

# TP3 : Transformée de Fourier, Filtrage Fréquentiel et Images 3D

Les objectifs de ce TP sont :

- De se familiariser avec la transformée de Fourier 2D et avec filtrage dans l'espace fréquentiel
- De visualiser l'équivalence entre le filtrage par masque et le filtrage fréquentiel.
- De se familiariser avec les images 3D

## 1 Transformée de Fourier d'images

### 1.1 Comportement de la TF 2D

A l'aide de `Plugins>>FFTJ>>FFTJ`, visualisez pour l'image `rect.raw` et `cercle.raw` la partie réelle, la partie imaginaire et l'amplitude de la transformée de Fourier. Etudier l'influence sur le module sur des images tests

1. de l'orientation des motif : `tf1.raw`, `tf2.raw`, `tf3.raw`
2. de la périodicité des motifs `mire.raw`, `mire2.raw`
3. de la géométrie des motif: `tf1.raw`, `tf4.raw`

*Q1 : Concluez.*

### 1.2 TF 2D sur les images

Visualiser les images `couloir.gdr`, `aquitain.gdr`, `fissures.gdr`.

*Q2 : Observer et interpréter les spectres correspondants (orientation, hautes et basses fréquences).*

### 1.3 Filtrage Fréquentiel

A l'aide de `Process>>FFT>>Bandpass Filter`, filtrez les images successivement avec un filtre passe bas, passe haut (sans « autoscale » et « saturate »). Visualisez les filtres.

*Q3 : Commentez*

## 2 Equivalence filtrage Fourier / masque

Dans cette question on se propose de vérifier sur un exemple l'équivalence entre un filtrage fréquentiel et un filtrage par masque.

1. Appliquer, sur l'image du `rect.raw`, un filtrage moyennneur avec un masque 3x3.
2. Calculer la transformées de Fourier de l'image et celle du masque (c'est à dire une rectangle de taille 3x3 de valeur 1/9 sur un fond à 0). Faire le produit dans le domaine fréquentiel (Attention il s'agit d'un produit complexe !) Puis calculer la transformation de Fourier inverse.

*Q6 : Décrire la méthode mise en place dans ImageJ.*

## 3 Images 3D

Dans cette partie on s'intéresse à des images volumiques (3D). Les volumes vont être affichés comme des piles (« stack ») d'images. Téléchargez le volume *mri-stack.tif* sur le site <http://rsb.info.nih.gov/ij/images/>. Ouvrez le volume (File>>Import>>TIFF Virtual Stack) et regardez les différentes coupes. Utilisant le plugin 3D>>Volume Viewer regardez des coupes depuis différents angles.

Q7 : Comparer l'histogramme obtenu sur une coupe et pour tout le stack.

## 4 Annexes

### 4.1 Transformée de Fourier

P1- Changement d'échelle :

$$\text{si } g(x,y)=f(a.x,b.y), \text{ avec } a \neq 0 \text{ et } b \neq 0, \text{ alors : } G(u,v)=\frac{1}{|a.b|} \cdot F\left(\frac{u}{a}, \frac{v}{b}\right)$$

P2- Décalage spatial : si  $g(x,y)=f(x-a,y-b)$  , alors :  $G(u,v)=F(u,v) \cdot e^{-2i\pi(u.a+v.b)}$

P3- Décalage fréquentiel : si  $G(u,v)=F(u-u_0,v-v_0)$  , alors :  $g(x,y)=f(x,y) \cdot e^{2i\pi(u_0.x+v_0.y)}$

P4- Conjugaison :  $TF^{-1}(f)=(TF(f^*))^*$  et  $TF(f^*)(u,v)=(TF(f)(-u,-v))^*$

P5- Retournement : si  $g(x,y)=f(-x,-y)$  , alors :  $G(u,v)=F(-u,-v)$

P6- Rotation : si  $f_\theta(x,y)=f(M_\theta(x,y))$  , alors :  $F_\theta(u,v)=F(M_\theta(u,v))$

P7- Séparabilité : si  $f(x,y)=g(x).h(y)$  , alors :  $F(u,v)=G(u).H(v)$

P8- Différentiation :

$$TF\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)(u,v)=2i\pi u F(u,v) \quad TF\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)(u,v)=2i\pi v F(u,v) \quad TF\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)(u,v)=-4\pi^2(u^2+v^2)F(u,v)$$