segmentés (microfissures, lacunes, artefacts) en fonction de différents paramètres : volume, longueur, rapport longueur/largeur

La solution proposée consiste à déterminer la nature d'un objet segmenté en le comparant à un jeu d'objets de référence classifiés manuellement. Ainsi, à condition que cet ensemble d'apprentissage soit représentatif de la réalité et contienne toutes les morphologies possibles par classe, on s'affranchit de la nécessité de « modéliser » chaque classe. La classe de chaque objet est alors déterminée par celle de l'objet le plus ressemblant de l'ensemble d'apprentissage. La difficulté est alors de définir correctement la « ressemblance » entre objets à partir des paramètres morphologiques calculés.

La classification automatique de variables décrites par des paramètres grâce à une base de données d'apprentissage est une discipline à part entière des Statistiques et du Traitement de Données. Le but de cette partie est de développer un outil simple mais efficace et robuste à partir d'idées de base.

3.2.Méthode

3.2.1. Constitution de l'ensemble d'apprentissage

Afin de constituer la base de référence, 5 volumes (2048x2048x1600 voxels) imagés sur 5 échantillons provenant de 4 patients ont été analysés. La chaîne de traitement a été appliquée à tous ces volumes avec les mêmes paramètres usuels. En effet, il est important que les données de référence et les données d'apprentissage soient obtenues dans les mêmes conditions.

Pour chacun de ces volumes, la classe de tous les labels a été déterminée visuellement. En fait, vu le nombre important de labels, seuls les microfissures et les gros artefacts ont été repérés. Les labels n'ayant pas été reconnus comme des microfissures ou des lacunes ont été classés comme des lacunes. Bien que théoriquement inexacte, on peut supposer d'une part que les vraies lacunes sont suffisamment nombreuses pour que les statistiques ne soient pas modifiées par quelques artefacts de petite taille. D'autre part, la classification d'objets très petits (en volume ou en longueur) est forcément approximative du fait que l'on travaille sur une image discrète.

D'autre part, ces données ont été retravaillées afin que l'ensemble d'apprentissage soit bien représentatif. En ce qui concerne les microfissures, toutes les microfissures repérées ont été intégrées dans la base de référence. L'analyse de ces 5 échantillons a conduit à la détection de 75 microfissures. Qualitativement, cet ensemble semble représentatif de la diversité des microfissures que l'on peut rencontrer. L'ensemble des artefacts détectés a été manuellement nettoyé. En effet, un grand nombre d'artefacts ayant une morphologie proche de celle des vraies microfissures, la classification de certains objets se révèle hasardeuse. Nous avons donc choisi de supprimer les artefacts qui se rapprochaient le plus de microfissures. Finalement, environ 150 artefacts ont été placés dans l'ensemble d'apprentissage. Enfin, du fait de leur grand nombre, les lacunes ont été décimées dans la base de référence. En effet, nous pouvons d'abord supposer que contrairement aux microfissures et artefacts, la morphologie des lacunes est assez régulière. Dans ce cas un sous-échantillonnage n'induit a priori aucun biais en supprimant seulement les redondances. Une telle réduction permet alors de diminuer

grandement la taille de l'ensemble de référence, donc le temps et la charge de calcul. Aussi, on peut craindre que la sur-représentation des lacunes de la base mène à des erreurs de classification en faveur des lacunes. Afin de respecter la représentativité des données par rapport à tous les paramètres, nous avons arbitrairement éliminé une proportion de lacunes après les avoir classés selon différents paramètres. Tout d'abord, 3 lacunes sur 4 ont été éliminées après les avoir classés par volume croissant. Puis 3 sur 4 après classement par la longueur, 3 sur 4 après classement par rapport longueur/largeur et enfin 1 sur 2 après classement selon la largeur. Finalement, le rapport de décimation est de $4 \times 4 \times 4 \times 2 = 128$ et environ 420 lacunes sont intégrées dans la base de référence.

Finalement, l'ensemble des paramètres morphologiques sur les objets sélectionnés, additionné de la classe d'appartenance de chaque objet, a été regroupé dans un même fichier destiné à être placé en entrée de la fonction de classification.

3.2.2. Réduction

Pour chacun des paramètres de l'ensemble d'apprentissage et de l'ensemble à classifier, on travaille en fait sur la variable centrée réduite correspondante. Ainsi, on soustrait à chaque paramètre sa valeur moyenne dans l'ensemble d'apprentissage puis on divise par la valeur de son écart-type dans l'ensemble d'apprentissage. Cette opération commune en statistique permet de s'affranchir des unités et des différences de dispersion.

3.2.3. Classification des objets

La classification des objets est faite grâce à une distance calculée entre l'objet à classifier et chacun des objets de l'ensemble d'apprentissage. La classe attribuée est alors celle de l'objet l'ensemble d'apprentissage le plus proche, c'est-à-dire minimisant la distance, la distance étant calculée à partir de l'erreur de chacun des paramètres élevée au carré.

Malgré la réduction des données, on observe pour les paramètres primaires des répartitions très inégales comme le montre la Figure 5.4 pour le volume. Les microfissures forment un nuage à gauche dont la dispersion n'est pas du même ordre de grandeur que celle du nuage des lacunes, apparaissant écrasé.

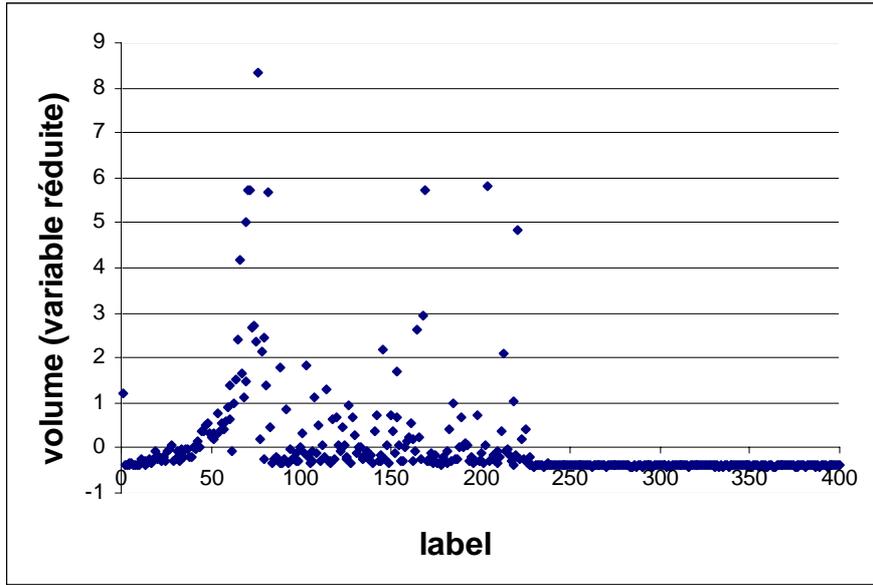


Figure 5.4 Distribution de la variable réduite correspondant au volume. Nuage de gauche : microfissures, Nuage de droite : lacunes

Cette mauvaise répartition a pour conséquence un espace des données très inhomogène qui ne peut être que néfaste pour la classification. De plus, il serait souhaitable de s'affranchir des ordres de grandeurs pour le calcul des distances. Par exemple, l'erreur de longueur entre une lacune de longueur 10 μm et une lacune de longueur 20 μm devrait être identique à l'erreur entre une fissure de 100 μm et une fissure de 200 μm . Inversement, un objet de 1000 μm^3 devrait être plus « proche » d'un artefact ou d'une fissure de 2000 μm^3 que d'une lacune de 10 μm^3 . On applique donc aux paramètres primaires (volume, longueur, largeur, épaisseur) la fonction logarithme. Ainsi pour notre exemple :

$$\log(20) - \log(10) = \log(2) = \log(200) - \log(100)$$

Sur la Figure 5.5 montrant la répartition du logarithme de la variable réduite du volume, on constate que cette opération permet d'homogénéiser les données.

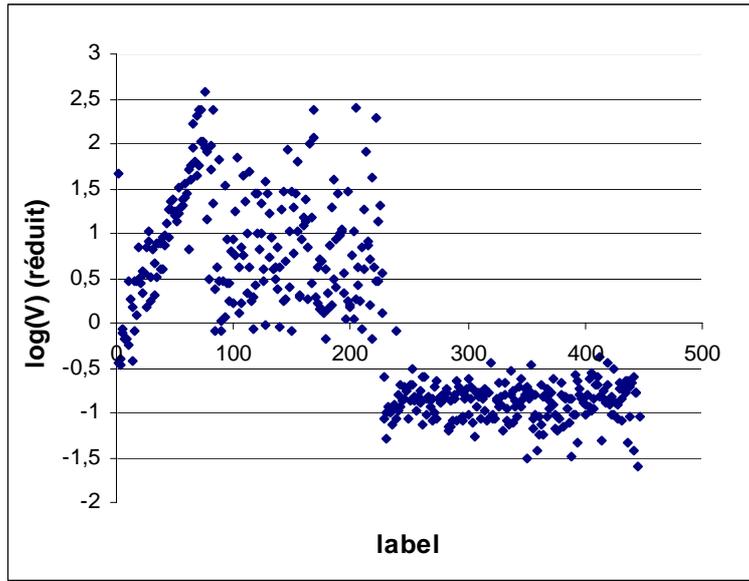


Figure 5.5 Distribution du logarithme de la variable réduite correspondant au volume. Nuage de gauche : microfissures, Nuage de droite : lacunes

Soit l'objet de label n l'objet à classifier et l'objet de label r un objet de l'ensemble d'apprentissage. Le volume (réduit) de l'objet n est noté Vol_n , celui de l'objet r Vol_r et respectivement pour les autres paramètres. On calcule la distance $D_{n,r}$:

$$\begin{aligned}
D_{n,r} = & [\log(Vol_r) - \log(Vol_n)]^2 + [\log(L1_r) - \log(L1_n)]^2 \\
& + [\log(L2_r) - \log(L2_n)]^2 + [\log(Ep_r) - \log(Ep_n)]^2 \\
& + \left[\frac{L1_r}{L2_r} - \frac{L1_n}{L2_n} \right]^2 + \left[\frac{L1_r}{Ep_r} - \frac{L1_n}{Ep_n} \right]^2 + \left[\frac{L2_r}{Ep_r} - \frac{L2_n}{Ep_n} \right]^2 + \left[\frac{L3_r}{Ep_r} - \frac{L3_n}{Ep_n} \right]^2 \\
& + [propBord_r - propBord_n]^2 + [propEll_r - propEll_n]^2 \\
& + [Epmax_r - Epmax_n]^2 + [nEpVox_r - nEpVox_n]^2
\end{aligned}$$

Finalemment :

$$classe(n) = classe(\arg \min(D_{n,r}, R \in Ref, label(R) = r))$$

Notons l'absence de termes relatifs à la surface, L3 et minEp. Ces paramètres nous ont paru non pertinents. La surface n'a pas vraiment de signification réelle ici et l'épaisseur minimum est de 1 voxel dans 99% des cas. La valeur de L3 varie en fonction de la distorsion de la microfissure, et ne doit donc avoir aucune influence dans la classification.

Une bonne connaissance de l'influence de chaque paramètre et de l'ensemble de départ devrait conduire à la pondération des différents termes dans le but d'augmenter l'efficacité. Ceci pourrait faire l'objet d'un travail ultérieur.

Comme nous l'avons dit auparavant, cette classification n'est valable que pour des objets suffisamment importants. En effet, du fait de la discrétisation de l'espace, l'erreur relative sur les paramètres explose lorsque les valeurs deviennent faibles, et à plus forte raison sur les rapports entre ces paramètres. Ainsi, parler de la différence de volume, de rapport longueur/largeur ou d'épaisseur maximale sur des objets d'une dizaine de voxel n'a aucun sens. De plus, l'expérience montre un fort taux de classification erronée pour les petits objets.

Pour remédier à ce problème, et considérant qu'une erreur sur le nombre et les mesures des microfissures est plus dommageable qu'une erreur sur le nombre des lacunes ou artefacts, les objets dont le volume est inférieure à une limite (fixée à $1000\mu\text{m}^3=7\times 7\times 7$ voxels) seront écartés.

3.2.4. Évaluation

L'évaluation de cette méthode a été faite visuellement sur 4 ROI de $512\times 512\times 256$ voxels provenant de 4 échantillons différents. Une coupe du volume original et du volume segmenté de chacune d'elles sont données Figure 5.6. Ces ROIs ont été choisies spécialement pour prendre en compte l'ensemble des cas possibles. La première (Figure 5.6 a-b) est une ROI présentant des caractéristiques normales au niveau de l'acquisition et de la segmentation, elle contient beaucoup de microfissures qui sont correctement segmentées. La seconde (Figure 5.6 c-d) et la troisième (Figure 5.6 e-f) contiennent beaucoup d'artefact du fait d'un mauvais choix de seuils ou de mauvaises conditions d'acquisitions. Enfin la dernière ROI (Figure 5.6 g-h) contient une travée « disloquée » présentant un grand nombre de microfissures avec une morphologie particulière, ainsi que de nombreux artefacts.

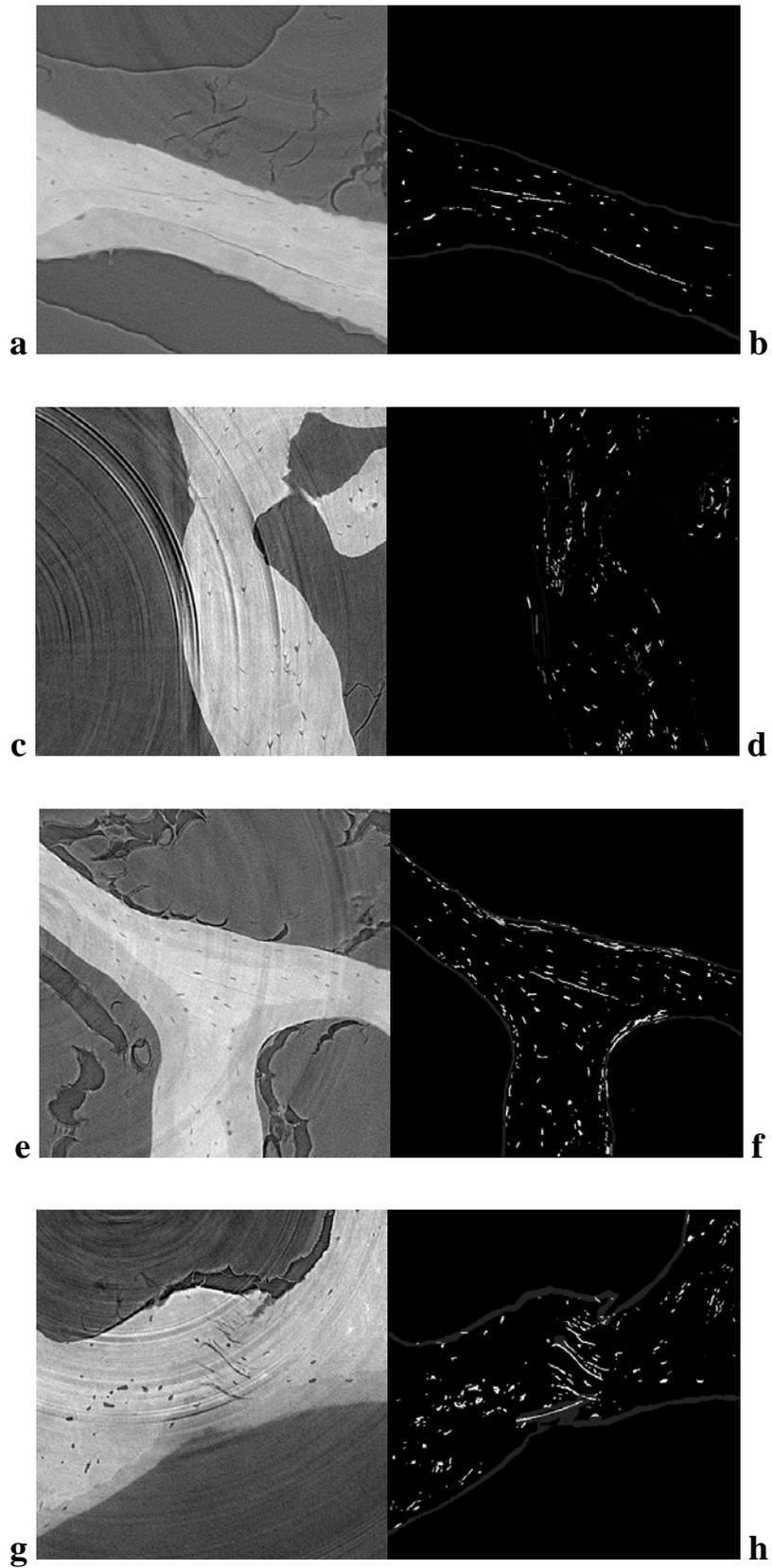


Figure 5.6 Volumes utilisés pour la validation de la méthode de classification. Coupe des volumes originaux et segmentés.

Pour chacune d'elles, nous donnons dans le Tableau 5.3 le nombre d'objets segmentés, le nombre de microfissures repérées visuellement et détectées automatiquement, le nombre de microfissures classées non détectées et le nombre d'artefacts ou lacunes classifiées comme microfissures. Dans le **Tableau 5.1** Tableau 5.4 sont présentés la moyenne des volumes, longueur et largeur pour les microfissures détectées et repérées.

ROI	Commentaire	Objets à classer	Observés	détectés	Classification correcte	Faux négatifs non détectés observés	Faux positifs détectés non observés
1	Normale	2751	8	6	6	2	0
2	Beaucoup d'artefacts	2858	6	7	5	1	2
3	Beaucoup d'artefacts	2231	3	4	3	0	1
4	Microfissures spéciaux	3299	13	10	9	4	1

Tableau 5.3 Évaluation de la méthode de classification sur 4 images. Nombres de microfissures observés, détectés, correctement classifiés, observés et non détectés et détectés et non observés.

ROI	Commentaire	Volume moyen observés	Volume moyen détectés	Erreur volume	L1 Observés	L1 détectés	Erreur L1	L2 Observés	L2 détectés	Erreur L2
1	Normale	72000	55970	-22.5%	232.5	210.2	-9.5%	172.9	146.4	-15.3%
2	Beaucoup d'artefacts	15750	19090	+21.2%	139.2	155.3	+11.6%	82.5	78.0	-5.4%
3	Beaucoup d'artefacts	24090	19775	+17.9%	165.7	157.8	-4.7%	93.6	81.8	-12.6%
4	Microfissures spéciaux	25810	25196	-2.4%	162.9	146.1	-10.3%	70.9	65.8	-7.1%

Tableau 5.4 Erreur induite sur les différents paramètres mesurés par les erreurs de classification

Pour la ROI typique, les résultats sont satisfaisants. Les nombres de microfissures ainsi que les diverses mesures montrent une erreur de l'ordre de 10%. Une observation des labels pour lesquels la classification automatique est défaillante montre qu'il s'agit de microfissures pour lesquels la classification est difficile même par un opérateur humain.

En ce qui concerne les ROIs contenant beaucoup d'artefacts, nous constatons que la classification reste performante avec une grande majorité de microfissures correctement classifiées. Là encore, les objets mal classifiés sont tels que la classification par un humain est

elle-même difficile, avec des microfissures atypiques ou des artefacts très similaires à des microfissures.

Enfin, nous constatons avec la 4^{ème} ROI que la méthode de classification se comporte assez bien dans les situations particulières, avec des erreurs équivalentes à celles de la ROI typique. Une explication est que la base de référence contient un certain nombre de microfissures à la morphologie atypique, comme ceux présents dans cette image. Ceci justifie le choix du type de la méthode employée ici.

3.2.5. Importance des paramètres

Dans cette configuration, il semble difficile d'utiliser les outils statistiques habituels. En effet, la plupart d'entre eux considèrent des distributions bien définies (par exemple gaussienne ou poissonnienne). Afin de percevoir l'importance de chaque paramètre, nous avons donc calculé le poids de chaque paramètre dans le calcul des distances. Pour cela, nous avons déterminé dans l'ensemble d'apprentissage, pour chaque microfissure, l'objet le plus proche et n'étant pas un microfissure et nous avons calculés la contribution de chaque terme par rapport à la distance totale.

Soit un objet de label n , et $param$ un paramètre parmi ceux considérés dans le calcul de la distance. L'objet de label r est celui qui minimise la distance $D_{n,r}$ et qui appartient à la classe c (lacune ou artefact). Alors la contribution du terme associé au paramètre $param$ dans la distance $D_{n,r}$ est calculée comme :

$$P_{param,c}(n) = \frac{[param_r - param_n]^2}{D_{n,r}}$$

Pour chaque paramètre la moyenne de ces contributions (exprimées en pourcentage) et le pourcentage de cas pour lequel chaque terme a été plus grand que tous les autres sont reportés dans le Tableau 5.5. Les Figure 5.7 et Figure 5.8 sont une représentation des 2,3,4 et 5eme lignes du Tableau 5.5.

		vol	L1	L2	Ep	L1L2	L2Ep	L3Ep	L1Ep	inBord	remplissage	maxEp	nThickVox
Lacunes	moyenne (%)	4,3	12,6	13,6	1,0	4,7	18,7	8,4	15,8	1,5	6,1	6,9	6,4
majoritaire	(%)	5,3	1,3	2,7	1,3	4,0	30,7	13,3	18,7	1,3	5,3	8,0	8,0
artefact	moyenne (%)	3,3	5,5	4,6	2,9	7,9	8,2	15,3	8,9	5,3	11,3	11,9	14,9
majoritaire	(%)	6,7	0,0	0,0	0,0	5,3	13,3	17,3	10,7	9,3	5,3	10,7	21,3

Tableau 5.5 Importance des paramètres dans la discrimination des microfissures par rapport aux lacunes et aux artefacts. Contribution moyennes et pourcentage de cas pour lequel le terme associé au paramètre est majoritaire.

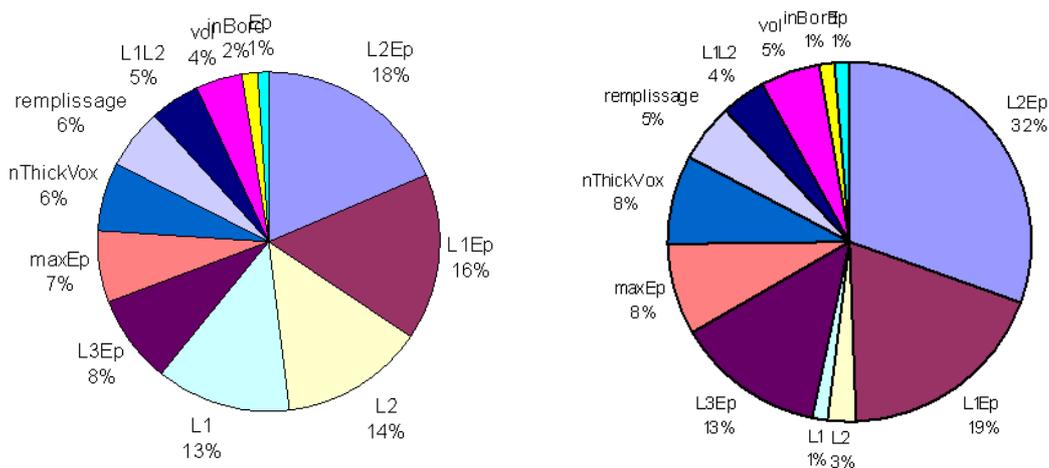


Figure 5.7 Contribution moyennes (gauche) et pourcentage de cas pour lequel le terme associé au paramètre est majoritaire (droite) pour la discrimination entre microfissure et lacunes.

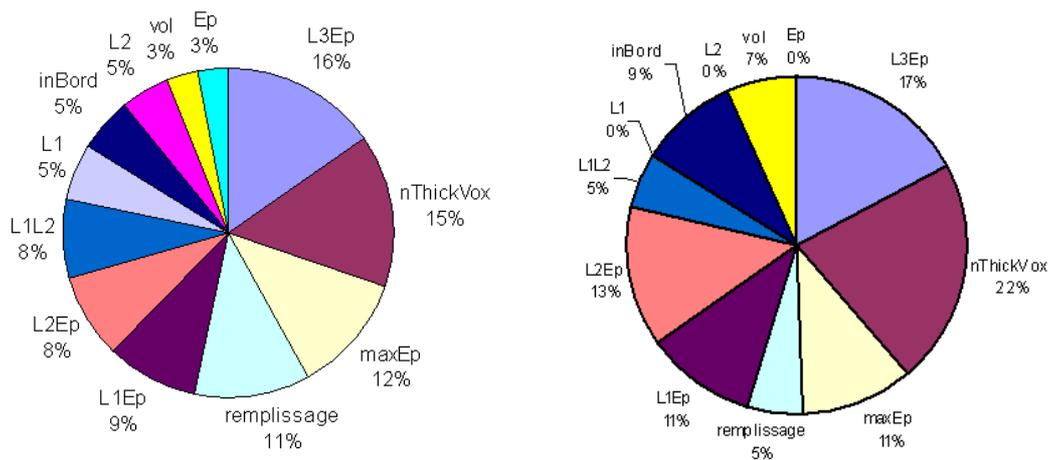


Figure 5.8 Contribution moyennes (gauche) et pourcentage de cas pour lequel le terme associé au paramètre est majoritaire (droite) pour la discrimination entre microfissure et artefacts.

En ce qui concerne la discrimination entre microfissures et lacunes, les paramètres ayant le plus de poids moyens sont les paramètres de taille, c'est-à-dire la longueur et la largeur (L1, L2) ainsi que les rapports longueur/épaisseur et largeur/épaisseur (L1Ep, L2Ep) avec des poids moyens respectifs de 13%, 14%, 16% et 19%. Il est important de remarquer que ces paramètres ne sont pas indépendants. Viennent ensuite la distorsion (L3Ep) (8%), l'épaisseur maximale (7%), le nombre de voxels épais (6%) et le taux de remplissage (6%). Étonnamment, le volume (4%) et le facteur de forme (L1L2) (5%) n'ont qu'un poids faible. Définie spécialement pour éliminer un certain type d'artefact, la proportion de voxels appartenant aux bords elle aussi un poids faible (2%). Du fait des faibles valeurs quelle prend et de son manque de précision à cause de la discrétisation de l'espace, l'épaisseur a elle aussi très peu d'influence (1%).

Du fait de la grande variabilité des tailles des microfissures et des artefacts, les paramètres de taille et leur dérivés ne sont plus les critères dont le terme contribuent le plus en moyenne dans le calcul de la distance entre microfissures et artefacts (L1 :5%, L2 :5%, L2Ep : 8%, L1Ep :9%, L1L2 : 8%, Ep :3%) ; de même que le volume (3%). Les paramètres qui ont le plus de poids dans le calcul des distances sont la distorsion (L3Ep, 15%), le rapport ellipsoïde (11%) ainsi que l'épaisseur maximale (12%) et le nombre de voxels épais (15%). Remarquons aussi la plus grande importance de la proportion de voxels appartenant au bord (5%).

L'analyse de la proportion des cas pour lequel les termes ont été majoritaires donne des résultats sensiblement différents. Pour la discrimination microfissures/lacunes, on remarque une perte d'influence des longueurs et largeurs L1 et L2 au profit de L1Ep et L2Ep, ce qui confirme la redondance des deux informations et éventuellement la possibilité de les supprimer du calcul des distances. Pour la discrimination entre microfissures et lacunes, la plus grande différence réside dans la disparition totale des paramètres L1, L2 et Ep pour les mêmes raisons que celles évoquées précédemment. Les autres paramètres sont quant à eux mieux répartis.

Ces résultats justifient la considération de l'ensemble de ces paramètres lors de la classification. Les différentes valeurs sont du même ordre et aucun paramètre n'est très largement majoritaire. Les deux cas étudiés qui sont la discrimination des microfissures par rapports aux lacunes et aux artefacts sont bien différents, avec de grande différence pour les poids de chaque paramètre.

4. Conclusion et Perspective

Dans ce chapitre, nous avons décrit et défini divers paramètres utiles à l'étude des microfissures ainsi qu'à leur détection automatique.

L'hypothèse centrale de la méthode de mesure des microfissures et des lacunes est leur modélisation par des ellipsoïdes. Cette hypothèse est définie clairement et relativement simplement. La méthode de mesure est facile à mettre en œuvre et légère en calcul. Nous pensons que l'approximation faite est satisfaisante, de part la difficulté même de définir les mesures des microfissures. Grâce aux paramètres extraits, il est possible de déterminer la nature des objets (fissures, lacunes ou artefacts). Nous avons proposé une méthode de classification simple basée sur la comparaison avec une base de données établie manuellement. Cette méthode s'avère relativement efficace, même sur des images mal segmentées ou contenant des microfissures atypiques. Elle a l'avantage d'être entièrement automatique.

Comme il a été dit, le développement et l'analyse de telles techniques de classification pourrait faire l'objet d'un travail approfondi et conséquent, menant peut être à de meilleurs résultats. De plus, une véritable analyse permettrait de déterminer plus exactement le rôle et le caractère discriminant de chaque paramètre. Toutefois, nous avons vu que dans la plupart des cas, la méthode utilisée ici est défailante lorsque l'objet est difficile à classier même par l'œil humain. Malheureusement, mis à part le développement de produits de contraste, la nature même de nos images fait que les possibilités de déterminer la nature des porosités autrement qu'en utilisant leur morphologie sont très restreintes.

Enfin, il est imaginable d'extraire et de confronter un bien plus grand nombre de paramètres afin de déterminer automatiquement si une microfissure est linéaire, croisée, parallèle ou déviée ; si elle a rejoint une lacune ou si elle est perpendiculaire ou parallèle à la surface de la travée.

Une fois les images acquises, segmentées et les microfissures extraites et mesurées, des analyses et des observations du microendommagement dans les échantillons peuvent être faites. Ce sera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 6

Etude du microendommagement et des microfissures dans les échantillons d'os trabéculaire humain

1. Introduction

1.1. Généralités

Après avoir segmenté les images et séparé les fissures des lacunes et des artefacts, nous disposons d'une part d'un volume dont les voxels appartenant aux fissures (respectivement aux lacunes) sont labellisés comme tels, et d'autre part d'une série de paramètres 3D mesurés sur l'ensemble des microfissures que présentent nos images. Sans nul doute, ces informations inédites peuvent permettre de mieux comprendre les phénomènes d'endommagement du tissu osseux.

Dans ce chapitre, nous ferons tout d'abord des observations qualitatives sur des microfissures observées. Ces observations seront faites dans un premier temps sur des coupes tomographiques. Grâce au traitement des images permettant la segmentation des fissures, des rendus 3D des mêmes fissures et leurs mesures seront données, mettant notamment en lumière la véritable complexité de leur morphologie. Finalement, des observations qualitatives sur l'endommagement d'échantillons entiers seront faites, soulevant plusieurs problématiques.

Par la suite, nous nous intéresserons aux paramètres quantitatifs extraits de nos images. Dans un premier temps, nous étudierons l'endommagement des échantillons en fonction de divers facteurs de leur origine à prendre en compte (par exemple contrainte, nature). Dans un second temps, les microfissures seront étudiées indépendamment les unes des autres afin de faire ressortir des corrélations entre leurs paramètres morphologiques.

Finalement, nous étudierons les différences et les biais entre les approches bi- et tridimensionnelles en comparant les paramètres mesurés en 3D avec des paramètres 2D simulés. Ces résultats confirmeront notamment la nécessité de développer des outils d'observations et de mesures 3D comme l'a déjà remarqué Fazzalari [Fazzalari '98]

Avant toute chose, nous donnons des précisions quant aux données utilisées dans chaque partie et sur la méthode d'analyse.

1.2. Données analysées

En raison de certaines limitations (notamment temporelles), toutes les images acquises et reconstruites n'ont pas pu être traitées. En fonction des échantillons disponibles et de leurs différences, une répartition la plus homogène possible a été faite. Les échantillons traités sont reportés dans le Tableau 6.1. Pour chacun d'eux, les deux acquisitions ont été considérées.

		Fatigue			
		0	1	5	10
Patient	3	3/7			3/6
	4	3/7	3/4	3/5	
	5	3/4	3/3		
	6	3/4			3/4

Tableau 6.1 Répartition des échantillons analysés en fonction des échantillons disponibles

Du fait de la relative rareté des microfissures, les images n'ont pas été traitées dans leur totalité. Au préalable, des régions (ROI) de taille 512x512x256 voxels contenant des microfissures ont été repérées par un opérateur, et ce de manière exhaustive et en prenant toutes les précautions nécessaires concernant leur chevauchement. Au final, on peut affirmer que chaque microfissure visible à l'œil nu dans les images considérées apparaît dans une et une seule ROI.

Les porosités contenues dans les ROIs ont alors été segmentées grâce à la méthode proposée et la nature de chaque objet détecté a été définie grâce à la méthode de classification.

Les paramètres mesurés sur chaque microfissure ont été compilés dans un tableau. En plus des paramètres propres à chaque microfissure, il a été rajouté le nom de l'échantillon, la référence du patient et du type de contrainte, et les coordonnées de la ROI à laquelle la microfissure appartient.

En fonction des besoins et des aspects étudiés, ces paramètres ont été regroupés afin d'obtenir par exemple des valeurs moyennes (par patient, par échantillon, etc). Ces manipulations seront décrites au fur et à mesure. Finalement, l'étude des microfissures peut se faire sur 4 niveaux : le groupe, l'échantillon, les ROIs et les microfissures seules.

Au total, 770 microfissures ont été étudiées à partir de 275 ROI extraites de 27 échantillons.

2. Observations 3D de microfissures

2.1.Introduction

Dans cette partie, nous traitons d'observations faites à partir de nos images. Tout d'abord, différentes microfissures seront montrées sur des coupes tomographiques puis sur des rendus 3D après segmentation. Ces microfissures ont été choisies pour leur intérêt parmi les différentes images traitées. Pour chacun des échantillons correspondants, un rendu 3D de l'ensemble des microfissures qu'ils contiennent sera donné et commenté. Ces observations permettront notamment de soulever des problématiques quant à la méthodologie de notre étude.

2.2.Observations sur les coupes tomographiques

L'examen des coupes microtomographiques permet l'observation de fissures de tous types. De telles observations qualitatives se rapprochent de celles que l'on pourrait faire par microscopie confocale dans le sens que l'on observe une pile d'images 2D. La Figure 6.1 montre une série d'exemples démontrant l'utilité de telles images pour l'étude des phénomènes d'endommagement.

La Figure 6.1.a montre une grande fissure linéaire parallèle à la surface de la travée (notée L1). Il s'agit d'une fissure longitudinale. Au contraire, la fissure de la Figure 6.1.b traverse la travée perpendiculairement, il s'agit d'une fracture transversale (notée L2). Rappelons qu'il est suspecté par Fratzl que ces deux types de fissures correspondent à deux mécanismes biomécaniques distincts [Fratzl '08]. La Figure 6.1.c montre un très bel exemple du phénomène de déviation de microfissure, connu comme l'un des mécanismes d'augmentation de la robustesse (cf. chapitre 1). La fissure (L3) apparaît dans une région peu minéralisée (apparaissant plus sombre) puis s'insinue dans la ligne cimentante.

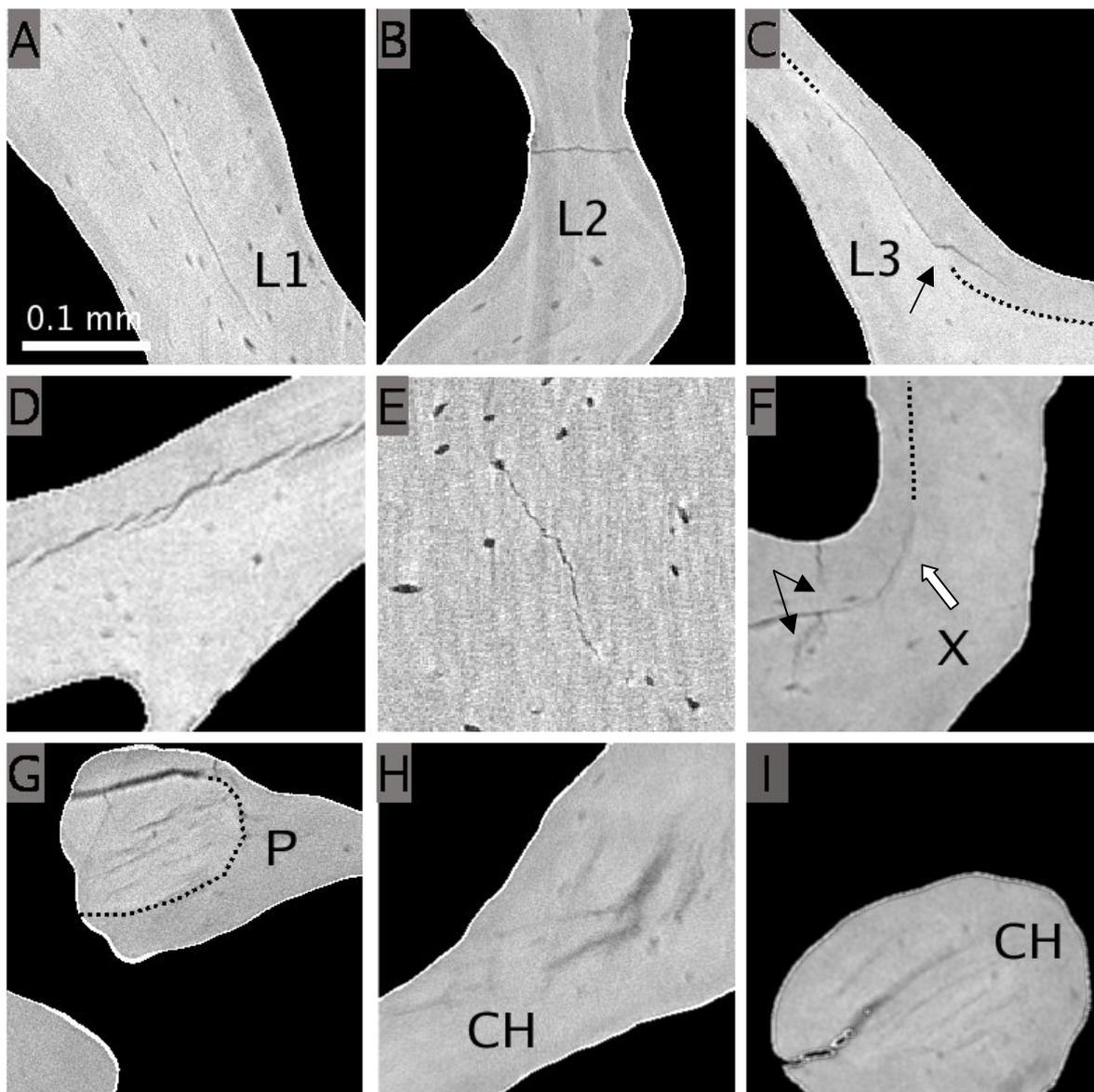


Figure 6.1: Observation de différents types de microdommages dans les coupes microtomographiques. a : microfissure longue et parallèle à la surface de l'os (L1). b : Microfissure traversant une travée osseuse (L2). c : microfissure défléchie (flèche noire) par l'interface entre deux zones de minéralisation différente (pointillés) (L3). d : microfissures interrompues. e : microfissure joignant une lacune, f : microfissure (X) formée d'une fissure perpendiculaire à la surface de la travée et interrompue (flèches noires) et d'une microfissure parallèle à la surface osseuse (flèche blanche) et suivant une ligne cimentante (pointillés noirs). g : microdommages parallèles, h-i : microfissures croisées observées dans deux plans orthogonaux.

Notons l'indication précieuse fournie par la densité locale accessible grâce à l'aspect quantitatif de la microtomographie par rayonnement synchrotron. Sur la Figure 6.1.d, on peut observer une multitude de fissures entrelacées séparant les deux zones de différentes

minéralisations. Ceci est là encore une manifestation d'un phénomène bien connu augmentant la robustesse du tissu osseux. La Figure 6.1.e met en lumière le lien encore mal connu entre les microfissures, les lacunes et les contraintes biomécaniques [Voide '09]. En outre, il est a priori difficile de savoir si la fissure a été initiée dans la lacune ou si la modification du champ de contrainte induite par la lacune sur le tissu environnant a conduit la fissure jusqu'à elle puis l'as arrêté. La Figure 6.1.f montre une microfissure (notée X) à la morphologie très particulière, formée apparemment par la jonction de deux fissures linéaires. Cette microfissure « hybride » remet en cause la classification classique des microfissures en quatre familles et laisse penser qu'en réalité les frontières entre ces familles sont floues. On peut aussi penser que la forme de la travée et la localisation et la morphologie des fissures sont corrélés. La première microfissure linéaire est parallèle à la surface (longitudinale) tandis que la seconde est orthogonale. Sur la Figure 6.1.g, on peut observer une multitude de microfissures parallèles (notées P) confinées dans une zone de minéralisation homogène. Ici encore, l'information sur la minéralisation locale est de grande utilité et de telles observations n'auraient pu être faites avec les techniques classiques de microscopie. Au contraire, La Figure 6.1.h montre que des microfissures croisées (notées CH) peuvent tout à fait apparaître comme parallèles si elles sont observées dans un plan de coupe différent, comme dans la Figure 6.1.i.

En conclusion, nous avons montré qu'il est possible d'observer dans nos images les différents phénomènes et types de fissures déjà répertoriés. De plus, grâce à l'imagerie simultanée de la minéralisation locale et à la possibilité d'observer les mêmes fissures dans différents plans orthogonaux, les observations faites grâce aux images microtomographiques sont plus complètes. Cependant, les observations des microfissures véritablement en 3D sur des rendus synthétisés à partir des images segmentées permettent une analyse morphologique encore plus précise des microfissures.

2.3.Observation sur rendu 3D

La segmentation des microfissures grâce à la méthode proposée permet de synthétiser des rendus 3D. De tels rendus des microfissures sont présentés sur la Figure 6.2. Elles apparaissent en bleu tandis que les lacunes environnantes apparaissent en violet translucide. La surface des travées est aussi représentée, en blanc translucide. Pour chacune des fissures, deux angles de vue sont donnés. En pratique, la génération des rendus (avec le logiciel VGStudiomax) se fait en temps réel, si bien que l'on est libre de faire pivoter le volume ou de

faire des grossissement afin d'observer les microfissures complètement en 3D. De plus, on fournit en même temps dans le Tableau 6.2 les mesures des microfissures présentées extraites à partir de la méthode proposée dans le chapitre précédent.

La Figure 6.2.a-b montre la première grande fissure linéaire L1. Elle apparaît fine, bien parallèle à la surface de la travée, avec une forme trapézoïdale. De près, on observe des interruptions ou trous dans la fissure, qui sont en fait des régions non endommagées. On remarquera enfin que certains bords de la fissure sont lisses tandis que d'autres sont irréguliers, ce qui peut être dû à la microstructure du tissu osseux (lamelles, fibres). La Figure 6.2.c-d montre la fissure transversale de la Figure 6.1 c. Si sur cette dernière on aurait pu penser que la travée est fracturée, il apparaît ici grâce à la 3D que la fissure ne s'étend que sur une région limitée et que la travée reste globalement intacte. Aussi, la vue latérale suggère une nouvelle fois la relation entre les contraintes locales et la morphologie des fissures. Celle-ci se trouve à l'emplacement d'un col formé par la travée et se propage orthogonalement à sa surface. Dans la Figure 6.2.e-f et la Figure 6.2.j, on peut s'assurer que les microfissures de la Figure 6.1 g sont effectivement bien parallèles tandis que celles de la Figure 6.1.h-i sont bien croisées : on reconnaît bien deux séries de fissures parallèles entre elles. La microfissure complexe (X) est représentée Figure 6.2.g-h. Un zoom est présenté Figure 6.2 i. Une nouvelle fois, le lien entre les contraintes mécaniques, la travée et la localisation et la morphologie de la fissure est mise au jour. En 3D, cette fissure apparaît encore plus complexe que dans les coupes tomographiques, la jonction des fissures la composant n'étant pas nette, et ces dernières étant torsadées.

Ces observations montrent que l'observation de microfissures sur de tels rendus 3D permet d'obtenir une meilleure appréciation de la morphologie complexe des microfissures.

Le Tableau 6.2 indique que la longueur des microfissures observées varie entre 88 μm et 492 μm tandis que la largeur varie entre 48 μm et 307 μm et le volume entre 9.8x10⁻⁶ μm^3 et 850 9.8x10⁻⁶ μm^3 . Si les ordres de grandeur de ces mesures sont conformes aux valeurs que l'on peut trouver dans la littérature, on constate une grande variabilité.

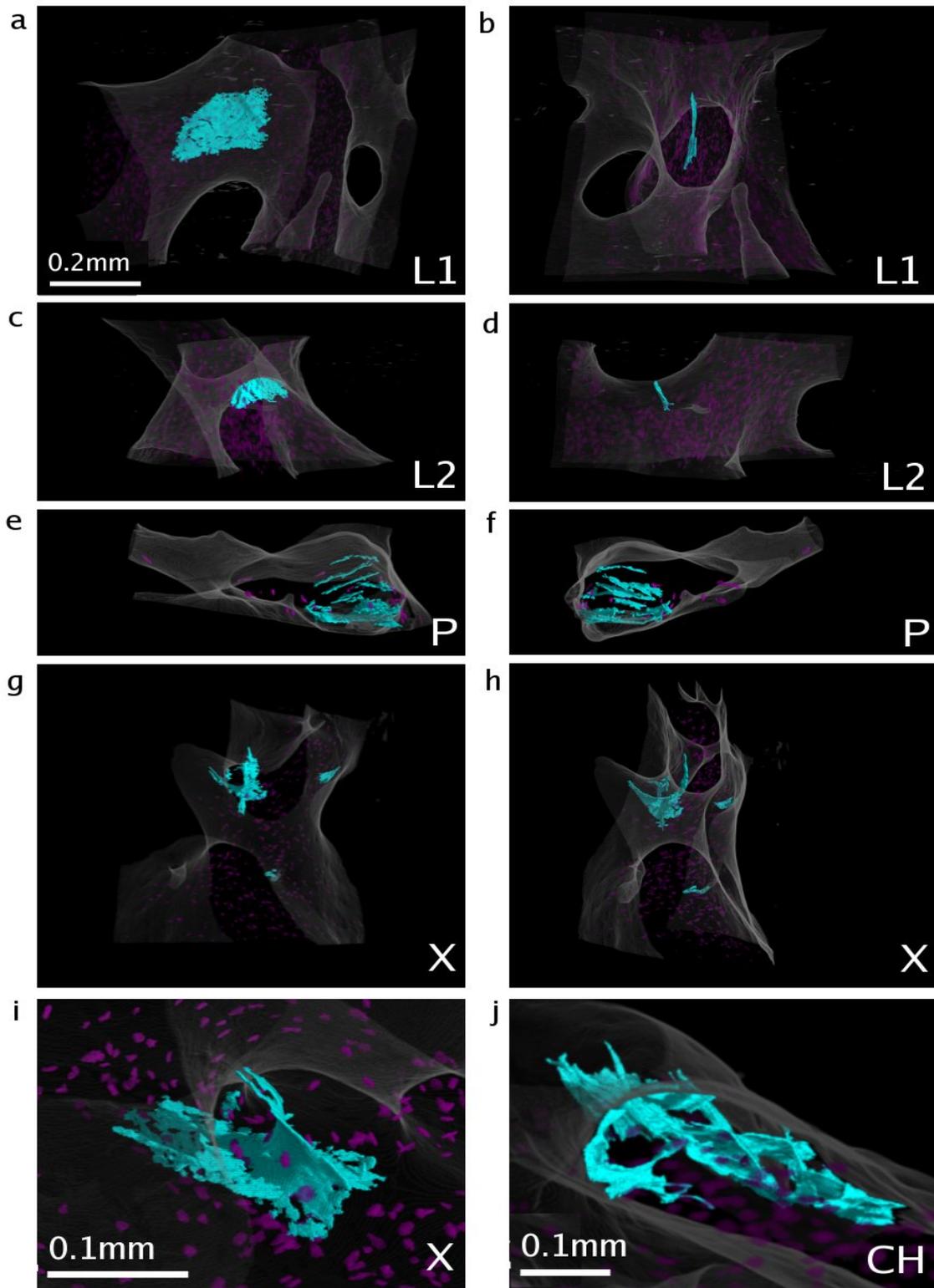


Figure 6.2: Rendus 3D de microfissures de différents types. a-b : microfissure longue et parallèle à la surface de l'os (L1). c-d : Microfissure traversant une travée osseuse (L2). e-f : microfissures parallèles (P). g-h : microfissure (X) formée d'une fissure perpendiculaire à la surface de la travée et d'une microfissure parallèle à la surface osseuse. i : zoom sur (X). j : Zoom sur des microfissures croisées (CH)

microfissure		L1	L2	P	X	CH	L3
Echantillon (nom)		S1	S2	S3	S2	S4	S5
Echantillon (référence)		hunc34	hunc44	hunc63	hunc44	hunc43	hunc53
Cr.Le	(μm)	341	149	88	269	492	300
Cr.W	(μm)	201	78	48	132	307	190
Cr.Th	(μm)	4.66	4.36	7.1	4.66	7.1	4.36
Cr.V	$\times 10^6$ (mm^3)	89.1	14.85	9.8	60.96	850.65	80.73
Cr.S	$\times 10^3$ (mm^2)	21.07	3.52	2.07	13.07	119.78	18.53

Tableau 6.2: Mesures des microfissures présentées dans la Figure 6.2 : longueur (Cr.Le), largeur (Cr.W), et épaisseur (Cr.Th), volume (Cr.V) et surface (Cr.S)

2.4. Observation sur l'échantillon entier

Dans la Figure 6.3, la Figure 6.4 et la Figure 6.5 sont représentés respectivement les échantillons entiers S1, S2, S3, S4 et S5 sous deux angles de vue (vue de dessus et vue de face). Au milieu, la bande qui apparaît en surbrillance correspond à la zone de recouvrement des deux images acquises. En parallèle, le Tableau 6.3 donne les valeurs du BVTV sur l'échantillon entier, sa densité de microfissures (Cr.Dn) et leur tailles moyennes (Cr.Le mean, Cr.W mean).

Les deux premiers échantillons présentent une distribution relativement homogène de microfissures, que ce soit dans la direction verticale (cf vue de face) ou dans le plan horizontal (cf vue de dessus). Les tailles des microfissures semblent être du même ordre de grandeur. Ceci n'est pas le cas avec les échantillons 3 et 4, qui présentent des microfissures de grande taille et des microfissures de taille moyenne (équivalente à celle des échantillons 1 et 2). De plus, ces fissures ne sont pas réparties dans l'échantillon de manière homogène. Enfin, le dernier échantillon présente un nombre très faible de microfissures de petites tailles.

Bien qu'incomplètes puisque basées sur un nombre limité d'échantillons, ces observations mettent en lumière des questions concernant les microdommages au sein de l'échantillon et la représentativité des mesures effectuées.

Pour les deux premiers échantillons, il semble raisonnable de considérer que les observations et mesures effectuées sont représentatives et dépendent peu de la localisation de l'échantillon dans le fémur. Au contraire, on peut imaginer que la tête de fémur dont ont été extraits les échantillons 3 et 4 contiennent des zones très localisées d'endommagement important et que les microfissures visualisée ici ne sont qu'une partie de cette zone. Ainsi, des images d'autres échantillons extraits de la même tête de fémur auraient pu présenter soit peu de microfissures

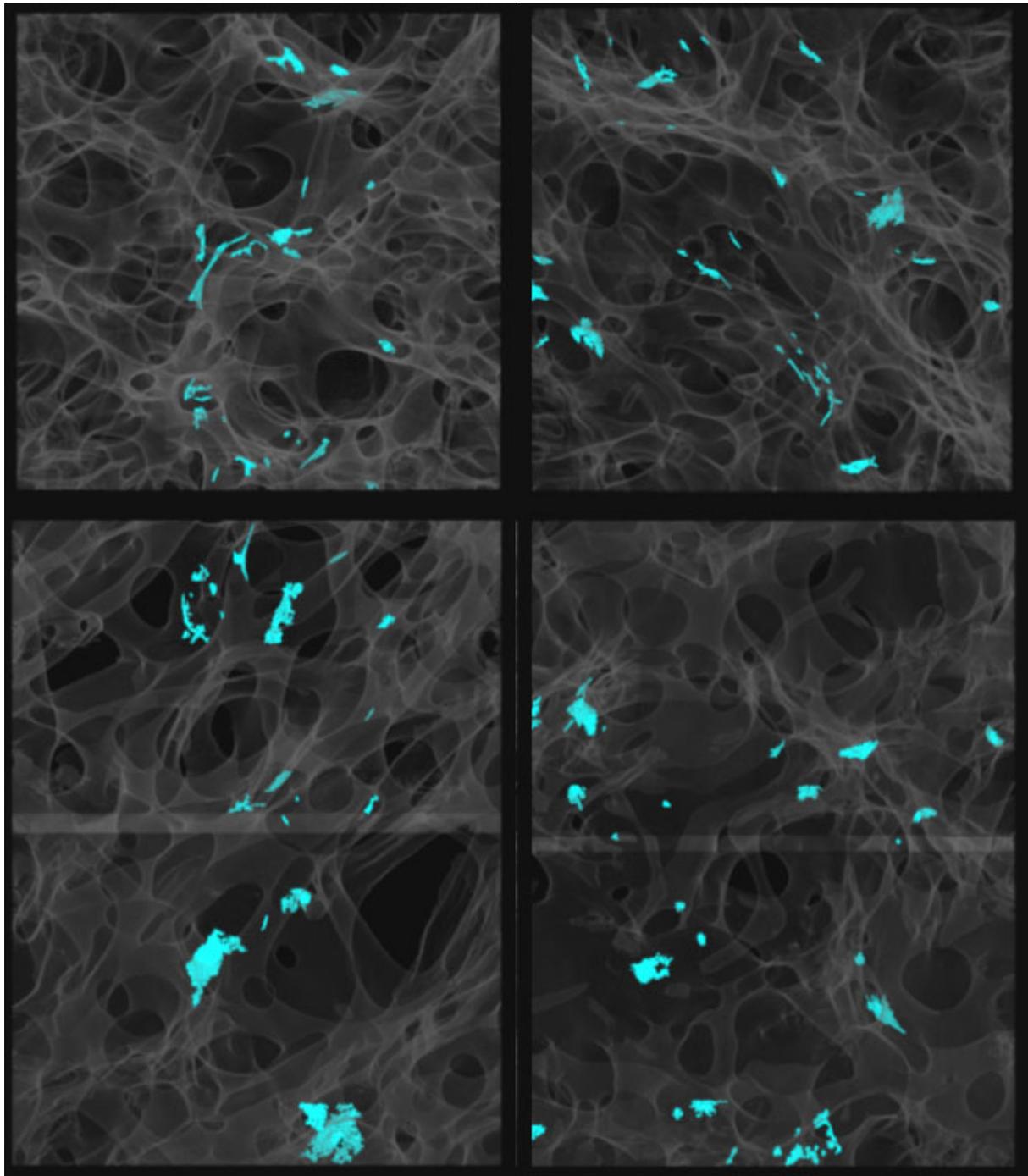
(par exemple partie supérieure de l'échantillon S4), soit un grand nombre de microfissures de grande taille (partie inférieure de l'échantillon S4). De plus, on peut se demander si il existe des corrélations entre la taille des microfissures, leur nombre et leur répartition. Si tel était le cas il serait intéressant d'étudier en détail ces corrélations et de les mettre en relation avec des facteurs mécaniques ou biologiques.

Les valeurs du BVTV et des longueurs (Cr.Le) moyennes présentées dans le Tableau 6.3 sont cohérentes avec la littérature, avec des valeurs de l'ordre de 20% pour le BVTV et de 200µm pour Cr.Le. En ce qui concerne la densité, il n'existe pas à notre connaissance de données tridimensionnelles et il n'est pas possible a priori de comparer nos valeurs avec des valeurs 2D, puisque l'unité n'est pas la même. Nous noterons simplement qu'on constate, tout comme en 2D, une relative rareté des microfissures.

Dans la suite de ce chapitre, nous essaierons de donner des éléments de réponses à ces questions par une analyse quantitative des paramètres récoltés sur les microfissures présentes dans nos échantillons.

Echantillon (nom)	S1	S2	S3	S4	S5
Echantillon (référence)	hunc34	hunc44	hunc63	hunc43	hunc53
BVTV	0.22	0.19	0.16	0.20	0.12
Cr.N (#)	14	14	18	28	7
Cr.Dn (#.mm-3)	3,42	4,1	4,91	9,44	3,11
Cr.Le mean (µm)	206,57	182,92	204,94	208,84	164,14
Cr.Le std (µm)	124,43	57,5	140,65	152,01	90,92
Cr.W mean (µm)	111	99,84	119,77	117,57	95,57
Cr.W std (µm)	71,19	36,17	91,29	87,43	66,73

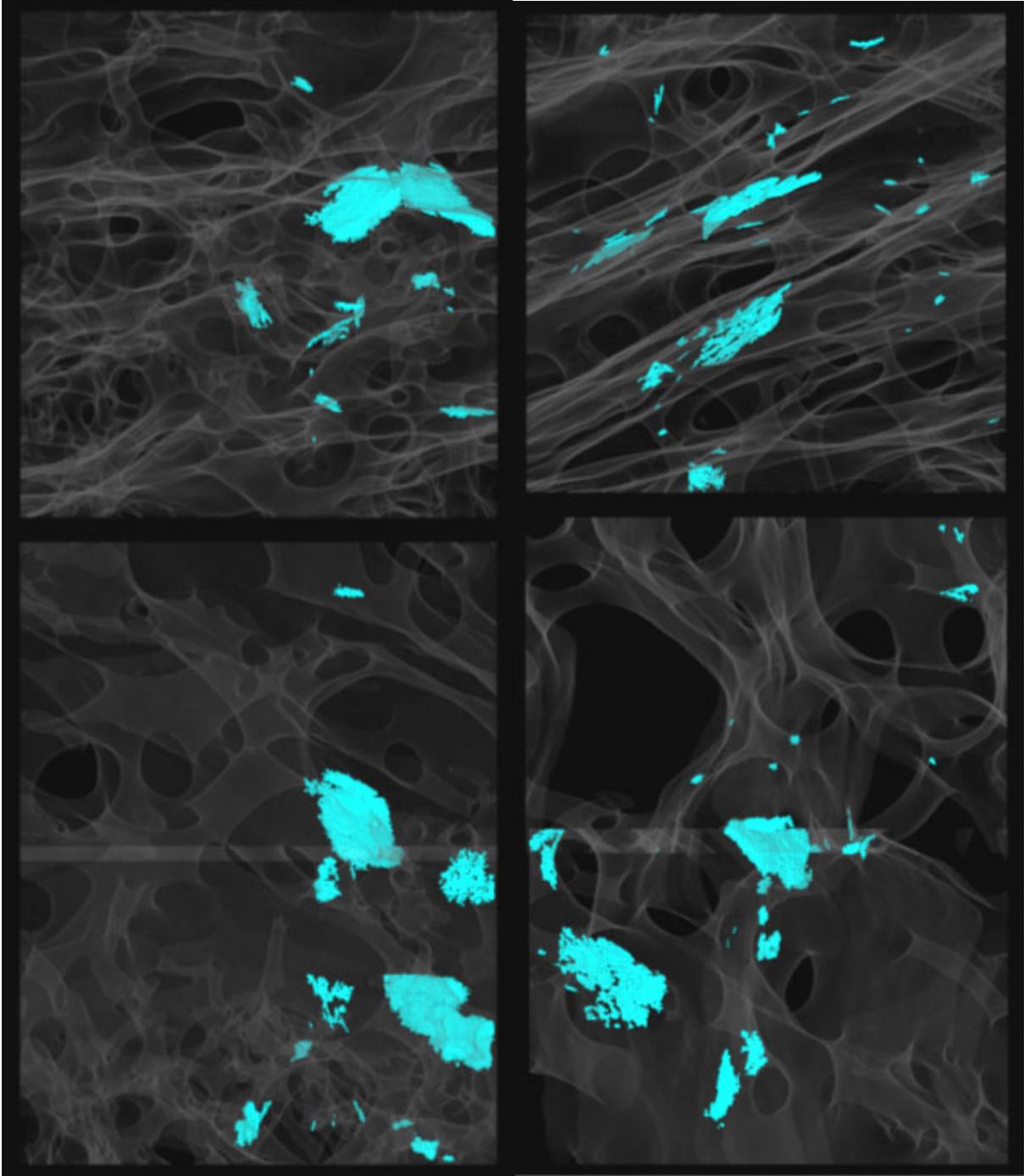
Tableau 6.3: Statistique de l'endommagement des échantillons observés



S1

S2

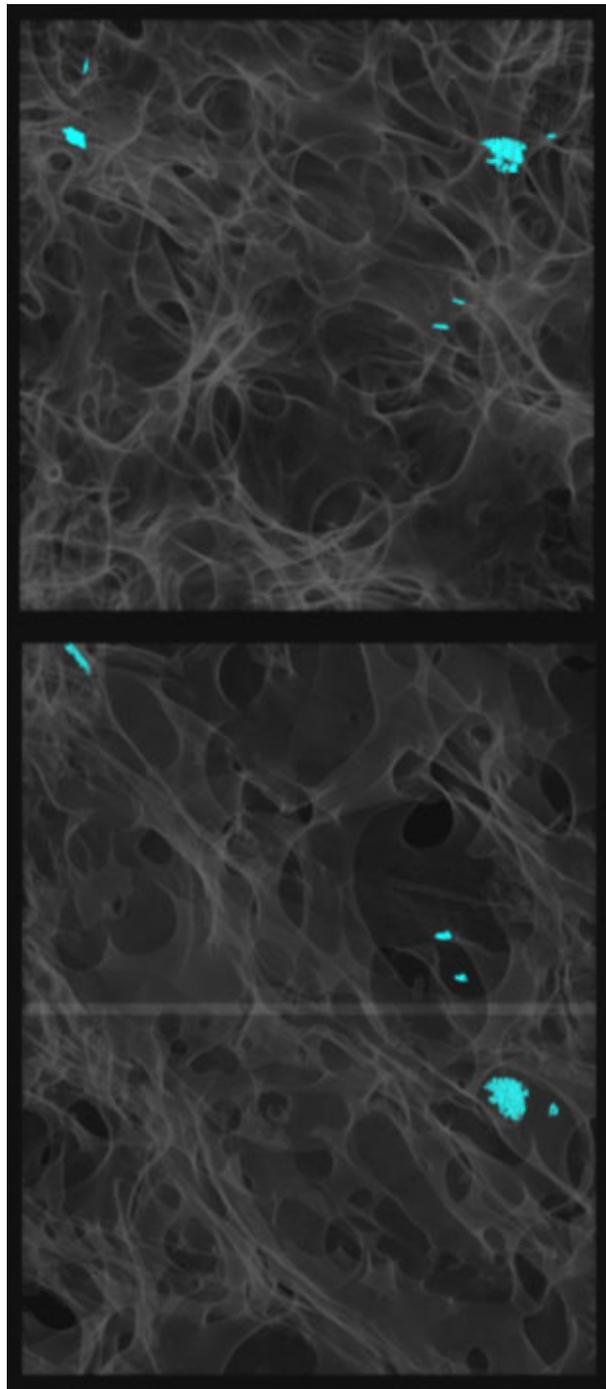
Figure 6.3 Rendu 3D des microfissures des échantillons S1 et S2. Vue de dessus (en haut) et de face (en bas)



S3

S4

Figure 6.4 Rendu 3D des microfissures des échantillons S3 et S4. Vue de dessus (en haut) et de face (en bas)



S5

Figure 6.5 Rendu 3D des microfissures de l' échantillon S5. Vue de dessus (en haut) et de face (en bas)

3. Étude de l'endommagement dans les échantillons

3.1. Introduction

Dans cette partie, nous nous intéressons aux mesures des microdommages dans les échantillons d'une manière globale, afin par exemple de faire ressortir des différences entre les échantillons ayant subi différents régimes de fatigue.

Les paramètres considérés seront donc la densité de microfissures (Cr.Dn), leur densité en volume (Cr.V.Dn) ainsi que le volume moyen de toutes les microfissures de l'échantillon (Cr.V mean). A ce stade, il n'apparaît pas nécessaire de considérer des paramètres plus fins tels que la longueur ou le rapport de forme. En plus de ces paramètres, la proportion de tissu osseux BVTV sera aussi étudié afin notamment d'étudier les liens entre ce paramètre et les paramètres de l'endommagement.

3.2. Impact de la contrainte et de l'origine (patient)

3.2.1. Analyse des valeurs moyennes par groupe

Le Tableau 6.4, le Tableau 6.5 et le

Tableau 6.6 donnent respectivement les valeur moyennes de la densité, de la densité volumique, et du volume moyen des microfissures en fonction de l'origine de l'échantillon (patient, lignes) et de la contrainte qu'il a subi (colonnes) , ainsi que les moyennes par patient et par contrainte.

Cr.Dn	Témoin	Régime 1	Régime 5	Régime 10	moyenne
Patient 3	13,14			10,22	11,68
Patient 4	4,20	3,56	1,32		3,03
Patient 5	3,96	1,49			2,73
Patient 6	1,95			0,45	1,20
moyenne	5,81	2,53	1,32	5,34	

Tableau 6.4 Valeur moyennes de Cr.Dn(en mm^{-3}) pour les échantillons d'un même groupe, d'un même patient(colonne), ou ayant subit la même contrainte(ligne)

Cr.V.Dn	Témoin	Régime 1	Régime 5	Régime 10	moyenne
Patient 3	8,91E-03			5,52E-03	7,22E-03
Patient 4	5,35E-03	2,99E-03	1,27E-03		3,20E-03
Patient 5	2,33E-03	7,69E-04			1,55E-03
Patient 6	9,07E-03			1,21E-04	4,60E-03
moyenne	6,41E-03	1,88E-03	1,27E-03	2,82E-03	

Tableau 6.5 Valeur moyennes de Cr.V Dn (%) pour les échantillons d'un même groupe, d'un même patient(colonne), ou ayant subit la même contrainte(ligne)

Cr.V mean	Témoïn	Régime 1	Régime 5	Régime 10	moyenne
Patient 3	5,60E+04			2,06E+04	38289,49
Patient 4	2,89E+04	3,70E+04	5,15E+04		39173,70
Patient 5	1,63E+04	1,38E+04			15032,49
Patient 6	6,88E+04			7,49E+03	38128,17
moyenne	42494,82	25393,00	51544,76	14055,69	

Tableau 6.6 Valeur moyennes de Cr.V mean (μm^3) pour les échantillons d'un même groupe, d'un même patient (colonne), ou ayant subit la même contrainte(ligne)

De prime abord, il semble difficile d'expliquer les effets de la contrainte appliquée aux échantillons. Vis-à-vis de la variabilité entre patients, il ne semble pas pertinent de comparer les valeurs de groupes d'échantillons ne provenant pas du même patient mais ayant subit la même contrainte. La seule tendance qui se détache finalement est que les échantillons non contraints semblent être plus endommagés que les échantillons contraints, avec une plus grande densité de microfissures de plus gros volumes.

En ce qui concerne la moyenne par patient, il apparaît que les échantillons du patient 3 sont beaucoup plus endommagés que les échantillons des patients 4, 5 et 6, avec une densité et une densité volumique moyennes plus importantes que les autres échantillons. Pour les autres patients, les différents paramètres se contredisent. En effet, tandis que la densité de fissures moyenne du patient est plus faible que celles des patients 4 et 5, sa densité volumique est plus importante que celle de ces deux derniers. De manière surprenante, ceci n'est pas expliqué par le volume moyen des fissures, puisque pour ce paramètre la valeur moyenne pour les échantillons du patient 4 est plus importante que celle du patient 6. Une explication de ces incohérences est à chercher là encore au niveau de la variabilité des valeurs selon les groupes. Si les valeurs moyennes par groupe des paramètres des échantillons du patient 4 ayant subit différentes contraintes sont du même ordre de grandeur, ce n'est pas du tout le cas pour ceux du patient 6, dont un groupe présente des valeurs très supérieures au deuxième.

3.2.2. Évaluation de la pertinence des valeurs moyennes par groupe

Afin d'étayer les observations faites au paragraphe précédent, nous avons effectué une analyse statistique ANOVA à partir des valeurs de ces paramètres pour chacun des échantillons appartenant à chaque groupe qui sont rassemblées dans le Tableau 6.7.

Echantillon(num)	Echantillon(ref)	patient	groupe	Cr.Dn	Cr.V.Dn	Cr.V mean
1	huc32	3	10	4,49	5,67E-03	2,89E+04
2	huc33	3	10	5,05	5,62E-03	3,13E+04
3	huc35	3	10	21,75	5,25E-03	1,62E+04
4	hunc36	3	0	33,69	1,82E-02	6,42E+04
5	hunc35	3	0	1,31	7,78E-04	1,79E+04
6	hunc34	3	0	8,25	1,15E-02	2,50E+04
7	huc46	4	5	0,11	1,72E+02	1,52E+03
8	huc48	4	5	3,98	3,95E-03	5,33E+04
9	huc47	4	5	0,00	0,00E+00	
10	huc43	4	1	4,97	5,84E-03	5,88E+04
11	huc44	4	1	1,25	8,72E-04	2,02E+04
12	huc45	4	1	7,58	3,50E-03	1,38E+04
13	hunc43	4	0	10,72	1,64E-02	3,85E+04
14	hunc44	4	0	7,35	6,73E-03	1,57E+04
15	hunc41	4	0	0,00	0,00E+00	
16	huc51	5	1	2,01	7,73E-04	8,28E+03
17	huc52	5	1	0,15	6,31E-04	4,19E+04
18	huc53	5	1	2,97	1,20E-03	1,50E+04
19	hunc51	5	0	11,03	3,15E-03	1,47E+04
20	hunc53	5	0	5,23	9,16E-03	2,21E+04
21	hunc54	5	0	1,02	7,45E-04	1,86E+04
22	huc61	6	10	2,14	5,76E-04	7,49E+03
23	huc62	6	10	0,00	0,00E+00	
24	huc63	6	10	0,00	0,00E+00	
25	hunc63	6	0	4,47	2,79E-02	9,27E+04
26	hunc64	6	0	4,20	3,75E-03	1,22E+04
27	hunc61	6	0	0,00	0,00E+00	

Tableau 6.7 Valeurs des paramètres de l'endommagement global pour les échantillons étudiés.

L'analyse en ANOVA permet d'évaluer la pertinence des comparaisons entre les valeurs moyennes de paramètres calculées sur plusieurs échantillons appartenant à différents groupes. À partir d'un calcul basé sur la variance intra- et inter- groupes, la « probabilité d'hypothèse nulle » est calculée. Si sa valeur est proche de 0 (typiquement < 0.001 ou 0.001), alors la séparation des échantillons en plusieurs groupe est pertinente. Sinon, la variabilité du paramètre des échantillons du même groupe est trop importante pour pouvoir raisonner sur les groupes. Deux exemples sont donnés dans le Tableau 6.8. Dans le premier cas, il n'est pas pertinent de raisonner sur la différence de valeur moyenne : on a $\text{Pr} > 0.1$. Dans le second cas, la variabilité du paramètre est faible devant la différence de valeur moyenne des groupes. Leur comparaison est donc pertinente et on a $\text{Pr} < 0.01$.

Une analyse ANOVA a été faite indépendamment pour chaque patient et pour chaque paramètre. Les résultats sont compilés dans le Tableau 6.9 (par rapport au patient) et Tableau 6.10 (par rapport à la contrainte).

	groupe 1	groupe2
E1	1	2
E2	5	4
E3	8	10
Moyenne	4,66	5,33

P=0,84

	groupe 1	groupe2
E1	1,1	3,2
E2	1,5	4,5
E3	0,8	4,1
Moyenne	1,13	3,93

P=0,0029

Tableau 6.8 Exemple de distribution pour lequel la séparation en groupe est pertinente (en bas) ou non pertinente (en haut) et les valeurs correspondante de la « probabilité d'hypothèse nulle » fournie par l'analyse ANOVA.

P	BTV	CrDn	CrVDn	CrVMoy
patient 3	0,82	0,74	0,41	0,53
patient 4	0,11	0,38	0,36	0,77
patient 5	0,58	0,25	0,23	0,76
patient 6	0,56	0,24	0,3	0,32

Tableau 6.9 Analyse ANOVA par patient pour chaque paramètre (indépendamment de la contrainte)

P	BTV	CrDn	CrVDn	CrVMoy
contrainte 0	0,25	0,5	0,86	0,8
contrainte 1	0,52	0,22	0,15	0,62
contrainte10	0,0002	0,16	0,000021	0,012

Tableau 6.10 Analyse ANOVA par contrainte pour chaque paramètre (indépendamment du patient)

Dans l'ensemble, les valeurs du facteur p sont supérieures à 0.1. Ceci signifie qu'au regard de la variance des paramètres au sein même des groupes, il n'est pas pertinent de raisonner sur les moyennes de ces paramètres, c'est-à-dire à partir des tableaux Tableau 6.4, Tableau 6.5 et Tableau 6.6.

En conclusion, les différences d'endommagement entre les échantillons provenant ou non de patients différents et les différences de réponse des échantillons aux contraintes mécaniques appliquées pendant la préparation sont telles qu'il n'est pas raisonnable de tirer quelque conclusion concernant l'effet des contraintes mécaniques sur l'endommagement des échantillons. Au contraire, il devient intéressant d'étudier précisément ses variations et leurs causes potentielles.

3.3.Représentativité des mesures de l'endommagement des échantillons

Les différences entre groupes n'étant pas significatives, il convient de s'intéresser à l'échelle inférieure afin de s'assurer que les différences de valeurs de paramètres entre échantillon est significative, par rapport à la variance des paramètres au sein même des échantillons. À cet effet, nous avons scindé les images de nos échantillons selon l'axe vertical en 10 sous volumes de même taille (2.8x2.8x0.36mm) et nous avons effectué des analyses ANOVA identiques à celles décrites précédemment, mais en considérant la variabilité entre sous-volumes par rapport à la variabilité entre échantillons, et ce pour tous les échantillons appartenant au même patient.

Les résultats sont compilés dans le Tableau 6.11.

P	BTVV	Cr.Dn	Cr.V.Dn	Cr.V.mean
patient 3	0,00014	4,5E-11	0,000065	0,0034
patient 4	1,1E-13	0,00068	0,008	0,0063
patient 5	1,6E-15	0,00024	0,00082	0,02
patient 6	8,5E-08	0,01	0,000012	0,0049

Tableau 6.11 Analyse ANOVA de la variabilité inter et intra échantillons par patient pour chaque paramètre.

Contrairement aux résultats précédents, les valeurs de la probabilité d'hypothèse nulle sont cette fois très faible, avec des différences significatives (entre 0.01 et 1.6E-15) qu'il est difficile d'interpréter.

Ces résultats montrent donc que les différences entre échantillons sont significatives par rapport aux différences entre les sous volumes. En d'autres mots, les différences observées entre échantillons ne sont pas dues à la distribution des microdommages dans un volume

entourant l'échantillon et de taille équivalente mais traduisent bien le fait que l'environnement dont sont extraits les échantillons peut être endommagé ou non.

Pour autant, cela ne veut pas dire que les microfissures sont réparties de façon homogène dans les échantillons, comme le montre le Tableau 6.12 présentant le coefficient de variation (calculé comme le rapport entre l'écart type et la moyenne) des paramètres calculés sur chaque sous volumes des échantillons du patient 3.

De plus, les remarques faites au paragraphe 2.4 concernant la variabilité des résultats selon la localisation de l'échantillon dans le fémur restent valables.

C.Var	huc32	huc33	huc36	hunc36	hunc35	hunc34
BTVV	0,13	0,21	0,21	0,09	0,23	0,40
Cr.Dn	0,93	1,03	1,54	0,40	1,73	0,92
Cr.V.Dn	1,26	0,85	1,63	1,15	1,66	0,77
Cr.V.moy	0,84	1,14	1,5	0,89	1,73	0,73

Tableau 6.12 Coefficient de variation (écart type/moyenne) des paramètres calculés sur les sous volumes des échantillons du patient 3.

3.4. Étude de la corrélation entre microendommagement et porosité

De prime abord, il paraît raisonnable de faire l'hypothèse que les microdommages apparaissent en priorité dans les zones de plus grande porosité, les contraintes mécaniques s'exerçant alors sur un volume d'os moins important. On pourrait aussi penser que l'apparition de microdommages est due à une trop faible épaisseur des travées ou à une porosité locale trop grande.

Grâce au champ de vue de nos images fournissant à la fois des informations sur la microarchitecture et sur les microdommages sur un volume représentatif, il nous est possible d'amener des éléments de réponses à cette question. Nous ne considérerons plus ici les densités et les densités volumique Cr.N et Cr.V.Dn, puisque elles sont implicitement corrélées à BTVV. À la place, nous étudierons les liens entre BTVV et Cr.N (nombre de microfissures) et le Cr.V mean (volume moyen).

La Figure 6.6 montre la distribution de Cr.N, et Cr.V mean par rapport à BTVV pour chaque échantillon et la Figure 6.7 montre les distributions de Cr.N, et Cr.V.mean de chaque ROI en fonction de BTVV. De part la petite taille des ROI, nous pouvons considérer que les valeurs calculées à l'échelle des ROIs donnent une bonne approximation des valeurs locales des différents paramètres.

Apparemment, aucune corrélation franche n'existe entre le BVTV (global ou local) et le nombre ou le volume moyen des microfissures. En conséquence, la seule conclusion possible à ce stade est que le lien entre un faible BVTV et la présence de microfissures n'est pas établi, ce qui est de manière générale admis par la communauté. Une explication à ces disparités et à ce manque de corrélation pourrait être cherchée dans les variations d'autres paramètres (par exemple orientation des contraintes par rapport à la direction des travées, position de l'échantillon dans la tête de fémur, morphologie des fissures).

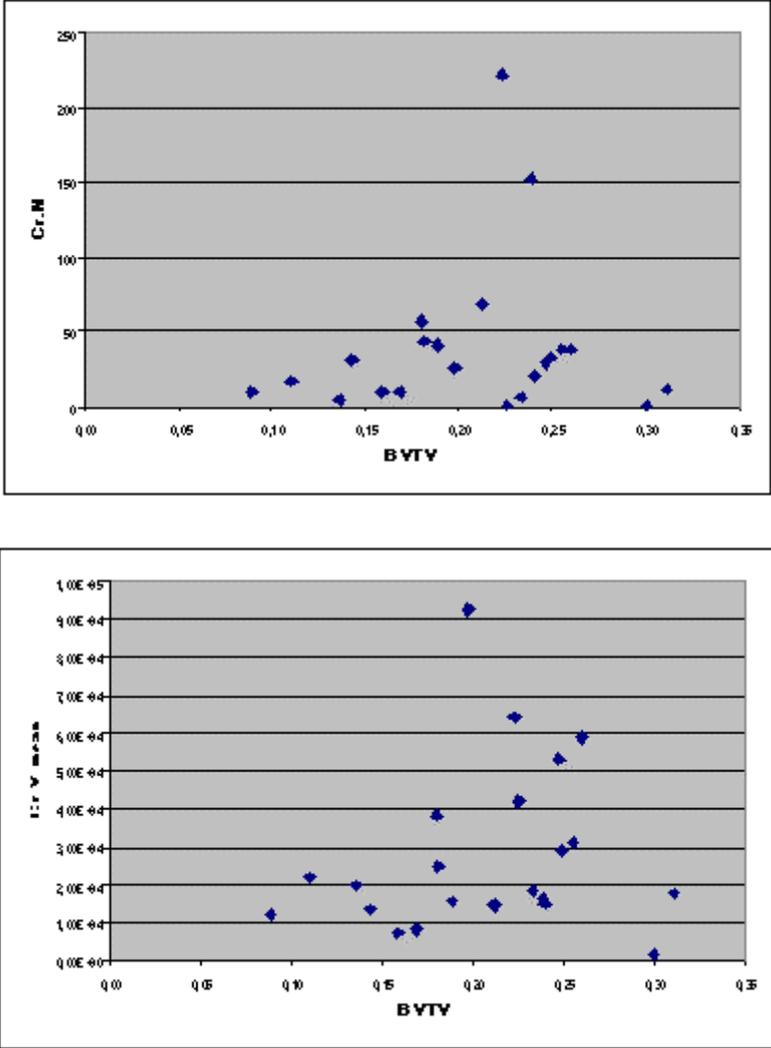


Figure 6.6 Distribution de Cr.N, et Cr.V mean par rapport à BVTV pour les échantillons

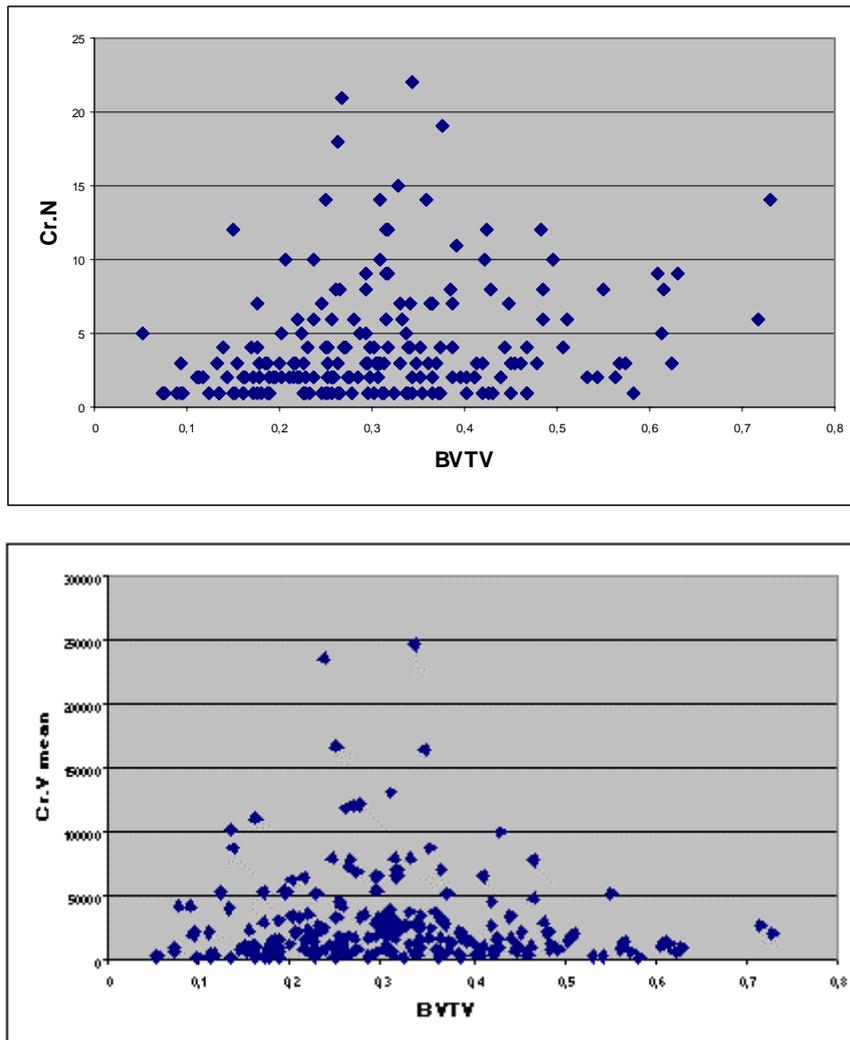


Figure 6.7 Distribution de $Cr.N$, et $Cr.V$ mean par rapport à $BTVV$ pour les ROIs

3.5. Conclusion

De part le grand nombre de paramètres interagissant simultanément et définissant les propriétés du tissu osseux, l'analyse des données obtenues se révèle délicate. Au niveau des groupes, nous avons montré d'une part qu'il est difficile de faire ressortir des différences entre les valeurs des paramètres, mais surtout que de part la variabilité entre échantillons du même groupe, il ne serait pas raisonnable de tirer aucune conclusion quand à l'impact du régime de contrainte sur l'endommagement des échantillons. Au contraire, nous avons montré que bien que les microfissures ne sont pas réparties de manière homogène au sein des échantillons, les valeurs des paramètres sur les échantillons sont significatives. En conclusion, il serait possible d'obtenir des données permettant d'affirmer ou infirmer une hypothèse concernant le microendommagement du tissu osseux à partir des échantillons semblables à ceux utilisés ici,

mais à condition d'apporter un plus grand soin à leur préparation, à leur caractérisation ainsi qu'à la constitution de groupes significatifs.

Quoiqu'il en soit, les données récoltées sur les microfissures de l'ensemble de nos échantillons indiquent qu'il n'est pas évident que les microfissures apparaissent en priorité dans les régions contenant une proportion inférieure de tissus osseux, que ce soit à une échelle locale (ROIs) ou globale (échantillons)

4. Analyse morphologique des microfissures dans nos échantillons

4.1.Introduction

Dans ce paragraphe, les microfissures sont considérées indépendamment les unes des autres, sans distinction entre les échantillons ni des groupes. Au total, ce sont les paramètres morphologiques de 770 fissures qui ont donc été compilés et analysés.

De part le nombre et la diversité des échantillons dont ont été extraites les microfissures, et de part la variabilité des caractéristiques des échantillons et de leur microendommagement (densité, volume moyen, etc), nous pouvons considérer ici que les microfissures étudiées ont une valeur statistique de représentativité par rapport aux phénomènes de microendommagement en général.

4.2.Distribution de valeurs mesurées

La Figure 6.8 présente les histogrammes de Cr.V, Cr.Le, Cr.W, L3 et Cr.Ep, Cr.Le/Cr.W, Cr.Le/L3 et Cr.W/L3, et le Tableau 6.13 présente les moyennes, écart-type et coefficients de variations de ces mêmes paramètres.

Pour le volume (Cr.V) et l'épaisseur (Cr.Ep) la fréquence décroît de manière exponentielle. L'aspect de la distribution du volume des microfissures pour des valeurs supérieures à $15000\mu\text{m}^3$ indique que passer ce seuil la distribution du volume des microfissures est homogène. Pour la longueur (Cr.Le) et la largeur (Cr.W) et leur rapport (Cr.Le/Cr.W), on constate la présence d'un maximum ($\sim 70\mu\text{m}$ pour Cr.Le, $\sim 40\mu\text{m}$ pour Cr.W et ~ 1.4 pour Cr.Le/Cr.W) puis une décroissance de type linéaire. Si l'on suppose une certaine corrélation entre le volume, la longueur et la largeur des microfissures, on peut considérer que la variation exponentielle du volume est le fruit de la combinaison des variations linéaires de Cr.Le et Cr.W. Enfin, pour Cr.W/Cr.L3 qui apporte une information sur la linéarité de la fissure, on constate une distribution relativement croissante.

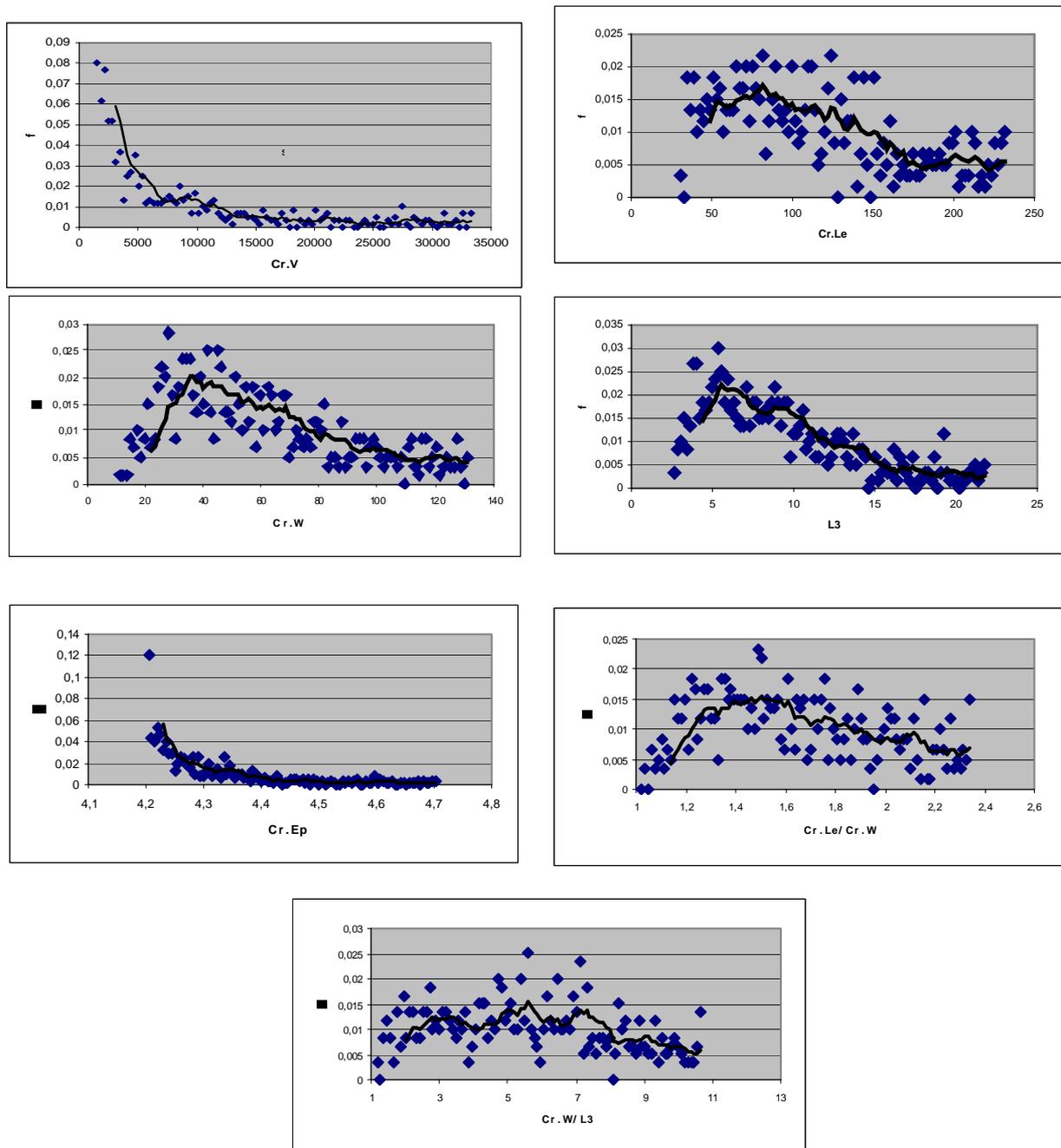


Figure 6.8 Histogramme (points réels et trendline(moyenne glissante)) des distributions de Cr.V, Cr.Le, Cr.W, Cr.L3, Cr.Ep, Cr.Le/Cr.W et Cr.W/Cr.L3

	Cr.V	Cr.Le	Cr.W	Cr.L3	Cr.Ep	Cr.Le/Cr.W	Cr.Le/Cr.L3	Cr.W/Cr.L3
average	39050,96	168,2	92,0	16,2	4,51	2,05	13,4	7,4
std	140858,7	145,6	83,0	19,0	0,6	1,07	7,5	4,6
cvar	3,60	0,86	0,90	1,16	0,14	0,52	0,56	0,61

Tableau 6.13 Moyenne, écart type et coefficient de variation de Cr.V, Cr.Le, Cr.W, Cr.L3, Cr.Ep, Cr.Le/Cr.W, Cr.Le/Cr.L3 et Cr.W/Cr.L3

Les données du Tableau 6.13 donnent des valeurs moyennes pour Cr.V, Cr.Le. et Cr.W d'environ $39000\mu\text{m}^3$, $169\mu\text{m}$ et $92\mu\text{m}$. La grande variabilité de la taille des microfissures est encore une fois confirmée, avec des coefficients de variation compris entre 0.52 et 3.60 (épaisseur exclue).

La Figure 6.9 montre la distribution de Cr.V par rapport à Cr.Le et Cr.W. Effectivement, on constate une certaine corrélation entre ces paramètres, ce qui n'est pas surprenant. Pourtant, on remarquera bien que cette corrélation n'est pas parfaite et que la variabilité de Cr.V pour un Cr.W ou un Cr.Le donné est grande (cf. paragraphe suivant).

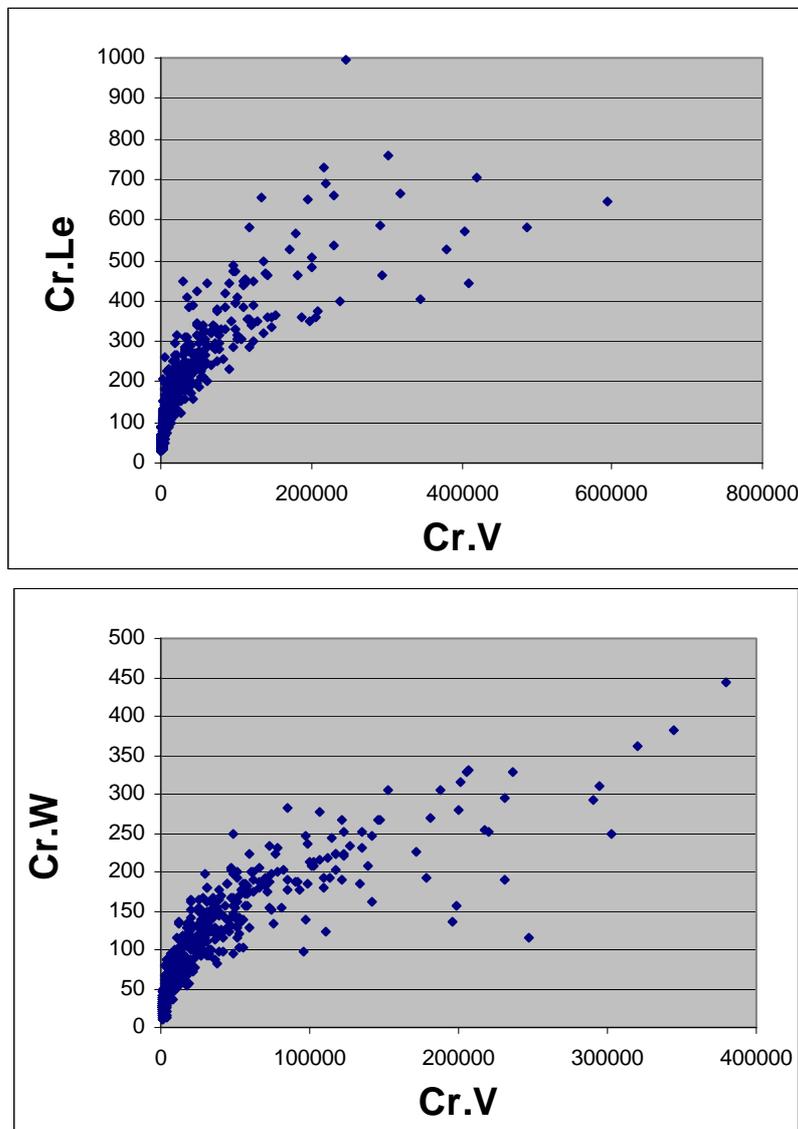


Figure 6.9 Distribution de Cr.V par rapport à CrLe et Cr.W

La figure 6.10 présente les distributions de Cr.W et Cr.Le/Cr.W par rapport à Cr.Le. L'aspect du nuage de point sur le premier graphique pourrait laisser penser qu'une certaine corrélation existe entre ces deux paramètres. Une telle corrélation est en fait artificielle et est due à la modélisation par des ellipsoïdes. Par exemple, on ne trouve aucun point au dessus de courbe (en noir) d'équation $y=x$. En effet, la modélisation ne permet pas que la longueur soit supérieure à la largeur. Si par contre on normalise les valeurs de Cr.W par Cr.Le (cf. Figure 6.10, en bas), aucune corrélation n'apparaît.

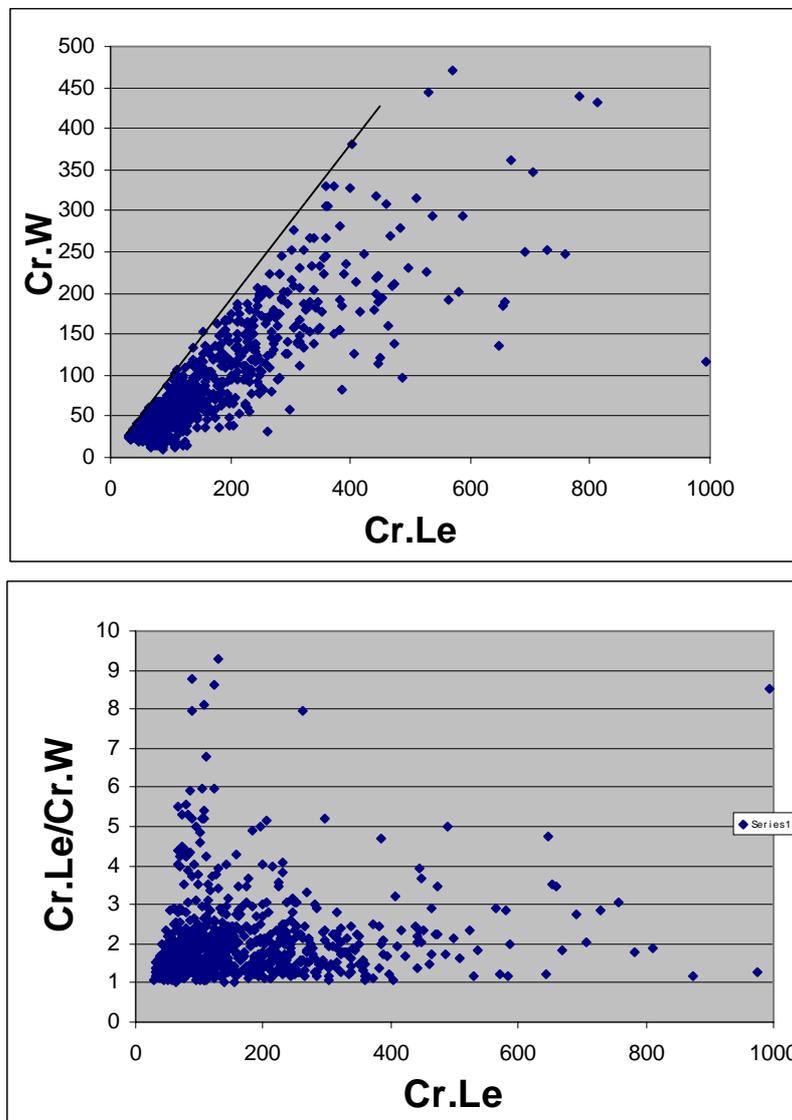


Figure 6.10 Distribution de Cr.W et Cr.Le/Cr.W par rapport à Cr.Le

4.3. Conclusion

Les informations que nous venons de voir sont difficiles à interpréter. Sans une compréhension plus complète des mécanismes des microdommages que celle dont nous disposons aujourd'hui, comment donner un sens aux distributions observées ? Par contre, de telles données pourraient se révéler très utiles dans le futur pour vérifier ou infirmer des hypothèses sur les mécanismes du microendommagement.

Cependant, un point important est à retenir. Nous avons vu dans un premier temps qu'il existe une corrélation entre le volume et la longueur et la largeur des microfissures, mais que les distributions du volume par rapport à la longueur et à la largeur sont très variables. Dans un second temps, nous avons constaté qu'il n'existe pas (ou très peu) de corrélation entre les longueurs et largeurs des microfissures.

Ceci montre bien qu'une seule mesure des microfissures (comme ce qui est pratiqué lors des études utilisant les techniques microscopiques) ne permet pas de décrire complètement et de manière satisfaisante la morphologie de la fissure. Quand bien même cette mesure serait parfaite, une grande partie de l'information est perdue.

Dans la suite de ce chapitre, nous étudions l'erreur induite par les mesures 2D à partir de simulations faite sur nos images 3D.

5. Simulation et évaluation du biais des approches 2D

5.1. Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, les approches 2D sont biaisées par nature et peuvent mener par exemple à une sur- ou sous-évaluation de la densité de microfissures et à une erreur importante sur la mesure de leurs longueurs. D'autre part, les mesures effectuées par des approches 2D et 3D ne sont souvent pas de même nature. Par exemple, la densité s'exprime en mm^{-3} en 3D et en mm^{-2} en 2D. Dès lors, il devient impossible de comparer les résultats obtenus sur nos échantillons des résultats que l'on peut trouver dans la littérature.

Dans cette partie, des paramètres mesurés en 2D et en 3D seront extraits des mêmes échantillons et analysés. Ces résultats permettront de mettre en lumière le biais des approches 2D et de mieux en comprendre les causes. Cependant, l'obtention de paramètres 2D et 3D sur

les mêmes échantillons et les mêmes fissures n'est pas directe. Nous présentons dans la partie suivante une simulation de mesures 2D sur des coupes à partir de nos images 3D.

5.2. Mode opératoire

Afin de simuler les mesures de coupes histologiques, des images coupes virtuelles ont été calculées par moyennage selon l'axe z des niveaux de gris de cinq coupes microtomographiques consécutives, et ce toutes les 128 coupes. Cela est équivalent à extraire des coupes de $7\mu\text{m}$ espacées de $180\mu\text{m}$. L'épaisseur des coupes virtuelles a été choisie de sorte à prendre en compte l'épaisseur des coupes histologiques (généralement de l'ordre de quelques dizaines de microns), l'effet de focus et la limite de pénétration de la lumière. Quoiqu'il en soit, le but n'est pas ici de reproduire exactement les méthodes d'observations microscopiques.

Le calcul de la proportion d'os (notée BVTV2D) a été fait comme en 3D en comptant le nombre de voxel du masque. Les microfissures ont été repérées et mesurées manuellement dans les coupes virtuelles, donnant accès au nombre de microfissures dans l'échantillon (noté Cr.N 2D), à la densité de microfissures (noté Cr.Dn 2D) et à la longueur moyenne et à l'écart type des microfissures (noté Cr.Le 2D mean et Cr.Le 2D std).

Ces paramètres seront comparés avec la proportion d'os en 3D (BV), le nombre de microfissures et leur densité (Cr.N et Cr.Dn) ainsi que leur longueur et largeur (moyenne et écart-type, noté Cr.Le mean, Cr.Le std, Cr.W mean, Cr.W std).

5.3. Résultat

Sample		S1	S2	S3	S4	S5
Echantillon (référence)		hunc34	hunc44	hunc63	hunc43	hunc53
BTVV		0.22	0.19	0.16	0.20	0.12
BTVV 2D		0,20	0,19	0,20	0,16	0,10
Cr.N	(#)	14	14	18	28	7
Cr.N 2D	(#)	10	7	8	19	4
Cr.Dn	(#.mm-3)	3,42	4,1	4,91	9,44	3,11
Cr.Dn 2D	(#.mm-2)	0.76	0.55	0.60	1.83	0.58
Cr.Le mean	(μm)	206,57	182,92	204,94	208,84	164,14
Cr.Le std	(μm)	124,43	57,5	140,65	152,01	90,92
Cr.W mean	(μm)	111	99,84	119,77	117,57	95,57
Cr.W std	(μm)	71,19	36,17	91,29	87,43	66,73
Cr.Le 2D mean	(μm)	220.5	130.8	225.23	238.15	143.15
Cr.Le 2D std	(μm)	101.88	51.20	135.36	134.03	19.45

Tableau 6.14 Mesures 3D et mesures 2D simulées sur 5 échantillons.

Cette étude a été réalisée sur les 5 échantillons dont les microfissures ont été étudiées en détail au début de ce chapitre. Les résultats obtenus sont donnés dans le Tableau 6.14. En premier lieu, on remarque que les proportions d'os en 2D et 3D sont du même ordre de grandeur, avec cependant des différences significatives (jusqu'à 20%). Pour la densité de microfissures, les valeurs mesurées en 2D s'échelonnent entre 0.55 et 1.83mm^{-2} , ce qui est conforme avec les valeurs trouvées dans la littérature [Moore '02, Reilly '00, Taylor '07]. Pour les mêmes échantillons, ces valeurs sont en 3D de 3.11mm^{-3} à 9.44mm^{-3} . De manière générale, les tendances générales sont respectées. Ainsi, les densités de l'échantillon 4 sont bien supérieures aux autres, que ce soit en 2D ou en 3D. Cependant, une comparaison précise des valeurs fait ressortir des incohérences. En 2D, la densité de microfissure de l'échantillon 3 est équivalente à celle de l'échantillon 5 et significativement plus faible que celle de l'échantillon 1 (~25%). En 3D, la densité de microfissures de l'échantillon 3 est beaucoup plus importante que pour les deux autres (~40%). De fait, la valeur de la densité de microfissure mesurée en 2D de l'échantillon 3 est soit sous-évaluée pour le patient 3, soit sur-évaluée pour le patient 1.

Une explication probable est que l'échantillon 1 contient une ou des microfissures de grande taille ayant été comptées plusieurs fois, ou inversement que l'échantillon 3 contient des fissures de petite taille qui n'ont pas été comptées puisque n'apparaissant sur aucune coupe. Dans les deux cas, on voit bien ici l'impact important de l'échantillonnage sur les valeurs de densité de microfissures. Sur les rendus 3D des échantillons entiers du paragraphe 2.4, nous avons constaté que les microfissures de l'échantillon 1 sont réparties de manière homogène tandis que les microfissures de l'échantillon 3 sont concentrées dans la partie inférieure. Cet aspect peut être lui aussi un facteur de sur- ou sous-évaluation de la densité. Finalement, une comparaison sur les nombres de microfissures montre que la différence du nombre de microfissures détectées en 2D et en 3D est de 4 pour l'échantillon 1 (soit 40% de plus) et de 10 pour l'échantillon 3 (soit 125% de plus). Les incohérences proviendraient donc *a priori* dans ce cas d'une sous-évaluation de la densité 2D de l'échantillon 3.

L'erreur due à l'échantillonnage touche aussi les mesures de longueur. La longueur moyenne des microfissures mesurée sur les coupes simulées des échantillons 1, 3 et 4 est plus importante que la longueur (et a fortiori que la largeur) moyenne mesurée en 3D. Cette constatation laisse penser que les fissures qui n'ont pas été prises en compte lors des mesures

2D sont celles de plus petites tailles, précisément celles dont la taille est très inférieure à la distance entre deux coupes histologiques virtuelles.

Au contraire, les longueurs moyennes mesurées en 2D des échantillons 2 et 5 sont comprises entre la longueur et la largeur moyenne mesurées en 3D, ce qui paraît conforme. Cependant, on observe tout de même une différence entre le nombre de microfissures détectées par les approches 2D et 3D. Ceci montre la très forte dépendance des mesures 2D vis-à-vis de la morphologie et surtout de l'orientation des microfissures.

5.4. Conclusion

De ces simulations, il apparaît que les mesures faites par des approches 2D peuvent contenir des erreurs importantes. Le nombre, la densité et la taille des microfissures peuvent être sur- ou sous-évalués du fait de l'échantillonnage des mesures 2D. Cependant, il est difficile de déterminer précisément l'amplitude des erreurs et leurs causes précises, et à plus forte raison de trouver un moyen de les corriger comme la méthode statistique proposée par Taylor [Taylor '98]. Une fois de plus, ces simulations montrent l'intérêt de l'observation et de la quantification 3D des microfissures.

6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue différentes applications de la technique d'imagerie que nous avons développé.

À partir des images acquises puis segmentées, il est possible d'observer en 3D et avec une précision micrométrique des microfissures de différents types et le microendommagement au sein des échantillons. Ces observations peuvent permettre de mieux comprendre les phénomènes de microendommagement en présentant les microfissures dans leur environnement (lacunes, microarchitecture des travées osseuses).

Par l'analyse des données quantitatives extraites des échantillons et des microfissures sur 4 niveaux, depuis le groupe d'échantillons jusqu'à la microfissure seule, différents types d'études peuvent être menées.

Nous avons dans un premier temps mené une analyse sur les différents groupes d'échantillons afin d'évaluer l'impact des régimes de contrainte mécanique appliqués durant leur préparation. Malheureusement, nous avons découvert qu'une telle analyse « par groupe » n'est pas pertinente au sens statistique.

Par la suite, nous nous sommes intéressé à la distribution des microfissures dans chaque échantillon, et notamment à une potentielle corrélation entre la fraction osseuse et la densité et le volume moyen des microfissures. Sur nos données, nous n'avons constaté aucune corrélation significative, que ce soit à l'échelle de l'échantillon entier (globale) ou à l'échelle de ROIs (locale).

À une échelle encore plus basse, nous avons étudié les différents paramètres morphologiques des microfissures (volume, longueur, largeur, épaisseur) considérées séparément. Après avoir observé leur distribution, nous avons cherché des corrélations entre ces paramètres. Si il apparaît que le volume des microfissures est corrélé avec leur longueur et leur largeur, on constate une certaine variabilité. De plus, l'absence de corrélation entre la longueur et la largeur des microfissures confirme qu'une mesure unique de la longueur des microfissures, comme c'est le cas pour les approches 2D traditionnelles, n'est pas satisfaisante.

Par ailleurs, des simulations de mesures 2D à partir de nos images 3D et une analyse comparative des paramètres mesurés ont montré l'amplitude potentielle des erreurs de mesure des approches 2D. La principale cause de ces erreurs est sans doute l'échantillonnage en plusieurs coupes espacées de l'échantillon.

L'étude précise des mécanismes d'endommagement n'est pas l'objectif de ce travail, qui concerne plus le développement et l'exploration des possibilités offertes par une nouvelle technique d'observation et de mesure tridimensionnelles des microfissures. De part les possibilités offertes par cette technique, des analyses semblables à celles que nous avons présentées pourraient être menées sur des échantillons de natures différentes afin par exemple d'étudier un aspect précis du microendommagement du tissu osseux ou les effets de la prise de traitement médicamenteux..

Conclusion

1. Résultats et discussions

Ce travail de thèse a été centré sur le développement et l'étude de la microtomographie synchrotron comme technique d'observation et de quantification de microfissures dans l'os trabéculaire. À ce jour, la méthode développée et appliquée durant cette étude est la seule capable de fournir des rendus 3D et des mesures quantitatives de microfissures dans leur environnement avec une précision micrométrique.

1.1. Imagerie par microtomographie synchrotron d'échantillons d'os trabéculaire humain

En contrepartie de performances exceptionnelles (résolution, qualité des images), l'application de la microtomographie par rayonnement synchrotron à des échantillons biologiques requiert un effort de caractérisation et d'optimisation. Durant cette thèse, l'acquisition des images et la préparation des échantillons ont constitué des problématiques expérimentales à part entière. Les possibilités offertes par le système de microtomographie synchrotron de la ligne ID19 de l'ESRF pour l'imagerie d'échantillons d'os trabéculaire humain ont été explorées, afin notamment de trouver un bon compromis entre le champ de vue et la résolution de nos images. Finalement, il est apparu que des images acquises avec une taille de voxel de $1.4\mu\text{m}$ sont les plus adaptées et permettent d'observer les lacunes ostéocytaires et la microarchitecture osseuse en même temps que les microfissures. Grâce à diverses expériences, nous avons aussi pu montrer d'une part que dans les conditions d'acquisition que nous avons définies il était peu probable que les fissures observées aient été créées par le processus d'imagerie, et d'autre part que des microfissures observées en microscopie par épifluorescence peuvent aussi l'être par microtomographie synchrotron. Cependant, le faible contraste des microfissures dans les images et le bruit et les artefacts

qu'elles contiennent font que des techniques avancées de traitement d'image doivent être utilisées pour procéder à la segmentation des microfissures, étape indispensable à leur analyse quantitative.

1.2. Analyse des images

Des méthodes de débruitage d'image et de détection de structures planaires ont été explorées. Finalement, la meilleure méthode disponible dans la littérature est un détecteur de structures planaires orientable qui s'adapte à la structure locale de l'image. Même si ce filtre montre une grande sensibilité aux microfissures telles qu'elles apparaissent dans nos images, nous avons pu montrer par des expériences et des exemples qu'il ne permettait pas directement la segmentation efficace et automatique des microfissures dans des séries d'images. En intégrant l'information morphologique fournie par ce filtre dans un filtre non-linéaire des niveaux de gris inspiré du filtre bilatéral, nous avons obtenu un traitement débruitant les régions osseuse et augmentant considérablement le contraste des microfissures tout en respectant leur morphologie. Des pré- et post- traitements ont été proposés pour préparer l'image et enlever les artefacts avant ce filtrage, extraire les microfissures et les lacunes des images filtrées, puis enfin séparer les microfissures des lacunes et en extraire des paramètres quantitatifs.

Finalement, la chaîne de traitement que nous avons mise en place montre de bonnes performances. Elle permet la détection, la segmentation et la mesure correcte d'une grande majorité de microfissures dans des séries d'images avec peu d'intervention extérieure, les paramètres ne devant pas ou peu être adaptés.

Néanmoins, des erreurs peuvent intervenir à chaque étape du traitement. Certaines microfissures ne sont pas ou seulement partiellement détectées lors de la segmentation. Lors de l'analyse morphologique, les longueurs et largeurs 3D étant mal définies, les microfissures sont modélisées par des ellipsoïdes. Lorsque la forme des microfissures s'éloigne du modèle, les mesures peuvent être faussées. Enfin, la classification des objets segmentés considère parfois des artefacts comme des microfissures et inversement, ce qui fausse les valeurs moyennes des mesures par échantillon. Toutefois, nous pensons qu'il est raisonnable de considérer que les données quantitatives obtenues restent plus fiables que les mesures effectuées manuellement à partir d'observations microscopiques de coupes histologiques.

Bien que des efforts aient aussi été faits au niveau de la programmation, le principal point négatif de notre technique est la charge et le temps de calcul qu'elle requiert, avec des durées de traitement avoisinant 12h. Toutefois, remarquons que de telles durées sont dues d'une part

à la taille des images traitées (8GigaByte) et d'autre part à la complexité du filtre utilisé qui s'adapte en chaque point à la structure de l'image.

1.3. Application à l'analyse du microendommagement des échantillons

Enfin, disposant des outils adéquats, les images acquises ont pu être analysées. Les rendus 3D synthétisés à partir des images segmentées permettent des observations inédites des microfissures et de leur morphologie. L'intérêt d'un outil d'observation 3D permettant d'étudier les microfissures dans leur environnement proche apparaît alors clairement.

Grâce au volume de tissu osseux imagé relativement important et aux mesures quantitatives, il est possible d'étudier le microendommagement de chaque échantillon, avec par exemple la répartition des microfissures. De plus, les paramètres morphologiques récoltés sur l'ensemble des microfissures détectées montrent une grande variabilité, sans réelle corrélation entre les différents paramètres (longueur, largeur, volume, rapport de forme...). Ces résultats laissent penser que les phénomènes de microendommagement sont complexes, font interagir une multitude de paramètres de différentes natures (mécaniques, biologiques), et ne peuvent être étudiés de manière satisfaisante avec les seules techniques microscopiques traditionnelles. D'ailleurs, des simulations que nous avons effectuées montrent tout à fait l'importance des erreurs pouvant survenir lors de la mesure des microfissures par des approches 3D.

Par nos travaux, nous avons surtout montré les avantages et le potentiel de l'application de la microtomographie synchrotron à l'étude du microendommagement du tissu osseux. Des analyses comparables à celles que nous avons faites sur les données extraites de nos échantillons (observations qualitatives de phénomènes, analyse statistique de paramètres multiples) pourraient être menées et rentrer dans le cadre de réelles études des phénomènes de microendommagement (biomécanique, biologique, etc). Cependant, il existe des limitations à l'utilisation de cette nouvelle technique en routine.

Tout d'abord, l'accès aux systèmes de microtomographie par rayonnement synchrotron reste limité. Il n'en existe qu'une dizaine dans le monde et leur temps d'utilisation doit être partagé avec d'autres sujets de recherche, par exemple la Science des Matériaux. De plus, leur utilisation n'est pas simple et seules des équipes expérimentées peuvent mener à bien l'acquisition des images.

Une fois les images acquises, leur traitement requiert lui aussi une certaine expérience et surtout un temps très important. Leur stockage est aussi un problème majeur, avec la production d'environ 1Tb de données brutes pour 48h d'utilisation de la ligne ID19.

Enfin, l'utilisation de la microtomographie par rayonnement synchrotron implique des contraintes quant au choix et à la préparation des échantillons. Tout d'abord, cette technique ne permet pas (et ne permettra jamais) d'observer des microfissures *in vivo*. De surcroît, la préparation des échantillons doit être adaptée, notamment pour limiter la création de microfissures pendant l'acquisition des images.

Ainsi, il est probable que les techniques d'observation traditionnelles par microscopie seront encore utilisées pendant longtemps et pour une majorité de travaux, la microtomographie synchrotron répondant à des besoins spécifiques.

2. Perspectives

Ces travaux se situent sans nul doute aux commencements de l'application de la microtomographie synchrotron pour l'étude des microfissures du tissu osseux. Si son utilisation reste encore délicate et si un effort important de méthodologie et de validation reste à faire, les possibilités offertes par cette technique sont telles qu'il est très probable qu'elle occupe dans le futur une place de choix parmi les différentes techniques d'évaluation du microendommagement du tissu osseux.

Dans cette optique, nos travaux et nos résultats ont entre autre permis d'identifier des directions prioritaires de développement et d'étude.

En premier lieu, si la méthode de traitement d'image développée se montre satisfaisante, le processus complet depuis l'acquisition jusqu'à l'obtention de rendus 3D et de paramètres quantitatifs reste long et complexe. En tant qu'outils d'observation et de mesures pouvant intervenir lors d'études biomécaniques ou biologiques et donc être utilisés par des non-spécialistes, il est nécessaire que ce processus soit le plus court et le plus optimisé possible. Au niveau du traitement et de l'analyse des images, des optimisations peuvent être menées sur les algorithmes et les programmes utilisés afin d'améliorer leur performances.

Grâce aux tests ayant été menés sur les différentes parties du processus d'imagerie, nous pouvons être confiant quant à la précision des données obtenues. Si des développements devaient être faits à ce niveau là, ils devraient sans doute se concentrer sur l'amélioration des

images acquises. De ce fait, les performances des techniques d'analyse d'images utilisées deviendraient encore plus importantes. Afin d'obtenir de meilleures images, plusieurs pistes sont à explorer : préparation des échantillons, optimisation des paramètres ou limitation du bruit induit par la tomographie locale.

Au niveau des paramètres extraits de nos images, notamment sur la morphologie des microfissures et la microarchitecture, il est clair qu'une fois les travées et les microfissures segmentées, une multitude d'autres informations est disponible. En plus des paramètres connus que nous n'avons pas pu considérer faute de temps (SMI par exemple), il est imaginable de définir d'autres paramètres qui pourraient être d'une grande utilité. Par exemple : épaisseur de la travée à l'emplacement des microfissures, paramètres morphologiques complexes sur les microfissures. En résumé, c'est tout le cadre des études de microfissures à partir d'observations et de mesures 3D qui est à redéfinir.

Concernant les échantillons, nous avons vu dans le chapitre 6 que l'étude des différents groupes et donc de l'effet de la contrainte appliquées aux échantillons n'a pas été possible. De part la complexité et la méconnaissance relativement importante des phénomènes de microendommagement, ainsi que la variabilité constatée de tous les paramètres, il apparaît que dans l'optique d'une étude cherchant à étudier un paramètre précis ou une hypothèse (par exemple effet de la contrainte, de la prise d'un médicament) une attention particulière doit être portée au choix des patients, des échantillons, à la préparation et à la reproductibilité des résultats.

Enfin, en tant que nouvelle technique d'observation, il est important de pouvoir comparer notre technique avec les techniques utilisées ultérieurement. Si des expériences ont été faites dans ce sens là, des prochains travaux devraient se concentrer sur la validation et la caractérisation des résultats (images et paramètres) obtenus avec notre technique. En particulier, la création de microfissures durant la préparation des échantillons et /ou l'acquisition des images est une question centrale de la partie expérimentale. Il sera donc important de faire en sorte et d'apporter la preuve que certaines des microfissures visualisées n'ont pas été créées ex-vivo.

Bibliographie

- [Acton '98] Acton S 1998 Multigrid Anisotropic Diffusion. IEEE Trans. on Image Processing **7**:280-291
- [Aguet '05] Aguet FJ, M. Unser, M. 2005 Three-dimensional feature detection using optimal steerable filters. Proc. ICIP 2005 **2**:1158-61
- [Allen '006] Allen M, Iwata K, Phipps R Burr D 2006 Alterations in canine vertebral bone turnover, microdamage accumulation, and biomechanical properties following 1-year treatment with clinical treatment doses of risedronate or alendronate Bone **39**:872–879.
- [Arlot '08] Arlot Met al. 2008 Microarchitecture influences microdamage accumulation in human vertebral trabecular bone. J Bone Miner Res. **23**:1613-1618
- [Barash '02] Barash D 2002 A fundamental relationship between bilateral filtering and adaptive smoothing and the non-linear diffusion equation. IEEE Trans Patt. Anal. Mach. Intell. **24**:844-847
- [Bedner '84] Bedner J Watt T 1984 Alpha-trimmed means and their relationships to median filters. IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing **32**:145-153
- [Black '98] Black M, Sapiro G, Marimont D Heeger D 1998 Robust Anisotropic Diffusion. IEEE Transactions on Image Processing **7**:421-432
- [Borgerfors '84] Borgerfors G 1984 Distance transformations in arbitrary dimensions Computer Vision, Graphics, and Image Processing **27**:321-345
- [Brownrigg '84] Brownrigg D 1984 The weighted median filters. Commun. ACM **27**:807-818
- [Buades '06] Buades A, Coll B Morel JM 2006 The staircasing effect in neighborhood filters and its solution. IEEE Trans. on Image Processing **15**:1499-1505
- [Burger '03] Burger EH, Klein-Nulend J Smit TH 2003 Strain-derived canalicular fluid flow regulates osteoclast activity in a remodelling osteon. J. Biomech **36**:1453-1459
- [Burr '90] Burr DB Stafford T 1990 Validity of the bulk-staining technique to separate artifactual from in vivo bone microdamage. Clin. Orthop. Relat. Res. **260**:305
- [Burr '98] Burr DB et al. 1998 Does microdamage accumulation affect the mechanical properties of bone ? J. Biomech **31**:337-345

- [Canny '86] Canny J 1986 A Computational Approach To Edge Detection. IEEE Trans Patt. Anal. Mach. Intell. **8**:679-714
- [Castleman '98] Castleman K, Schulze M Wu Q 1998 Simplified Design of Steerable Pyramid Filters. Proc. ISCAS98
- [Catte '92] Catte F, Lions P, Morel J Coll T 1992 Image Selective Smoothing and edge detection by non-linear diffusion. SIAM-JNA **29**:182-193
- [Chapurlat '07] Chapurlat Ret al. 2007 Microcrack frequency and bone remodeling in postmenopausal osteoporotic women on long-term bisphosphonates: a bone biopsy study. J Bone Miner Res. **22**:1502-1509
- [Charbonnier '94] Charbonnier P, Aubert G, Blanc-Ferraud M Barlaud M 1994 Two deterministic half-quadratic regularization algorithms for computed imaging. IEEE ICIP 1994 Proc.:168-172
- [Colopy '04] Colopy SA et al. 2004 Response of the osteocyte syncytium adjacent to and distant from linear microcracks during adaptation to cyclic fatigue loading. Bone **35**:881-891
- [Currey '03] Currey JD 2003 The many adaptations of bone. J. Biomech **36**:1487-1495
- [David '08] David Vet al. 2008 Ex Vivo bone formation in bovine trabecular bone cultured in a dynamic 3D bioreactor is enhanced by compressive mechanical strain. Tissue Eng Part A **14**:117-126
- [Davies '06] Davies CM et al. 2006 Mechanically loaded ex vivo bone culture system “Zetos”: systems and culture preparation. Eur Cell Mater **11**:57-75
- [Davis '78] Davis L Rosenfeld A 1978 Noise cleaning by iterated local averaging. IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics **8**:167-187
- [Descoteaux '06] Descoteaux M, Audette M, Chinzei K Siddiqi K 2006 Bone enhancement filtering: Application to sinus bone segmentation and simulation of pituitary surgery. Computer Aided Surgery **11**:247-255
- [Diab '06] Diab T, Condon KW, Burr DB Vashishth D 2006 Age-related change in the damage morphology of Human cortical bone and its role in bone fragility. Bone **38**:427-431
- [Donahue '00] Donahue SW, Sharkey NA, Modanlou KA, Sequeira LN Martin RB 2000 Bone strain and microcracks at stress fracture sites in human metatarsals. Bone **27**:827-833
- [Donahue '06] Donahue SW Galley SA 2006 Microdamage in bone, implications for fracture, repair, remodeling and adaptation. Crit Rev Biomed Eng **34**:215-271

- [Durand '02] Durand F Dorsey J 2002 Fast Bilateral Filtering for the Display of High-Dynamic-Range Images. Proc. International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques:257 - 266
- [Elad '02] Elad M 2002 On the origin of the bilateral filter and ways to improve it. IEEE Trans. on Image Processing **11**:1141-1150
- [Endres '009] Endres S, Kratz M, Wunsch S Jones DB 2009 Zetos: A culture loading system for trabecular bone. Investigation of different loading signal intensities on bovine bone cylinders. J Musculoskelet Neuronal Interact **9**:173
- [Fantner '05] Fantner GE et al. 2005 Sacrificial bonds and hidden length dissipate energy as mineralized fibrils separate during bone fracture. Nature Mater. **4**:612-616
- [Fazzalari '98a] Fazzalari NL, Forwood MR, Mantey BA, Smith K Kolesik P 1998a Three-dimensional confocal images of microdamage in cancellous bone. Bone **23**:373-378
- [Fazzalari '98b] Fazzalari NL, Forwood MR, Smith K, Mantey BA Herreen P 1998b Assessment of cancellous bone quality in severe osteoarthritis bone mineral density mechanics and microdamage. Bone **22**:381-388
- [Fazzalari '02] Fazzalari NL, Kuliwaba JS Forwood MR 2002 Cancellous bone microdamage in the proximal femur : Influence of age an osteoarthritis on damage morphology and regional distribution. Bone **31**:697-702
- [Frangi '98] Frangi A, Niessen W, Vincken K MA V 1998 Multiscale vessel enhancement filtering. Lecture Notes in Computer Science **1496**:130-137
- [Fratzl '08] Fratzl P 2008 Bone fracture: When the cracks begin to show. Nature Mater. **7**:610-612
- [Freeman '91] Freeman W Adelson E 1991 The Design and Use of Steerable Filters. IEEE Trans Patt. Anal. Mach. Intell. **13**:891-906
- [Frost '60] Frost HM 1960 Presence of microscopic cracks in vivo in bone. H. Ford Hosp. Med. Bull. **8**:25-35
- [Green '90] Green P 1990 Bayesian Reconstruction From Emission Tomography Data Using a Modified EM Algorithm. IEEE Trans. Med. Imaging **9**
- [Greenspan '94] Greenspan Het al. 1994 Overcomplete steerable pyramid filters and rotation invariance. Proc. CVPR94
- [Hans '97] Hans Det al. 1997 How can we measure bone quality ? Baillieres Best Pract Res Clin Rheumatol **11**:495-515
- [Hel-Or '98] Hel-Or Y Teo P 1998 Canonical Decomposition of Steerable Functions. Journal of Mathematical Imaging and Vision **9**:83-95

- [Herman '80] Herman GT. in Image Reconstruction from projections : the fundamentals of computerized tomography p. 316 (Academic Press, New York, 1980).
- [Hildebrand '97] Hildebrand T Ruegsegger P 1997 A new method for the model independent assessment of thickness in three dimensionnal images. *J Microsc* **185**:67-75
- [Hummel '86] Hummel A 1986 Representations based on zero-crossings in scale-space. Proc. IEEE Computer VIsion and Pattern Recognition Conf.
- [Jacob '04] Jacob M Unser M 2004 Design of Steerable Filters for Feature Detection Using Canny-Like Criteria Mathews Jacob,. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* **26**:1007-1019
- [Judex '03] Judex Set al. 2003 Combining high resolution micro-computed tomography with material composition to define the quality of bone tissue. *Current Osteoporosis Report* **1**:11-19
- [Keaveny '01] Keaveny TM, Morgan EF, Niebur GL Yeh OC 2001 Biomechanics of trabecular bone *Annual Review of Biomedical Engineering* **3**:307-333
- [Klein-Nulend '05] Klein-Nulend J, Bacabac RG Mullender MG 2005 Mechanobiology of bone tissue. *Pathol. Biol.* **53**:576-580
- [Koenderink '84] Koenderink J 1984 The structure of images. *Biol.Cybern.* **50**:363-370
- [Koester '08] Koester KJ, Ager JW Ritchie RO 2008 The true toughness of human cortical bone measured with realistically short cracks. *Nature Mater.* **4**:672-677
- [Lee '83] Lee J 1983 Digital image smoothing and the sigma filter. *Computer Vision, Graphics and Image Processing* **24**:255-269
- [Lee '02] Lee TC, Staines A Taylor D 2002 Bone adaptation to load: microdamage as a stimulus for bone remodelling. *J. Anat.* **201**:437-446
- [Lee '03] Lee TCet al. 2003 Detecting microdamage in bone. *J Anat* **203**:161-172
- [Leng '08] Leng H, Wang X, Ross RD, Niebur GL Roeder RK 2008 Micro-computed tomography of fatigue microdamage in cortical bone using a barium sulfate contrast agent. *J Mech Behav Biomed Mater* **1**:68-75
- [Lorenz '97] Lorenz C, Carlsen I, Buzug T, Fassnacht C Weese J 1997 Multi-scale Line Segmentation with Automatic Estimation of Width, Contrast and Tangential Direction in 2D and 3D Medical Images. *Lecture Notes in Computer Science* **1205**:233-242
- [Martin-badosa '03] Martin-badosa Eet al. 2003 A method for the automatic characterization of bone architecture in 3D mice microtomographic images. *Comput. Med. Imag. Grap.* **27**:447-458

- [Mashiba '001] Mashiba Tet al. 2001 Effects of suppressed bone turnover by bisphosphonates on microdamage accumulation and biomechanical properties in clinically relevant skeletal sites in beagles. *Bone* **28**:524–531.
- [Michaelis '95] Michaelis M Sommer G 1995 A Lie group approach to steerable filters. *Pattern recognition letters* **16**:1165-1174
- [Mittra '05] Mittra E, Clinton R Qin YX 2005 Interrelationship of trabecular mechanical and microstructural properties in sheep trabecular bone. *J. Biomech* **38**:1229-1237
- [Mohsin '06] Mohsin S, O'Brien FJ Lee TC 2006 Microcracks in compact bone : a three dimensional view. *J. Anat.* **209**:119-124
- [Moore '02] Moore TL Gibson LJ 2002 Microdamage accumulation in bovine trabecular bone in uniaxial compression. *J Biomech Eng.* **124**:63-71
- [Mori '97] Mori S, Harruff R, Ambrosius W Burr DB 1997 Trabecular bone volume and microdamage accumulation in the femoral heads of women with and without femoral neck fractures. *Bone* **21**:521-526
- [Mosekilde '87] Mosekilde L Danielsen CC 1987 Biomechanical competence of vertebral trabecular bone in relation to ash density and age in normal individuals. *Bone* **8**:79-85
- [Nagaraja '07] Nagaraja S, Lin ASP Guldberg RE 2007 Age-related changes in trabecular bone microdamage initiation. *Bone* **40**:973-980
- [Nalla '03] Nalla RK, Kinney JH Ritchie RO 2003 Mechanistic fracture criteria for the failure of human cortical bone. *Nature Mater.* **2**:164-168
- [Natterer '86] Natterer F. in *The mathematics of computed tomography* (John Wiley and Sons Ltd, New York, 1986).
- [Norman '97] Norman TL Wang Z 1997 Microdamage of human cortical bone: Incidence and morphology in long bones. *Bone* **20**:375-379
- [Nuzzo '02] Nuzzo S, Peyrin F, Cloetens P, Baruchel J Boivin G 2002 Quantification of the degree of mineralization of bone in three dimension using synchrotron radiation microtomography. *Medical. Physics.* **19**:2672-2681
- [O'Brien '00] O'Brien FJ, Taylor D, Dickinson GR Lee TC 2000 Visualisation of three-dimensional microcracks in compact bone. *J. Anat.* **197**:413-420
- [Pacureanu '09] Pacureanu A, Larrue A, Peter Z Peyrin F 2009 3D Non-Linear Enhancement Of Tubular Microscopic Bone Porosities. *Proc. ISBI09*
- [Perona '90] Perona P Malik J 1990 Scale space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans Patt. Anal. Mach. Intell.* **12**:629,639

- [Perona '91] Perona P 1991 Deformable Kernels for Early Vision. *IEEE Trans Patt. Anal. Mach. Intell.* **17**:488-499
- [Perona '92] Perona P 1992 Steerable-Scalable Kernels for Edge Detection and Junction Analysis. *Lecture Notes in Computer Science* **588**:3-18
- [Pham '05] Pham T van Vliet L 2005 Separable Bilateral filtering for fast video preprocessing. *ICME IEEE Int. Conf. on Multimedia & Expo The Netherlands*
- [Qiu '05] Qiu S, Rao DS, Fyhrie DP, Palnitkar S Parfitt AM 2005 The morphological association between microcracks and osteocyte lacunae in human cortical bone. *Bone* **37**:10-15
- [Reilly '00] Reilly GC Currey JD 2000 The effects of damage and microcracking on the impact strength of bone. *J. Biomech* **33**:337-343
- [Ruegsegger '96] Ruegsegger P, Koller K Müller R 1996 A microtomographic system for the nondestructive evaluation of bone architecture. *Calcif Tissue Int* **58**:24-29
- [Saint-Marc '91] Saint-Marc P, Chen J Medioni G 1991 Adaptive Smoothing: A General Tool for Early Vision. *IEEE Trans Patt. Anal. Mach. Intell.* **13**:514
- [Salome-Pateyron '99] Salome-Pateyron M et al. 1999 A synchrotron radiation microtomography system for the analysis of trabecular bone samples. *Medical. Physics.* **26**:2194-2204
- [Sato '98] Sato Y et al. 1998 3D Multi-scale Line Filter for Segmentation and Visualization of Curvilinear Structures in Medical Images. *Med. Image Anal.* **2**:143-168
- [Schaffler '95] Schaffler MB, Choi K Milgrom C 1995 Aging and matrix microdamage accumulation in human compact bone. *Bone* **17**:521-525
- [Shapiro '88] Shapiro F 1988 Cortical bone repair. The relationship of the lacunar-canalicular system and intercellular gap junctions to the repair process. *The Journal of Bone and Joint Surgery* **70**:1067-1081
- [Simoncelli '95] Simoncelli 1995 Steerable wedge filters. *Proc. ICCV95*:189
- [Simoncelli '92] Simoncelli E, Freeman W, Adelson E Heeger D 1992 Shiftable Multi-scale Transforms *IEEE Trans. on Information Theory* **38**:587
- [Smith '97] Smith S Brady J 1997 SUSAN-A new approach to low level image processing. *International Journal of Computer Vision* **23**:45-78
- [Sobelman '03] Sobelman O et al. 2003 Do microcracks decrease or increase fatigue resistance in cortical bone ? *J. Biomech* **37**:1295-1303

- [Sommer '98] Sommer G, Michaelis M Herpers R 1998 The SVD approach for steerable filter design. Proc. ISCAS98 **5**:349-353
- [Takeda '07] Takeda H, Farsiu S Milanfar P 2007 Higher Order Bilateral Filters and Their Properties. Proc. SPIE Conf.
- [Tang '07] Tang SY Vashishth D 2007 A non-invasive in vitro technique for the three-dimensional quantification of microdamage in trabecular bone. Bone **70**:1259-1264
- [Taylor '98] Taylor D Lee TC 1998 Measuring the shape and size of microcracks in bone. J. Biomech **31**:1177-80
- [Taylor '07] Taylor D, Hazenberg JG Lee TC 2007 Living with cracks: Damage and repair in human bone. Nature Mater. **6**:263-268
- [Teo '99] Teo P Hel-Or Y 1999 Design of Multiparameter Steerable Functions Using Cascade Basis Reduction. IEEE Trans Patt. Anal. Mach. Intell. **21**:552-556
- [Turner '06] Turner PJ et al. 2006 Time-lapsed investigation of three-dimensional failure and damage accumulation in trabecular bone using synchrotron light. Bone **39**:289-299
- [Tomasi '98] Tomasi C Manduchi R 1998 Bilateral Filtering for Gray and Color Images. Proc. IEEE Computer Vision 836-846
- [Tortora '02] Tortora GJ. Principles of Human Anatomy (Wiley New York, 2002).
- [Vashishth '00a] Vashishth D et al. 2000a In vivo diffuse damage in human vertebral trabecular bone. Bone **26**:147-152
- [Vashishth '00b] Vashishth D, Verborgt O, Divine G, M.B. S Fyrhrrie DP 2000b Decline in osteocyte lacunar density in human cortical bone is associated with accumulation of microcracks with age. Bone **26**:375-380
- [Vashishth '07] Vashishth D 2007 Hierarchy of bone microdamage at multiple length scales. Int.J.Fatig. **29**:1024-1033
- [Voide '09] Voide R et al. 2009 Time-lapsed assessment of microcrack initiation and propagation in murine cortical bone at submicrometer resolution. Bone **45**:164-173
- [Wang '81] Wang D, Vagnucci A Li C 1981 Gradient invertedweighted smoothing scheme and the evaluation of its performance. Computer Graphics and Image Processing **15**:167-181
- [Wang '06] Wang X Niebur GL 2006 Microdamage propagation in trabecular bone due to changes in loading mode. J Biomech **39**:781-790
- [Wang '07] Wang X et al. 2007 Detection of trabecular bone microdamage by micro-computed tomography. J. Biomech **40**:3397-3403

- [Wenzel '96] Wenzel TE, Schaffler MB Fyrhrie DP 1996 In vivo trabecular microcracks in human vertebral bone. *Bone* **19**:89-95
- [Yeni '03] Yeni YN, Hou FJ, Ciarelli T, Vashishth D Fyhrie DP 2003 Trabecular shear stresses predict in vivo linear microcrack density but not diffuse damage in human vertebral cancellous bone. *Ann Biomed Eng* **31**:726-732
- [You '96] You Y, Xu W, Tannenbaum A Kaveh M 1996 Behavioral Analysis of Anisotropic Diffusion in Image Processing. *IEEE Trans. on Image Processing* **5**:1539-1553
- [Zarrinkalam '05] Zarrinkalam KH, Kuliwaba JS, Martin RB, Wallwork MAB Fazzalari NL 2005 New insights into the propagation of fatigue damage in cortical bone using confocal microscopy and chelating fluorochromes *Eur J Morphol* **42**:81-90