

Estimation du déplacement par ajustement de la phase des images : application à l'élastographie

Adrian Basarab

9 septembre 2005

Encadrant : Philippe Delachartre

Creatis



Plan

- Contexte du projet
- Développement théorique de l'estimateur par ajustement de la phase
- Validation de l'estimateur sur des images de synthèse
- Application sur des images échographiques simulées
- Conclusion

Contexte

Contexte

Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

- Imagerie médicale ultrasonore
- Echographie : imagerie anatomique
- Elastographie : caractérisation tissulaire
- Principe de l'élastographie statique :
 - Acquisition de 2 images échographiques pour 2 niveaux de compression différents
 - Calcul du champ de déplacement
 - Remonter à des cartes paramétriques (déformation) ou des différentes propriétés élastiques

Contexte

Contexte

Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

- Intérêt du travail : estimer les déplacements entre deux images

- Conditions d'estimation :
 - Petits déplacements : souvent très inférieurs au pixel
 - Précision sub-pixélique
 - Faible résolution des images (10 points par période)

■ Méthodes existantes

- Mise en correspondance de blocs [Robinson-82]
- Recherche locale :
 - Maximum de la fonction de corrélation

$$R_{rs}(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(x, y) r(x + \tau_1, y + \tau_2) dx dy$$

- Passage par zéro de la phase de la corrélation complexe (obtenue par le biais de la transformée de Hilbert) [Chen-04]
- Combinaison des deux [Xiliang-03]

Développement théorique

Contexte

Etude
théorique

Validations

Application

Conclusion

- Principe : minimiser l'erreur entre les mesures et la forme théorique de la phase de la fonction de corrélation complexe [Plantier-03]

2 images avant et après déplacement :

$$r(x, y) \text{ et } s(x, y)$$

Hypothèse sur les signaux :

$$s(x, y) = r(x - \Delta_x, y - \Delta_y)$$

(Δ_x, Δ_y) → Couple des translations latérale et axiale

$(\hat{\Delta}_x, \hat{\Delta}_y)$ → Couple des translations latérale et axiale estimées

Développement théorique

Contexte

Etude
théorique

Validations

Application

Conclusion

- Phase linéaire dans les deux directions
- Deux cas possibles :

$$\phi(\tilde{R}_+(x, y)) = 2\pi f_{c1}(x - \Delta_x) + 2\pi f_{c2}(y - \Delta_y)$$

$$\phi(\tilde{R}_-(x, y)) = 2\pi f_{c1}(x - \Delta_x) - 2\pi f_{c2}(y - \Delta_y)$$

- Fonctions correspondantes :

$$\tilde{R}_-(x, y) = R(x, y) + H_{xy}\{R(x, y)\} + j \cdot (H_x\{R(x, y)\} - H_y\{R(x, y)\})$$

$$\tilde{R}_+(x, y) = R(x, y) - H_{xy}\{R(x, y)\} + j \cdot (H_x\{R(x, y)\} + H_y\{R(x, y)\})$$

- Les deux phases seront traitées de la même manière

Développement théorique

Contexte

Etude
théorique

Validations

Application

Conclusion

- Minimiser l'erreur quadratique entre les mesures et la forme théorique dans les deux cas

$$\sum_x \sum_y \left[2\pi f_{c1}(x - \Delta_x) + 2\pi f_{c2}(y - \Delta_y) - \hat{\phi}_1(x, y) \right]^2$$

$$\sum_x \sum_y \left[2\pi f_{c1}(x - \Delta_x) - 2\pi f_{c2}(y - \Delta_y) - \hat{\phi}_2(x, y) \right]^2$$

- Annuler les dérivées :

$$\sum_x \sum_y \left[2\pi f_{c1}(x - \hat{\Delta}_x) + 2\pi f_{c2}(y - \hat{\Delta}_y) - \hat{\phi}_1(x, y) \right] = 0$$

$$\sum_x \sum_y \left[2\pi f_{c1}(x - \hat{\Delta}_x) - 2\pi f_{c2}(y - \hat{\Delta}_y) - \hat{\phi}_2(x, y) \right] = 0$$

Développement théorique

Contexte

Etude
théorique

Validations

Application

Conclusion

– Système de deux équations avec deux inconnues ($\hat{\Delta}_x, \hat{\Delta}_y$)

– Expressions des estimations :

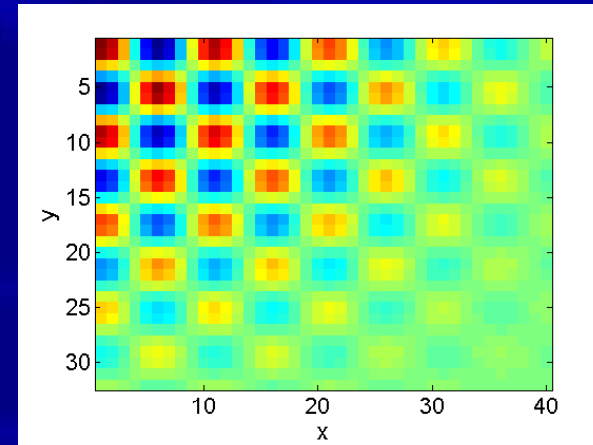
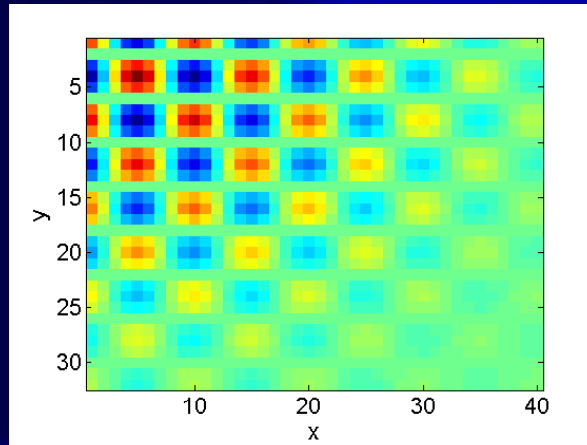
$$\hat{\Delta}_x = \frac{4\pi f_{c1} \sum_x \sum_y x - \sum_x \sum_y \left(\hat{\phi}_1(x, y) + \hat{\phi}_2(x, y) \right)}{4\pi f_{c1} \sum_x \sum_y 1}$$

$$\hat{\Delta}_y = \frac{4\pi f_{c2} \sum_x \sum_y y - \sum_x \sum_y \left(\hat{\phi}_1(x, y) - \hat{\phi}_2(x, y) \right)}{4\pi f_{c2} \sum_x \sum_y 1}$$

Validations

- Images de synthèse avant et après déplacement

- Contexte
- Etude théorique
- Validations**
- Application
- Conclusion



$$r(x, y) = \cos(2\pi f_x x) \cdot \cos(2\pi f_y y) \cdot \exp\left(-\pi \left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right) \cdot \exp\left(-\pi \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right)$$

$$s(x, y) = \cos[2\pi f_x (x - \Delta_x)] \cdot \cos[2\pi f_y (y - \Delta_y)] \cdot \exp\left(-\pi \left(\frac{x - \Delta_x}{\sigma_x}\right)^2\right) \cdot \exp\left(-\pi \left(\frac{y - \Delta_y}{\sigma_y}\right)^2\right)$$

$$f_x = 1/10$$

$$\sigma_x = 50$$

$$f_y = 1/8$$

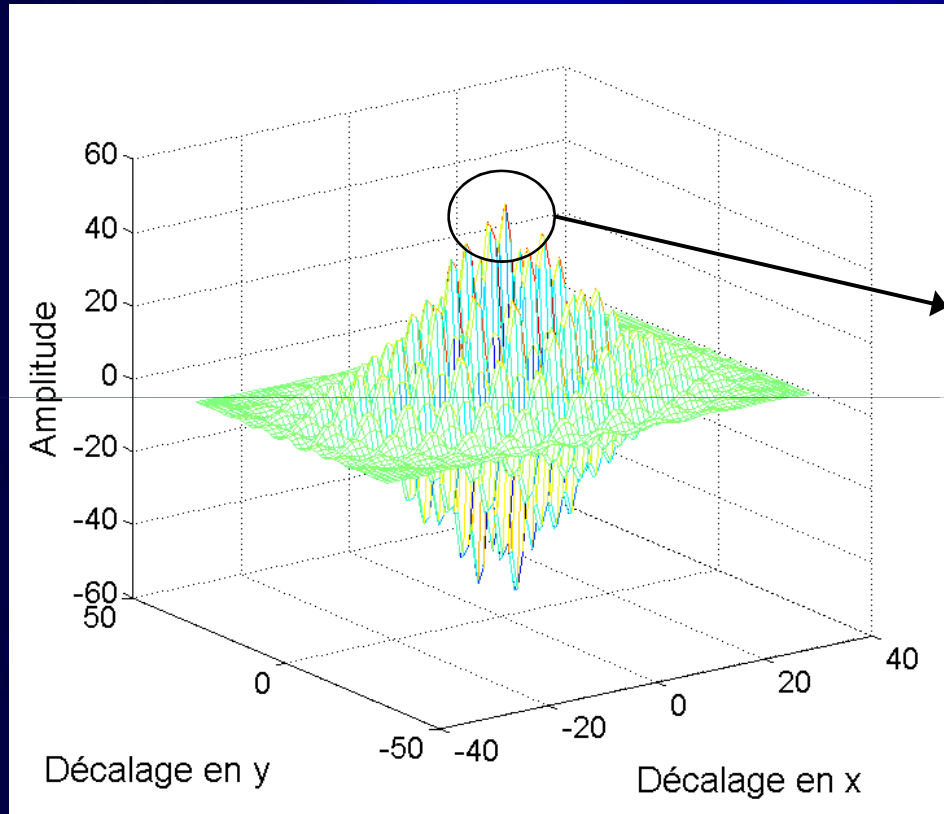
$$\sigma_y = 40$$

$$\Delta_x = 1,15$$

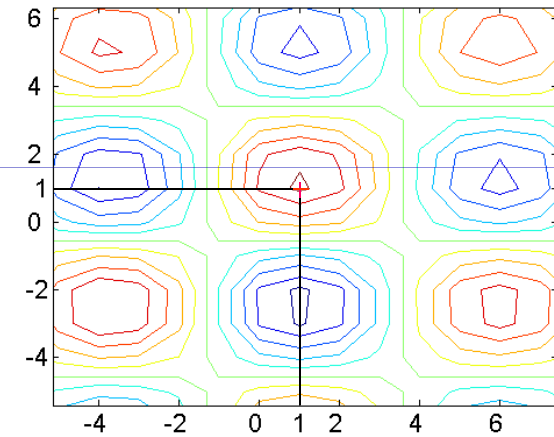
$$\Delta_y = 1,45$$

Validations

- Corrélation des images r et s :



Maximum de corrélation



Le maximum de corrélation \rightarrow estimateur classique du déplacement

Validations

- A l'aide de la transformée de Hilbert, nous obtenons 2 mesures de phase :

Contexte

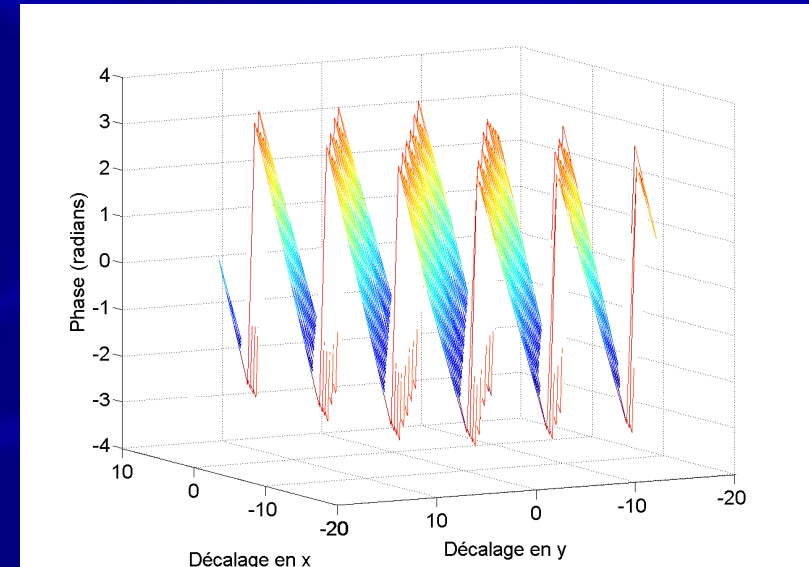
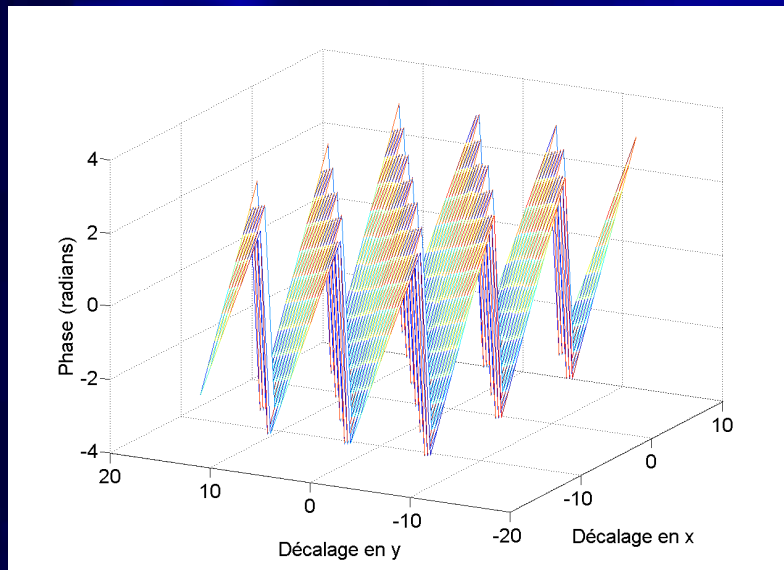
Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

$$2\pi f_x (x - \Delta_x) + 2\pi f_y (y - \Delta_y)$$



$$2\pi f_x (x - \Delta_x) - 2\pi f_y (y - \Delta_y)$$

Validations

- Extraire un plan autour du maximum de la corrélation
- Critère sur la dérivée de la phase

Contexte

Etude théorique

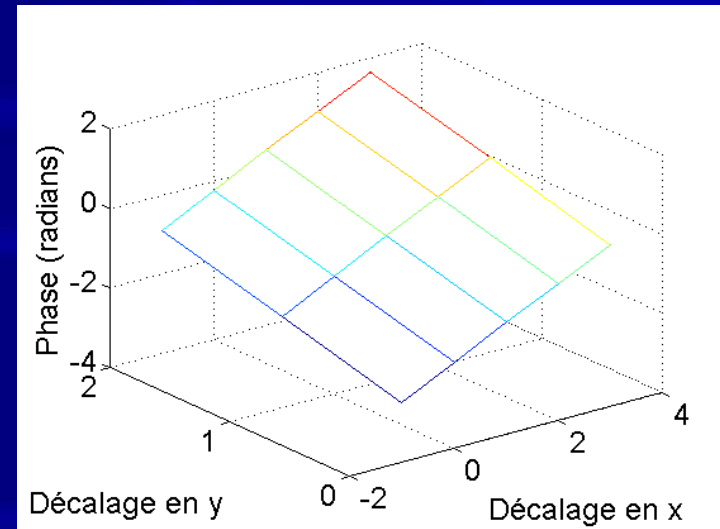
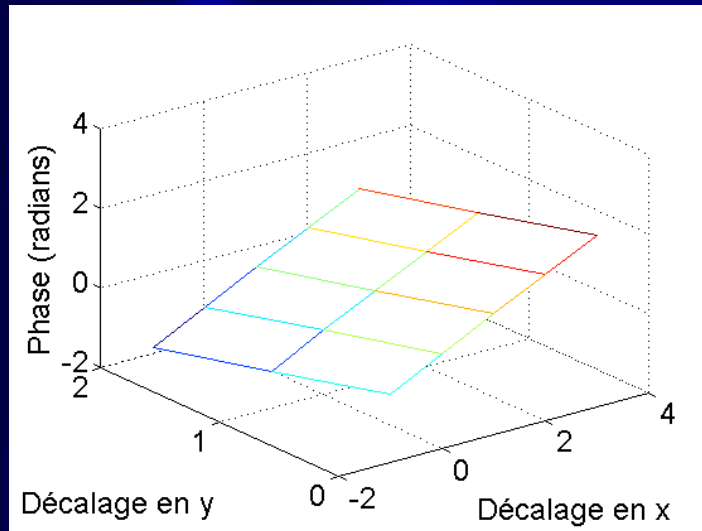
Validations

Application

Conclusion

■ Nous obtenons 2 plans extraits des mesures :

$$2\pi f_x(x - \Delta_x) + 2\pi f_y(y - \Delta_y) \longrightarrow$$



$$\longleftarrow 2\pi f_x(x - \Delta_x) - 2\pi f_y(y - \Delta_y)$$

$$\Delta_x = 1,15 \quad \Delta_y = 1,45$$

■ Résultats :

- Estimateur par maximum de la corrélation :

$$\hat{\Delta}_x = 1 \quad \hat{\Delta}_y = 1$$

- Estimateur par ajustement de la phase :

$$\hat{\Delta}_x = 1,1082 \quad \hat{\Delta}_y = 1,4075$$

■ Réduire le biais des estimations en faisant plusieurs itérations

- On recadre les signaux entre les itérations
- Estimation finale = somme des estimations

Contexte

Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

Résultats

$$\Delta_x$$

- Contexte
- Etude théorique
- Validations**
- Application
- Conclusion

Méthode d'estimation	Valeur vraie (en pixels)	Valeur estimée (en pixels)	Erreur relative (%)
Maximum de corrélation	1,15	1	13
Maximum de corrélation : sur échantillonnage d'un facteur 10	1,15	1,1	4,35
Estimateur par ajustement de la phase : 1itération	1,15	1,1082	3,63
Estimateur par ajustement de la phase : 2 itérations	1,15	1,1511	0,1
Estimateur par ajustement de la phase : 3 itérations	1,15	1,15	0

Résultats

$$\Delta_y$$

Contexte			
Etude théorique			
Validations			
Application			
Conclusion			
Méthode d'estimation	Valeur vraie (en pixels)	Valeur estimée (en pixels)	Erreur relative (%)
Maximum de corrélation	1,45	1	31
Maximum de corrélation : sur échantillonnage d'un facteur 10	1,45	1,3	10,3
Estimateur par ajustement de la phase : 1itération	1,45	1,4075	2,93
Estimateur par ajustement de la phase : 2 itérations	1,45	1,4508	0,05
Estimateur par ajustement de la phase : 3 itérations	1,45	1,45	0

$$\Delta_x = 1,15 \quad \Delta_y = 1,45$$

■ Analyse statistique :

- Bruit additif, gaussien, centré sur les images
- RSB allant de 4 dB à 52 dB
- 250 essais pour chaque valeur du RSB : valeur moyenne et écart type

Contexte

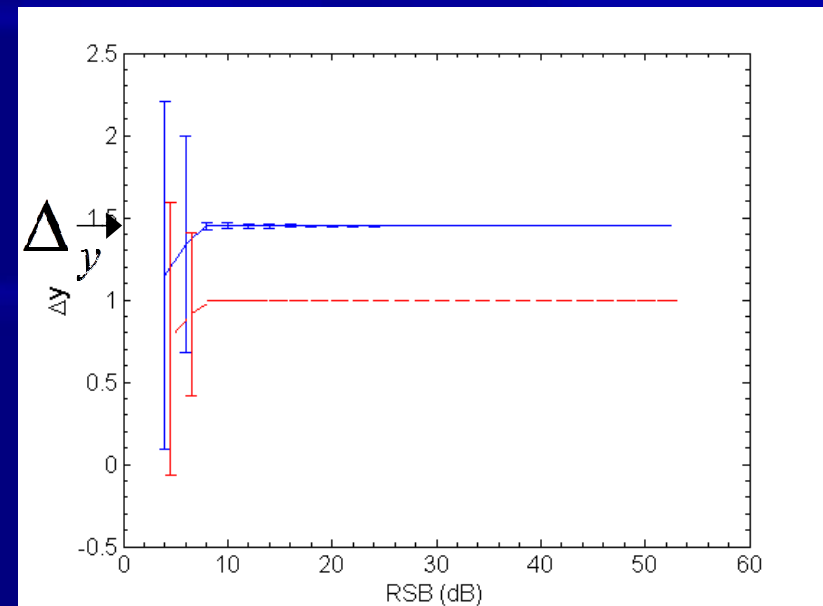
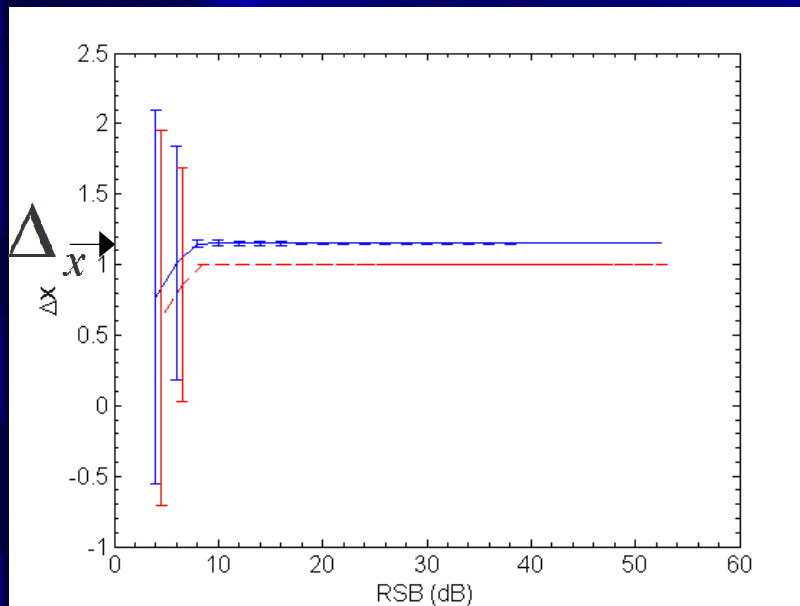
Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

Estimateur par maximum de la corrélation → Rouge
Estimateur par ajustement de la phase → Bleu



Validations

■ Estimateur par ajustement de la phase

Contexte

Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

- Minimiser l'erreur entre la forme théorique de la phase et les mesures
- Deux phases linéaires dans les deux directions
- Sélectionner deux plans de phase autour du maximum de corrélation
- Estimateur itératif
 - Valeur exacte du déplacement au bout de 3 itérations

Application

Contexte

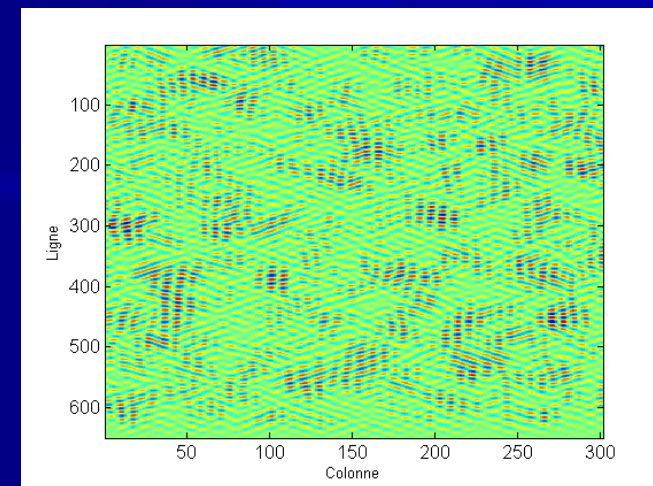
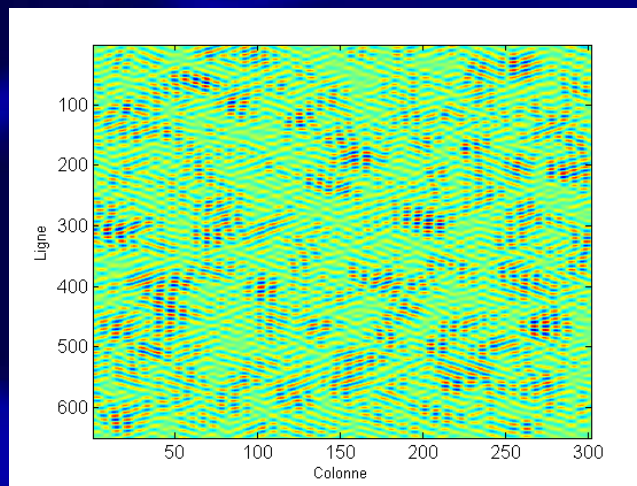
Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

- Estimateur implanté dans un algorithme de mise en correspondance de blocs
- Images échographiques RF simulées, obtenues par une approche système et comportant des oscillations latérales
- Images représentant le même milieu avec une inclusion dure avant et après déplacement
- Compression axiale et dilatation latérale



Application

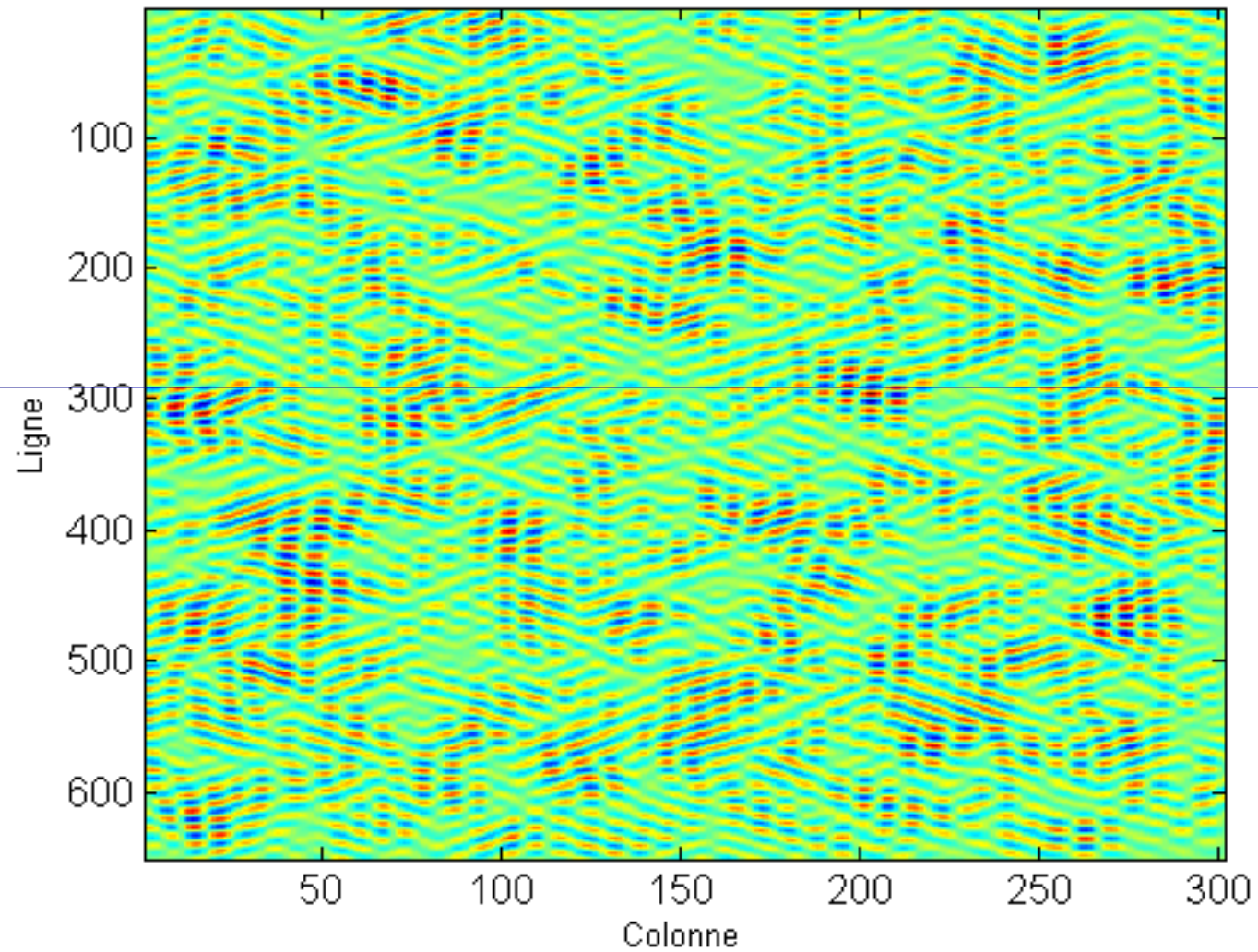
Contexte

Etude théorique

Validations

Application

Conclusion



Application

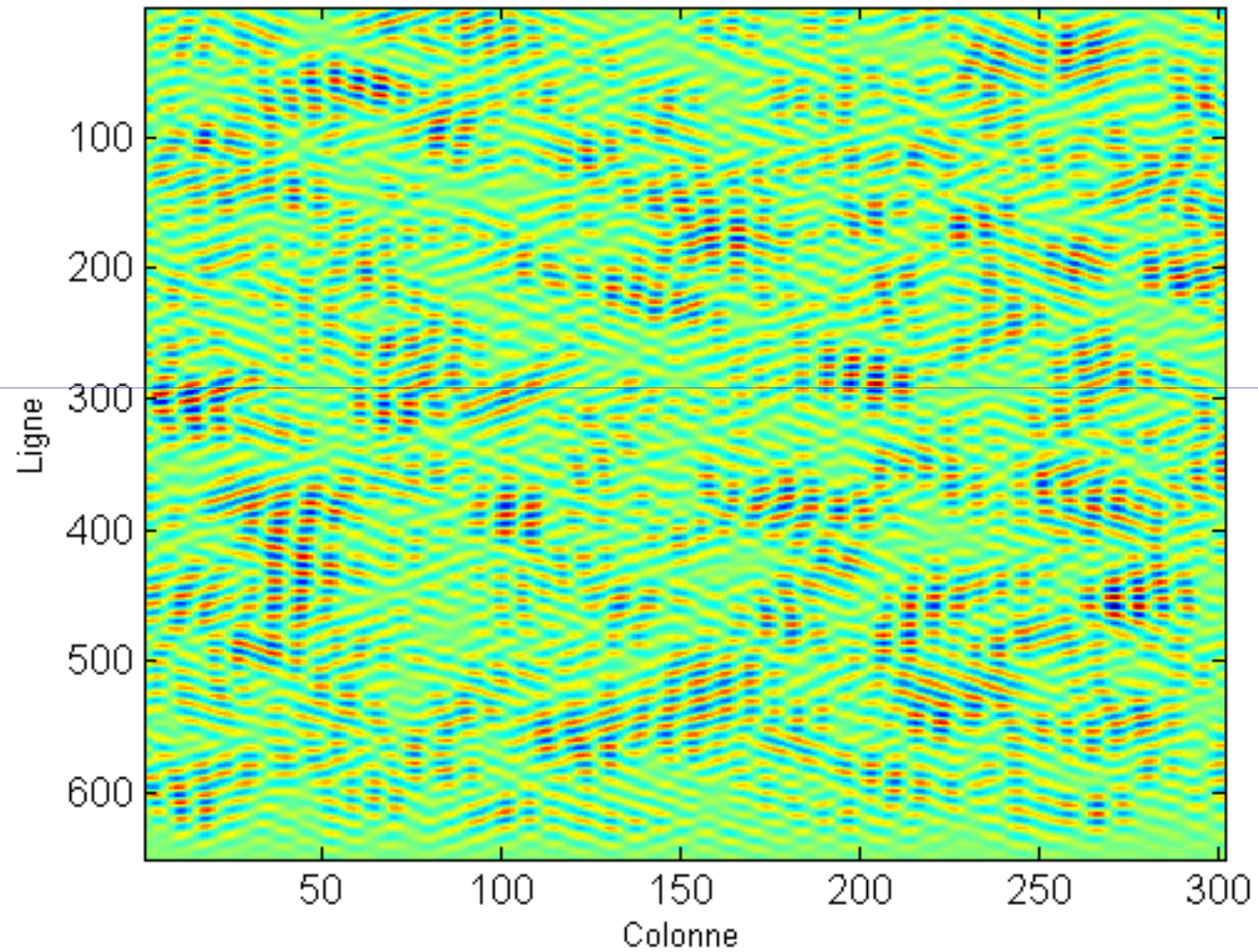
Contexte

Etude théorique

Validations

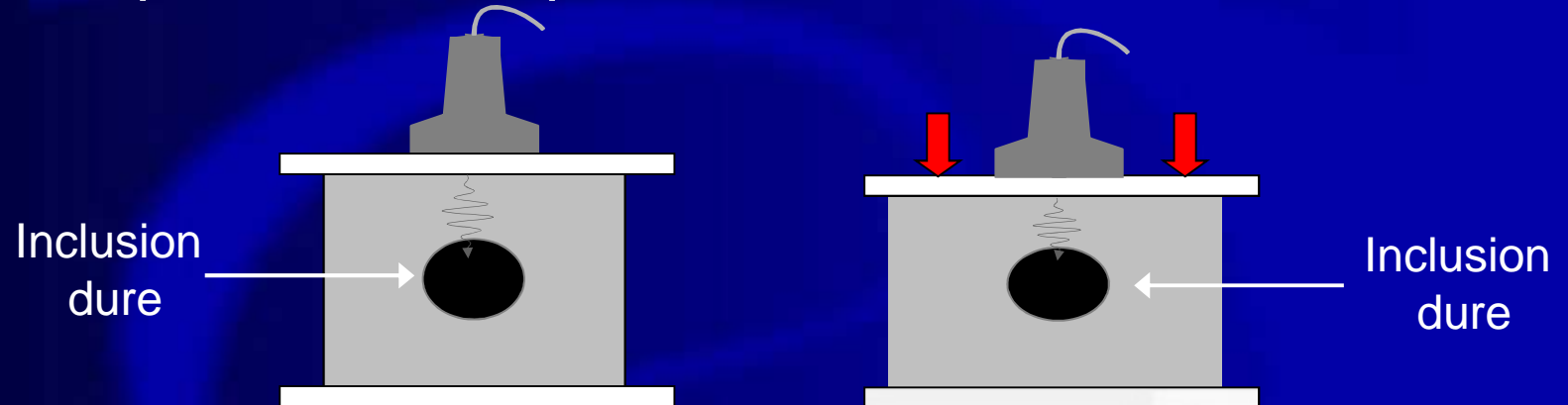
Application

Conclusion

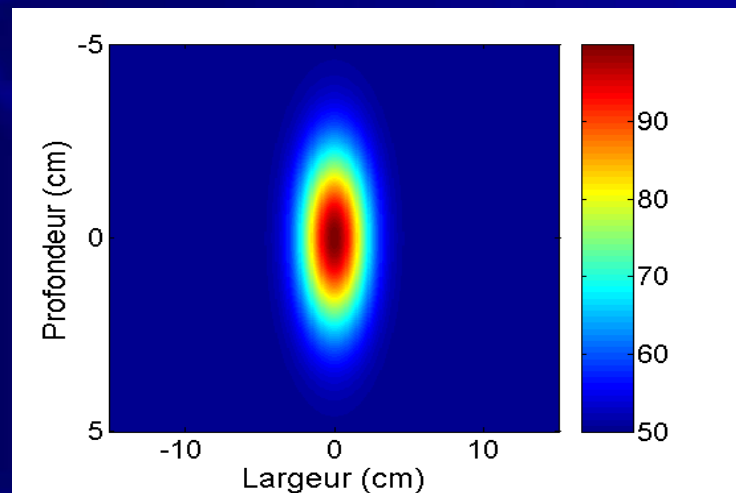


Application

■ Déplacements imposés :



Module de Young (en kPa)



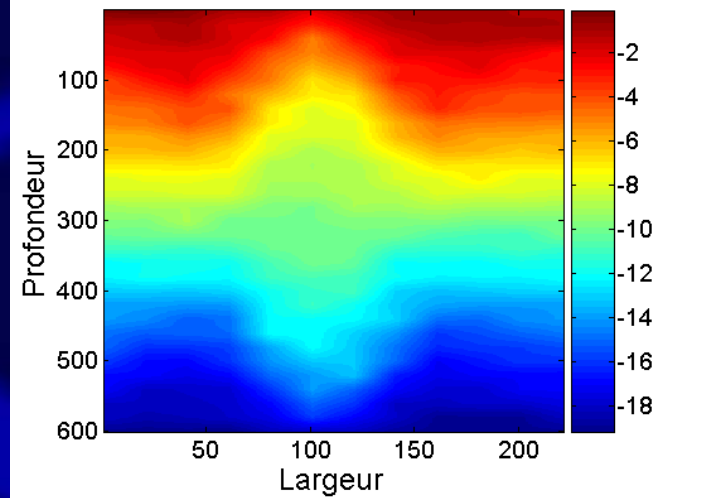
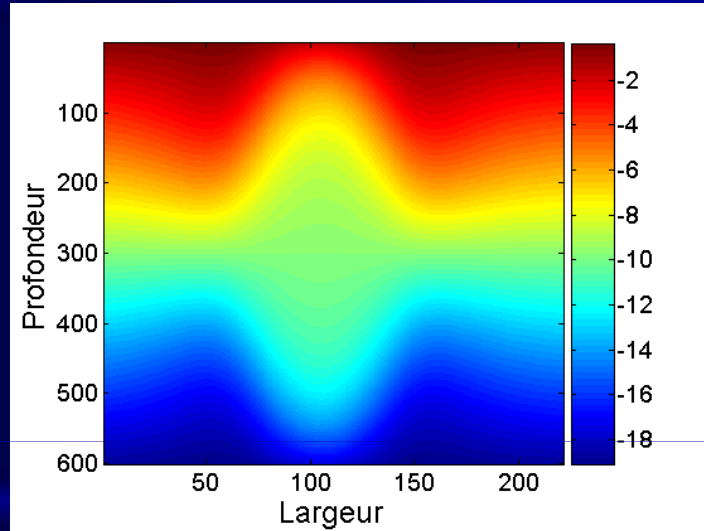
Résultats de l'estimation

- Contexte
- Etude théorique
- Validations
- Application**
- Conclusion

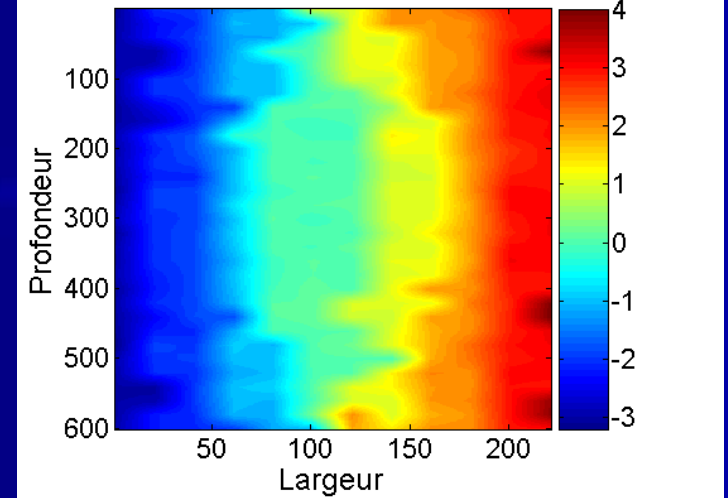
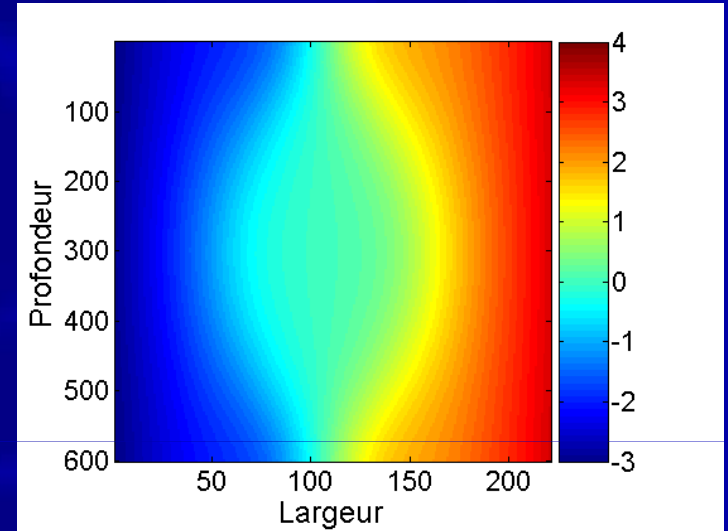
V
R
A
I

E
S
T
I
M
E

Déplacement axial (en pixels)



Déplacement latéral (en pixels)



Résultats de l'estimation

Représentation vectorielle des déplacements :

Contexte

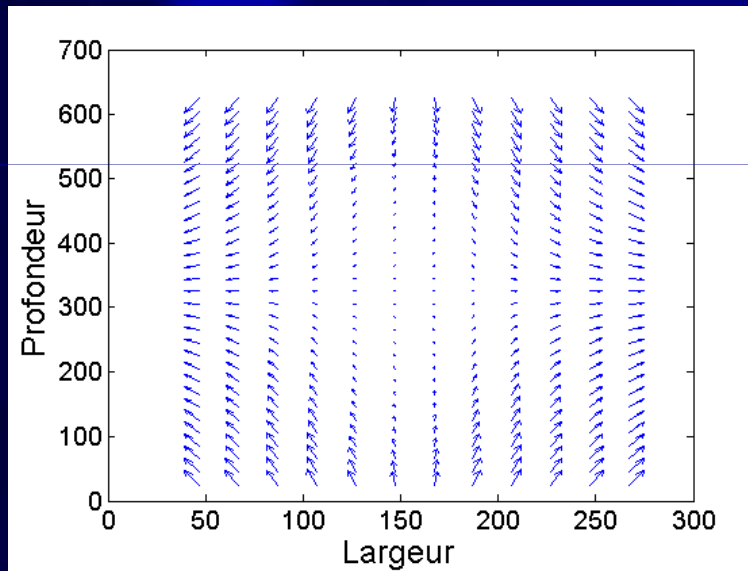
Etude théorique

Validations

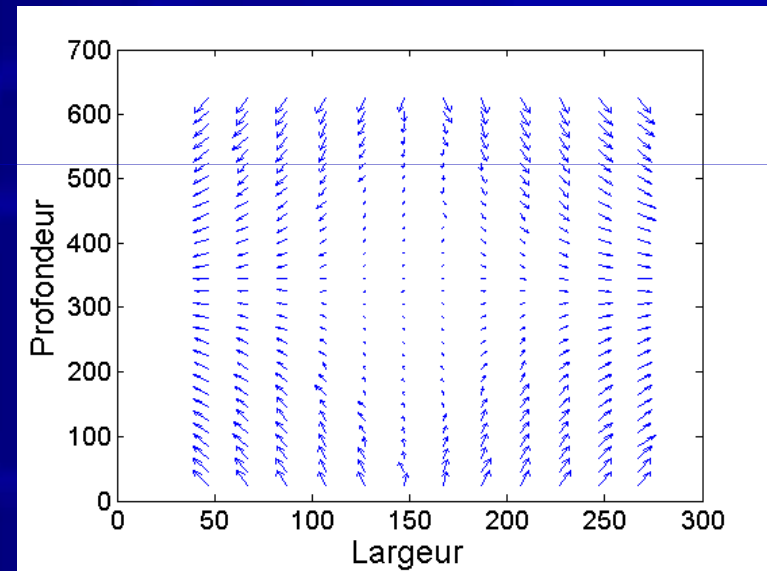
Application

Conclusion

Déplacement imposé



Déplacement estimé



Erreurs commises :

Contexte

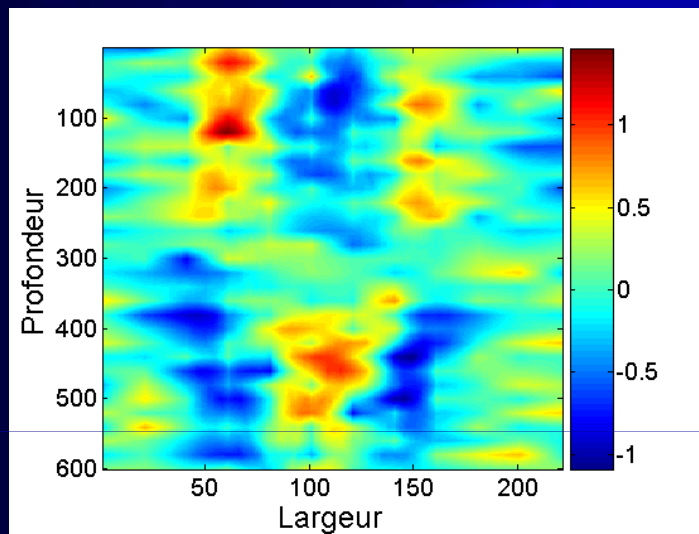
Etude théorique

Validations

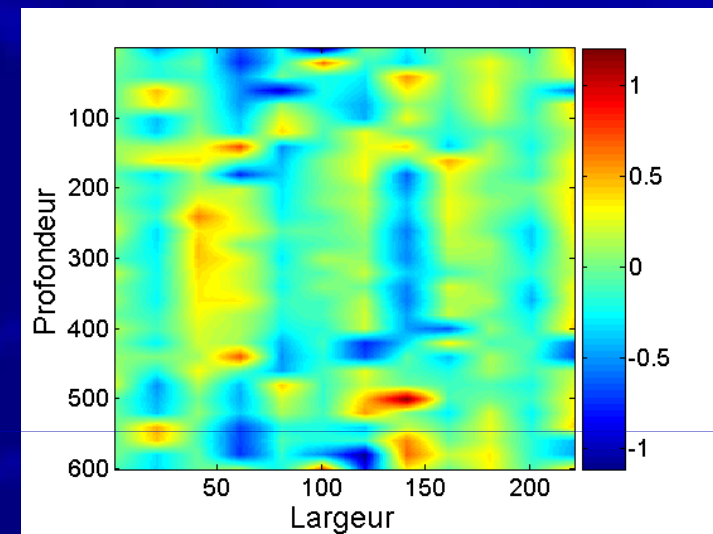
Application

Conclusion

Axialement



Latéralement



- Erreurs moyennes absolues :
 - 0.25 pixels en axial
 - 0.17 pixels en latéral

Conclusion

Contexte

Etude théorique

Validations

Application

Conclusion

- Proposition d'un nouvel estimateur 2D du déplacement pour l'élastographie
- Très performant étant donnée la faible résolution des images
- Améliorations envisageables :
 - Calculer la corrélation des images sur un domaine plus restreint → gain en temps de calcul
 - Utiliser un algorithme de déroulement de la phase

Estimation du déplacement par ajustement de la phase des images : application à l'élastographie

Merci de votre attention

Adrian Basarab

Encadrant : Philippe Delachartre

Creatis



$$\tilde{R}_-(x, y) = A(x, y) \cdot \exp(j(2\pi f_x(x - \Delta_x) - 2\pi f_y(y - \Delta_y)))$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_-(x, y) = & A(x, y) \cdot [\cos(2\pi f_x(x - \Delta_x)) \cdot \cos(2\pi f_y(y - \Delta_y)) + \sin(2\pi f_x(x - \Delta_x)) \cdot \sin(2\pi f_y(y - \Delta_y))] + \\ & + j \cdot A(x, y) [\sin(2\pi f_x(x - \Delta_x)) \cdot \cos(2\pi f_y(y - \Delta_y)) - \cos(2\pi f_x(x - \Delta_x)) \cdot \sin(2\pi f_y(y - \Delta_y))] \end{aligned}$$

$$\tilde{R}_-(x, y) = R(x, y) + H_{xy} \{R(x, y)\} + j \cdot (H_x \{R(x, y)\} - H_y \{R(x, y)\})$$

$$\tilde{R}_+(x, y) = R(x, y) - H_{xy} \{R(x, y)\} + j \cdot (H_x \{R(x, y)\} + H_y \{R(x, y)\})$$

Image échographiques RF simulées

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^N A_i \delta(x - x_i, y - y_i)$$

$$h(x, y) = h_x(x)h_y(y)$$

$$r(x, y) = h(x, y) \underset{x,y}{\otimes} d(x, y)$$

$$d'(x, y) = d(x - \Delta_x, y - \Delta_y)$$

$$s(x, y) = h(x, y) \underset{x,y}{\otimes} d'(x, y) = h(x, y) \underset{x,y}{\otimes} d(x - \Delta_x, y - \Delta_y) = r(x - \Delta_x, y - \Delta_y)$$

$$h(x, y) = \cos\left(2\pi \cdot x \frac{1}{l_x}\right) \exp\left(-\pi \left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right) \cdot \cos\left(2\pi \cdot y \frac{1}{l_y}\right) \exp\left(-\pi \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right)$$