



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier

---

**Présentée et soutenue par :**

Sophie Ribes

Le

**Titre :**

Développement d'une méthode de détermination  
de la dose individuelle absorbée en mammographie numérique  
par utilisation d'imageries multi-modales

---

ED GEET : Radio-physique et Imagerie Médicale

**Unité de recherche :**

Simulation, Instrumentation et Matériaux pour les Applications Dosimétriques, UPS Toulouse  
SAS Magellium, Ramonville Saint Agne

**Directeur(s) de Thèse :**

Dr. Olivier Caselles	PSRPM, HDR	IUCTO, SIMAD, UPS Toulouse	Directeur
Dr. Nicolas Decoster	PhD	Magellium, Toulouse	Co-directeur

**Rapporteurs :**

Pr. David Sarrut	DR, HDR	CNRS, CREATIS, Lyon	Rapporteur
Dr. Mathieu Hatt	CR, HDR	INSERM, LATIM, Brest	Rapporteur

**Autre(s) membre(s) du jury :**

?	?	?	Examineur
Pr. Denis Kouamé	PR, HDR	IRIT, UPS Toulouse	Examineur
Pr. Philippe Teulet	PR, HDR	LAPLACE, UPS Toulouse	Examineur



## Table des matières

Introduction .....	1
Chapitre 1 : « Création automatique de fantômes numériques hybrides et individuels en représentation mesh à partir de données cliniques d'IRM mammaire. » .....	7
A. Introduction et objectifs .....	9
I. Fantômes mathématiques .....	10
II. Fantômes voxélisés .....	12
III. Fantômes hybrides, extension des fantômes voxélisés .....	14
B. Segmentation automatique de volumes d'IRM mammaire à partir d'un modèle statistique de champ de Markov .....	16
I. État de l'art : segmentation de données cliniques .....	16
a. Définition .....	16
b. Méthodes de segmentation .....	18
c. Problématiques spécifiques aux acquisitions IRM .....	23
i. Inhomogénéité du champ magnétique .....	23
ii. Bruit .....	27
iii. Effet de volume partiel .....	29
iv. Autres artefacts .....	30
d. Approches de segmentation du sein .....	31
II. Approche proposée .....	31
a. Débruitage par diffusion anisotrope .....	34
i. Estimation du paramètre de seuil d'amplitude du gradient .....	39
ii. Estimation du paramètre de temps d'arrêt optimal .....	40
b. Classification non supervisée K-means .....	41
c. Modèle statistique de champ de Markov .....	43
i. Modèle de mesure .....	47
ii. Modèle <i>a priori</i> .....	49
iii. Résolution .....	52
III. Résultats expérimentaux .....	53
a. Données synthétiques .....	54
b. Données cliniques .....	59
i. Segmentation .....	59
ii. Passage en représentation maillée .....	66
IV. Discussions et perspectives .....	68
Chapitre 2 : « Modélisation de la compression mécanique d'un sein au cours d'un examen de mammographie. » .....	71
A. Introduction et objectifs .....	73
I. Simulation d'objets déformables et modèles numériques en médecine .....	73
II. Problème considéré et organisation du chapitre .....	76

## Table des matières

B. Principes de base de la méthode des éléments finis .....	79
I. Outils mathématiques de la mécanique des milieux continus .....	81
II. Lois de conservation .....	89
III. Lois de comportement – Modèles rhéologiques.....	91
C. Modélisations biomécaniques du sein.....	95
I. État de l’art .....	95
a. Anatomie et mécanique du sein normal.....	96
i. Structure peau .....	98
ii. Structure adipeuse .....	99
iii. Structure glandulaire .....	99
b. Approches de modélisation biomécanique .....	100
i. Géométrie de compression et conditions de chargement.....	104
ii. Modèles rhéologiques et paramétrisation .....	107
iii. Limitations des approches.....	108
D. Modélisation de la compression mécanique d’un examen de mammographie par la méthode des éléments finis .....	111
I. Choix d’un modèle théorique.....	111
a. Modélisation de la géométrie continue du problème .....	111
b. Discrétisation spatiale ou maillage.....	114
c. Modèles rhéologiques et paramétrisation des modèles.....	117
d. Conditions initiales, aux limites et de chargement.....	118
e. Résultats sur modèle théorique .....	120
i. Considération d’un modèle rhéologique linéaire élastique .....	120
ii. Considération d’un modèle rhéologique hyperélastique néo-hookien .....	126
f. Passage aux données construites à partir d’une IRM mammaire .....	133
II. Discussions et perspectives .....	135
Chapitre 3 : « Vers un concept d’individualisation de la dose absorbée en mammographie numérique ? » .....	137
A. Principes physiques, objectifs et compromis d’un examen.....	139
B. Chaîne de mammographie numérique.....	144
I. <i>Sénographe Essential</i> de GE healthcare.....	144
a. Éléments de la chaîne de mammographie numérique .....	144
b. Tube à rayons X du <i>Sénographe Essential</i> de GE Healthcare.....	146
i. Éléments physiques du tube.....	146
ii. Paramètres du tube et influence au niveau du spectre .....	147
iii. Caractérisation d’un faisceau de basse énergie .....	148
II. Modélisations spectrales théoriques du faisceau.....	150
a. Modélisation spectrale par méthode semi-empirique.....	150
b. Modélisation spectrale par méthode empirique .....	151
c. Modélisation spectrale par méthode de Monte-Carlo .....	154

## Table des matières

C. Approche analytique de détermination d'une dose absorbée en mammographie numérique .....	155
I. Approches analytiques de détermination .....	156
II. Limitations de la détermination analytique .....	162
D. Vers le concept de dosimétrie individualisée ? .....	165
I. Simulation de Monte-Carlo du tube à rayons X .....	165
a. Géométrie du tube à rayons X.....	165
b. Considérations physiques de la simulation.....	167
c. Résultats .....	171
i. Mesures expérimentales .....	171
ii. Modélisations spectrales empiriques.....	173
iii. Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo .....	175
iv. Synthèse des résultats .....	178
II. Vers le concept de dosimétrie individualisée .....	179
a. Résultats.....	182
b. Conclusions et perspectives .....	186
Conclusions et perspectives.....	189
Annexe .....	195
Références .....	199
Contributions .....	213



## Table des illustrations

Fig. 1	Protocole de prise en charge clinique en sénologie : les diverses modalités investiguées. ....	2
Fig. 2	Exemple de processus permettant la création d'un fantôme mathématique. ....	11
Fig. 3	Fantômes mathématiques : fantôme du MIRL, fantôme de Kramer et fantôme de Stabin. ....	12
Fig. 4	À gauche : Grille régulière de voxels issue d'une acquisition clinique. À droite : Représentation d'une géométrie continue à l'aide d'une grille de pas régulier. ....	14
Fig. 5	Représentation maillée tridimensionnelle construite à partir d'éléments tétraédriques. ....	15
Fig. 6	Illustration du concept de partition d'un ensemble de données. ....	17
Fig. 7	Approximation de la fonction de densité de probabilité d'une loi de Rice par une fonction de densité de probabilité d'une loi de Rayleigh. ....	28
Fig. 8	Approximation de la fonction de densité de probabilité d'une loi de Rice par une fonction de densité de probabilité d'une loi de Gauss. ....	29
Fig. 9	Illustration des effets de volume partiel dans les volumes d'IRM mammaire. ....	29
Fig. 10	Approche de segmentation automatique d'IRM du sein à l'aide d'une étape de débruitage et d'une étape de segmentation des données débruitées. ....	32
Fig. 11	Vue tridimensionnelle en coupe des structures internes du sein en IRM. ....	33
Fig. 12	Comportement de la fonction de contrôle de la diffusion pour différentes valeurs du paramètre de seuil d'amplitude. ....	35
Fig. 13	Comportement de la fonction de flux pour différentes valeurs du paramètre de seuil d'amplitude. ....	37
Fig. 14	Mise à l'échelle des flux pour différentes valeurs du paramètre de seuil d'amplitude. ....	38
Fig. 15	Système de cliques d'une image bidimensionnelle considérée en 8-connexité. ....	45
Fig. 16	Évaluation qualitative des performances du débruitage automatique par processus de diffusion anisotrope : (a) vérité terrain, (b) version floutée et bruitée (10 :1/2) et (c) version débruitée à l'aide d'une estimation automatique et conjointe des paramètres. ....	54
Fig. 17	Évolution du paramètre de seuil d'amplitude du gradient en fonction du temps : les images 1, 2 et 3 sont corrompues respectivement par des niveaux de bruit faible, moyen et élevé, tandis que le niveau de flou est fixé. ....	55
Fig. 18	Évolution du critère PSNR en fonction du temps : les images 1, 2 et 3 sont corrompues respectivement par des niveaux de bruit faible, moyen et élevé, tandis que le niveau de flou est fixé. ....	56
Fig. 19	Évaluation qualitative de la diffusion anisotrope préalable à la segmentation : (a) image débruitée dans le cas d'une donnée perturbée par des niveaux moyens de bruit et de flou, (b) clustering K-means sans débruitage préalable et (c) clustering K-means avec débruitage préalable. ....	57
Fig. 20	Données synthétiques : calcul du coefficient de similarité de Jaccard sur l'ensemble des cas étudiés et pour différents schémas de segmentation. ....	58
Fig. 21	Évaluation qualitative de la diffusion anisotrope en IRM pondérée T1 (patient 8) : (a) coupe originale, (b) résultat du débruitage conduit avec estimation automatique des paramètres. ....	60
Fig. 22	Évolution du paramètre de seuil d'amplitude de gradient en fonction du temps dans le cas de données cliniques. ....	61
Fig. 23	Exemple de segmentation dure obtenue par une étape de débruitage automatique suivie d'une étape de clustering K-means : (a) coupe débruitée et (b) coupe classifiée en classes pures. ....	62
Fig. 24	Estimation des paramètres du modèle de mesure pour les trois classes pures. ....	62
Fig. 25	Exemple de segmentation : (a) volume original, (b) classification en 5 classes et (c) vue tridimensionnelle des structures. ....	64
Fig. 26	Exemple d'estimation de coefficients de volume partiel. ....	64
Fig. 27	Métrique de similarité de Jaccard entre segmentations manuelle et automatique pour le jeu de données cliniques considéré. ....	65
Fig. 28	Fantôme mesh individuel conçu à partir d'une segmentation discrète. ....	68
Fig. 29	Examen classique de mammographie : (a) compression mécanique cranio-caudale, (b) compression mécanique médio-latérale oblique, (c) mammogramme cranio-caudal droit (RCC), (d) mammogramme médio-latéral oblique droit (RMLO). ....	76
Fig. 30	Représentation lagrangienne et représentation eulérienne. ....	83
Fig. 31	Anatomie du sein normal. ....	97
Fig. 32	Géométrie de compression du sein. ....	104
Fig. 33	Modèle de compression basé sur une condition de déplacement imposée en surface. ....	105
Fig. 34	Configurations déformées obtenues selon une condition de déplacement imposée en surface du maillage. ....	106

## Table des illustrations

Fig. 35 Configurations déformées obtenues avec modélisation explicite des contacts. ....	107
Fig. 36 Géométrie continue de la compression mécanique cranio-caudale d'un examen. ....	112
Fig. 37 Discrétisation spatiale n°1 et distribution spatiale de la qualité des éléments. ....	115
Fig. 38 Discrétisation spatiale n°2 et distribution spatiale de la qualité des éléments. ....	116
Fig. 39 Modélisation explicite d'un contact axisymétrique. ....	119
Fig. 40 Modèle linéaire élastique : variation du critère de surface en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. ....	121
Fig. 41 Modèle linéaire élastique : évolution du critère de largeur maximale en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. ....	122
Fig. 42 Modèle linéaire élastique : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point B. ....	123
Fig. 43 Modèle linéaire élastique : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du premier jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale. ....	124
Fig. 44 Modèle linéaire élastique : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du deuxième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale. ....	124
Fig. 45 Modèle linéaire élastique : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du troisième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale. ....	125
Fig. 46 Modèle hyperélastique néo-hookien : variation du critère de surface en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. ....	127
Fig. 47 Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère de largeur maximale en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. ....	128
Fig. 48 Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point B. ....	129
Fig. 49 Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point F. ....	129
Fig. 50 Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point J. ....	130
Fig. 51 Modèle hyperélastique néo-hookien : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du premier jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale. ....	131
Fig. 52 Modèle hyperélastique néo-hookien : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du deuxième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale. ....	131
Fig. 53 Modèle hyperélastique néo-hookien : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du troisième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale. ....	132
Fig. 54 Compression mécanique cranio-caudale d'un examen de mammographie : considération d'une déformation de 50%. ....	134
Fig. 55 Compression mécanique cranio-caudale d'un examen de mammographie : considération d'une déformation de 50% (second angle de vue). ....	134
Fig. 56 Principes de base de formation de l'image en mammographie numérique. ....	141
Fig. 57 Fantôme <i>MTM100</i> utilisé pour le contrôle qualité des installations de mammographie. ....	142
Fig. 58 <i>Sénographe Essential</i> de <i>GE Healthcare</i> . ....	145
Fig. 59 Exemple d'une modélisation spectrale obtenue à partir du modèle MASMIP de Boone : considération d'un couple anode-filtration <i>Mo/Mo</i> pour une tension de pointe 27 kV ainsi que de l'atténuation provoquée par la traversée de 3 mm PMMA et de 50 cm d'air. ....	152

## Table des illustrations

Fig. 60 Exemple d'une modélisation spectrale obtenue à partir du modèle MASMIP de Boone : considération d'un couple anode-filtration <i>Mo/Rh</i> pour une tension de pointe 28 kV ainsi que de l'atténuation provoquée par la traversée de 3 mm PMMA et de 50 cm d'air. ....	153
Fig. 61 Exemple d'une modélisation spectrale obtenue à partir du modèle RASMIP de Boone : considération d'un couple anode-filtration <i>Rh/Rh</i> pour une tension de pointe 29 kV ainsi que de l'atténuation provoquée par la traversée de 3 mm PMMA et de 50 cm d'air. ....	153
Fig. 62 Exemple de fantôme utilisé pour l'évaluation de la dose glandulaire moyenne. ....	157
Fig. 63 Recommandations géométriques pour une détermination de la dose absorbée. ....	158
Fig. 64 Distribution d'épaisseur sous compression pour un échantillon de 1350 patientes considérées dans le cadre d'un programme de dépistage. ....	163
Fig. 65 Dépendance entre la dose glandulaire moyenne évaluée par l'approche analytique et l'épaisseur sous compression : considération d'un échantillon de 912 expositions. ....	163
Fig. 66 Représentation schématique de la géométrie considérée dans le cadre de la simulation de Monte-Carlo d'un tube à rayons X. ....	165
Fig. 67 Modélisation de la géométrie de l'unité de production de rayons X au sein de la plateforme de simulation de Monte-Carlo GATE. ....	166
Fig. 68 Illustration du principe physique de la simulation : l'interaction d'une source d'électrons (rouge) conduit à la production d'un faisceau de photons (vert). ....	169
Fig. 69 Faisceau rectangulaire d'électrons venant impacter une cible et conduisant à la production d'un faisceau de photons. ....	169
Fig. 70 Illustration de la simulation du banc de mammographie numérique. ....	170
Fig. 71 Mesures expérimentales de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie. ....	171
Fig. 72 Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo : confrontation du modèle empirique et de la simulation pour un couple anode-filtration <i>Mo/Mo</i> et une tension de pointe de 28 kV. ....	176
Fig. 73 Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo : confrontation du modèle empirique et de la simulation pour un couple anode-filtration <i>Mo/Rh</i> et une tension de pointe de 29 kV. ....	176
Fig. 74 Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo : confrontation du modèle empirique et de la simulation pour un couple anode-filtration <i>Rh/Rh</i> et une tension de pointe de 30 kV. ....	177
Fig. 75 Exemple de fantôme issu de la voxélisation d'un maillage déformé. ....	180
Fig. 76 Mammogramme synthétique issu de la projection du fantôme voxélisé le long de l'axe supérieur-inférieur. ....	180
Fig. 77 Évolution des coefficients de conversion en fonction de la CDA pour le couple anode-filtration <i>Mo/Mo</i> . ....	183
Fig. 78 Évolution des coefficients de conversion en fonction de la CDA pour le couple anode-filtration <i>Mo/Rh</i> . ....	184
Fig. 79 Évolution des coefficients de conversion en fonction de la CDA pour le couple anode-filtration <i>Rh/Rh</i> . ....	184
Fig. 80 Considération généraliste du chargement d'un domaine. ....	195
Fig. 81 Schéma logique de description d'un problème quelconque. ....	196

## Table des illustrations

Tab. 1 Récapitulatif des différentes approches de segmentation. ....	22
Tab. 2 Données synthétiques : coefficient de Jaccard moyen sur l'ensemble des cas étudiés pour plusieurs schémas de segmentation. ....	58
Tab. 3 Données cliniques : coefficient de Jaccard moyen sur l'ensemble des patientes pour différents schémas de segmentation et la considération des trois classes pures. ....	66
Tab. 4 Caractéristiques mécaniques rapportées pour les trois structures d'intérêt du sein. ....	100
Tab. 5 Tableau récapitulatif des différentes approches de modélisation biomécanique. ....	101
Tab. 6 Modèles rhéologiques et caractéristiques mécaniques assignées. ....	108
Tab. 7 Côtes géométriques du problème continu considéré et fractions surfaciques associées. ....	113
Tab. 8 Caractéristiques numériques de la discrétisation spatiale n°1. ....	114
Tab. 9 Caractéristiques numériques de la discrétisation spatiale n°2. ....	115
Tab. 10 Coefficients rhéologiques assignés pour les différentes configurations étudiées. ....	118
Tab. 11 Compositions chimiques élémentaires des tissus glandulaires, adipeux et d'un mélange homogène 50-50. ....	157
Tab. 12 Exemples de facteurs de rétrodiffusion. ....	159
Tab. 13 Facteurs de conversion $g$ (mGy/mGy) pour des épaisseurs sous compression de 2 à 11 cm et des CDA appartenant à la gamme [0,30 - 0,60] mm d'aluminium. ....	160
Tab. 14 Facteurs de conversion $s$ (SU) pour différents couples anode-filtration. ....	160
Tab. 15 Facteurs de conversion $c$ pour des glandularités de 0,1 à 100% des épaisseurs sous compression de 2 à 11 cm et des CDA appartenant à la gamme [0,30 - 0,60] mm d'aluminium. ....	161
Tab. 16 Facteurs de conversion $c$ pour des glandularités de 0,1 à 100% des épaisseurs sous compression de 2 à 11 cm et des CDA appartenant à la gamme [0,30 - 0,60] mm d'aluminium. ....	162
Tab. 17 Détails géométriques des trois configurations anode-filtration considérées dans la simulation de Monte-Carlo. ....	166
Tab. 18 Paramètres expérimentaux de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Mo/Mo$ . ....	172
Tab. 19 Paramètres expérimentaux de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Mo/Rh$ . ....	172
Tab. 20 Paramètres expérimentaux de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Rh/Rh$ . ....	173
Tab. 21 Paramètres empiriques de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Mo/Mo$ . ....	174
Tab. 22 Paramètres empiriques de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Mo/Rh$ . ....	174
Tab. 23 Paramètres empiriques de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Rh/Rh$ . ....	174
Tab. 24 Simulation de Monte-Carlo : paramètres de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Mo/Mo$ . ....	177
Tab. 25 Simulation de Monte-Carlo : paramètres de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Mo/Rh$ . ....	177
Tab. 26 Simulation de Monte-Carlo : paramètres de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration $Rh/Rh$ . ....	178
Tab. 27 Synthèse des résultats pour le critère de la première CDA : comparaison entre mesures expérimentales, modélisations empiriques et simulations de Monte-Carlo. ....	178
Tab. 28 Évaluation des coefficients de conversion par approche analytique et par simulation de Monte-Carlo dans le cas d'un couple anode-filtration $Mo/Mo$ . ....	182
Tab. 29 Évaluation des coefficients de conversion par approche analytique et par simulation de Monte-Carlo dans le cas d'un couple anode-filtration $Mo/Rh$ . ....	182
Tab. 30 Évaluation des coefficients de conversion par approche analytique et par simulation de Monte-Carlo dans le cas d'un couple anode-filtration $Rh/Rh$ . ....	183

## Liste des abréviations

ALARA As Low As Reasonably Achievable  
CAD Computer Aided Design  
CC incidence Crânio-Caudale  
CDA Couche de Demi-Atténuation  
CSDA Continuous Slowing Down Approximation  
DOSIS DOsimetry SIMulation Studies  
EDP Équation aux Dérivées Partielles  
EGS4 Electron Gamma Shower version 4  
EM Expectation Maximization (espérance-maximisation)  
FCM Fuzzy C-Means (C-Moyens flous)  
FEM Finite Element Method (méthode des éléments finis)  
GATE GEANT4 Application for Emission Tomography  
GEANT4 GEometry And Tracking, version 4  
HPP Hypothèse de Petites Perturbations  
ICM Iterated Conditionnal Modes  
ICRP International Commission on Radiological Protection (CIRP)  
ICRU International Commission on Radiation Units and Measurements  
INCA Institut National du Cancer  
IPEM Institute of Physics and Engineering in Medicine  
IRM Imagerie par Résonance Magnétique  
KERMA Kinetic Energy Released per unit Mass  
MAD Median absolute Deviation (écart absolu à la médiane)  
MAP Maximum *A Posteriori*  
MASMIP Molybdenum Anode Spectral Model using Interpolating Polynomials.  
MCNP Monte Carlo N-Particules  
MGD Mean Glandular Dose (Dose Glandulaire Moyenne)  
MIRD Medical Internal Radiation Dose  
MLO incidence Médio-Latérale Oblique  
MRF Markov Random Field (champ aléatoire de Markov)  
NIH National Institutes of Health  
NIST National institute of standards and technology  
N3 Nonparametric Nonuniformity Normalization  
PENELOPE PENetration and Energy LOss of Positrons and Electrons  
PMMA Polyméthacrylate de méthyle  
PSNR Peak Signal-to-Noise Ratio (rapport signal sur bruit de crête)  
PVE Partial Volume Effect (EVP, Effet de Volume Partiel)  
RASMIP Rhodium Anode Spectral Model using Interpolating Polynomials.  
SNR Signal-to-Noise Ration (rapport signal sur bruit)  
TASMIP Tungsten Anode Spectral Model using Interpolating Polynomials.  
TDM Tomodensitométrie  
TEP Tomographie par Émission de Positons



## Introduction

**A**ussi bien à l'échelle de notre pays qu'à l'échelle mondiale, le cancer du sein est le cancer le plus répandu et le plus meurtrier chez la femme [INCA, 2013], avec environ 1,3 millions de nouveaux cas diagnostiqués chaque année à l'échelle mondiale. Un des plus grands succès dans la lutte contre ce cancer est le déclin du taux de mortalité observé au cours des vingt dernières années [Jemal *et al.*, 2010]. La plupart des experts relie cette diminution à deux principaux facteurs qui sont les améliorations apportées par l'instauration de programmes nationaux de dépistage de masse et par les améliorations apportées au niveau des traitements. D'un point de vue du dépistage, la mammographie constitue la modalité de référence, ou *gold standard*, et certaines estimations tendent à montrer que cette modalité seule serait responsable de 28 à 65% de la réduction de la mortalité selon les hypothèses et les projections retenues [Berry *et al.*, 2005]. Malheureusement et comme pour toute modalité, le bénéfice apporté par la mammographie est inégal selon les patientes. Par exemple, cet examen peut présenter certaines limitations en terme de sensibilité chez la femme jeune ou encore une mauvaise spécificité pour certains types de tumeurs. Ainsi, la sensibilité rapportée est de 90% pour la tranche d'âge 60 – 69 ans, tandis qu'elle est abaissée à 75% pour la tranche d'âge 40 – 49 ans [NIH, 1997]. Ces observations sont à rapprocher bien sûr de la typologie de l'organe examiné, avec par exemple un sein plus dense chez la femme jeune, mais sont également à rapprocher des limitations intrinsèques de la modalité qui consiste en l'interprétation d'une image de projection sur un plan bidimensionnel de structures tridimensionnelles complexes et compressées. Cet examen de première intention s'adresse en grande majorité à des patientes asymptomatiques suivies dans le cadre d'un dépistage et, compte tenu du risque faible mais significatif d'induction de cancer, de la répétition des examens au cours de la vie ainsi que de la radiosensibilité de l'organe dont le facteur de pondération tissulaire a été rehaussé de 0,05 à 0,12 par l'ICRP<sup>1</sup>, le critère de dose absorbée constitue une grandeur essentielle que l'on se doit d'évaluer le plus justement possible. Ce critère de dose absorbée est aujourd'hui adressé à travers l'utilisation de fantômes mathématiques et physiques simples et destinés à représenter une patiente *standard* examinée sous des conditions

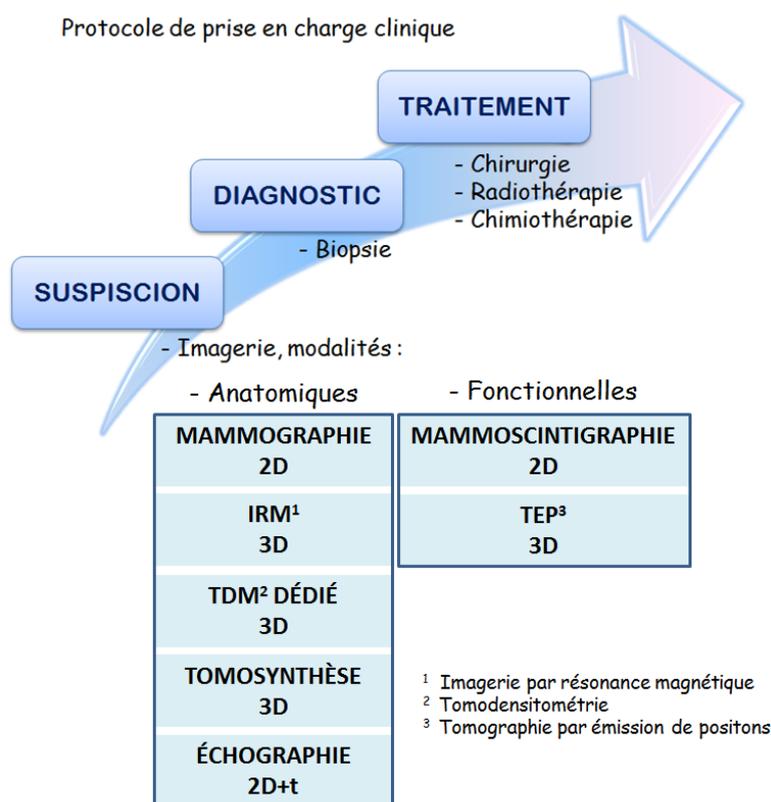
---

<sup>1</sup> ICRP : *International Commission on Radiological Protection*.

## Introduction

d'exposition *standards*, mais n'est en aucun cas individualisé. De fait, ce modèle analytique n'inclut pas les spécificités individuelles en termes de géométrie, de répartition spatiale des divers tissus, de composition ou autre. Nous proposons dans le cadre de ce travail de conduire une réflexion sur la possibilité d'individualiser davantage ce critère.

Pour ce faire et puisque la mammographie ne permet que le recueil d'images bidimensionnelles, nous proposons d'exploiter une modalité complémentaire qui est ici l'imagerie par résonance magnétique (IRM) mammaire. En effet en cas de mammographie douteuse ou non concluante, des examens complémentaires peuvent être demandés par le clinicien. Ainsi, de nombreuses modalités sont en cours d'investigation dans le domaine de la sénologie et il en résulte un protocole de prise en charge clinique non figé et potentiellement complexe, comme illustré en Fig. 1.



**Fig. 1 Protocole de prise en charge clinique en sénologie : les diverses modalités investiguées.**

Ces modalités se différencient par leur type qui peut être anatomique ou fonctionnel, par l'utilisation de dispositifs cliniques dédiés ou non à l'organe, par la nature du processus physique qui conduit à l'enregistrement d'un signal exploitable, par la

dimension des données acquises (2D ou 3D), ou encore par le positionnement de l'organe au cours de l'examen. Aucune de ces diverses modalités ne bénéficie d'un consensus pour la population générale de patientes, mais il semble que l'ajout de l'IRM à la mammographie permet d'améliorer la sensibilité de 58% dans le cadre du dépistage des femmes à haut risque [Warner *et al.*, 2008]. Cette modalité réalisée patiente positionnée en procubitus permet en particulier d'accéder à une information volumétrique de répartition des différents tissus au sein de l'organe. Nous proposons d'utiliser cette information anatomique tridimensionnelle pour conduire nos réflexions sur le critère de dose absorbée en mammographie numérique. Pour ce faire, le problème global est ainsi découpé en trois problèmes élémentaires qui sont :

- Concevoir un fantôme numérique spécifique à chaque patiente de cette étude (*i.e.* une modélisation) à partir de son examen IRM.
- Modéliser la transformation physique permettant le passage du positionnement mécanique de l'IRM au positionnement mécanique de la mammographie numérique.
- Intégrer cette configuration déformée au sein d'une simulation de Monte-Carlo en vue de l'étude de la propagation des rayonnements et de la dose absorbée en mammographie numérique.

Ce manuscrit est donc organisé de manière thématique selon trois chapitres.

**Chapitre 1 :** « Création automatique de fantômes numériques hybrides et individuels en représentation mesh à partir de données cliniques d'IRM mammaire. » Ce chapitre traite de la conception de fantômes, c'est-à-dire de la création de modélisations de l'anatomie. Par soucis de réalisme, cette conception se fonde sur une segmentation des volumes cliniques d'IRM mammaire, c'est-à-dire sur la recherche d'une information condensée où les entités anatomiques similaires au sens d'un critère sont regroupées. Ce chapitre passe en revue les divers types de fantômes, les diverses méthodes de segmentation ainsi que les divers artefacts d'imagerie venant entacher le signal enregistré en IRM et par extension venant perturber la méthodologie de segmentation. À l'issue de cet état de l'art, une méthode de

segmentation automatique des volumes cliniques est proposée. Celle-ci se fonde sur une élimination des artefacts perturbant le signal et sur une approche de modèle statistique de champ de Markov. Les performances de la méthode sont évaluées sur données synthétiques et sur données cliniques, ce qui conduit pour ces dernières à la création automatique de fantômes numériques en représentation voxélique. Afin de pouvoir modéliser une transformation physique sur ces entités (chapitre 2), un passage en représentation maillée est également décrit.

**Chapitre 2 :** « Modélisation de la compression mécanique d'un sein au cours d'un examen de mammographie. » Ce chapitre traite de la modélisation de la transformation permettant le passage du référentiel de l'IRM au référentiel de la mammographie. Les grandes déformations impliquées lors de ce changement de référentiel ne permettent pas l'emploi des méthodes classiques de recalage qui conduisent à la production de solutions physiquement implausibles, et l'utilisation de méthodes basées sur une formulation physique de la transformation s'avère donc nécessaire. La méthode des éléments finis est mise en œuvre dans ce travail, et celle-exploite une discrétisation des lois fondamentales de la mécanique des milieux continus. Un rappel des notions élémentaires de la méthode des éléments finis et de mécanique des milieux continus est ainsi proposé. Dans le cadre de ces approches le comportement physique du milieu sert au guidage de la transformation et des points de mécanique du sein sont donc présentés. Un état de l'art et une discussion des différentes approches de modélisation biomécaniques liées au domaine de la sénologie est proposé, puis sur la base des forces et faiblesses des différentes approches un modèle théorique de transformation est posé. Ce modèle de transformation est d'abord appliqué sur une structure simple, puis est étendu à la compression de fantômes maillés créés au chapitre 1 de ce manuscrit. À l'issue de ce chapitre, nous disposons donc de fantômes maillés reproduisant les conditions de positionnement d'un examen de mammographie.

**Chapitre 3 :** « Vers un concept d'individualisation de la dose absorbée en mammographie numérique ? » Ce chapitre traite de l'évaluation de la dose absorbée en mammographie numérique. Celle-ci repose aujourd'hui sur l'utilisation de coefficients de conversion calculés pour des géométries *standards* sous des conditions d'exposition *standards*, et dépend principalement de trois facteurs qui

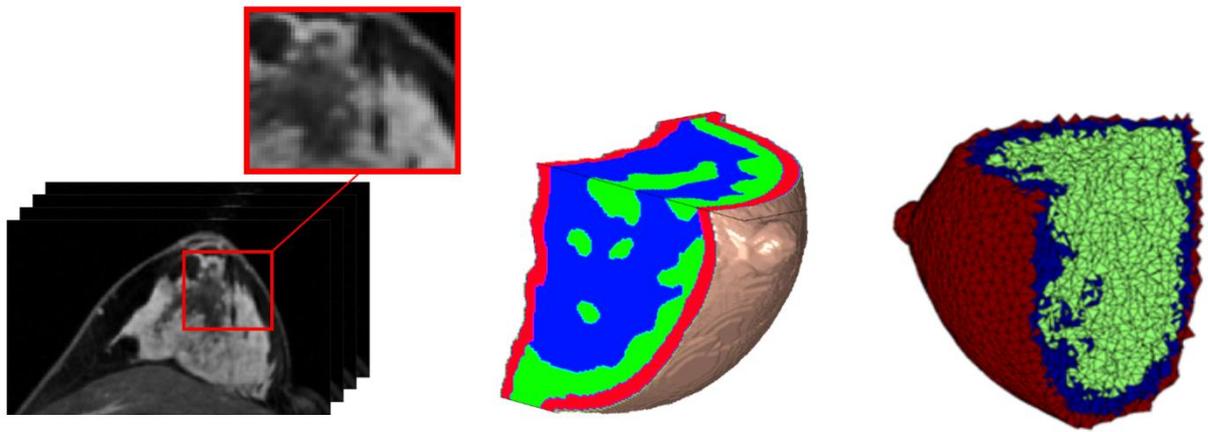
## Introduction

sont les caractéristiques du faisceau utilisé pour conduire l'examen, la forme et la composition du modèle géométrique de l'organe et en particulier sa fraction glandulaire, ainsi que son épaisseur sous compression. Les mesures physiques n'étant pas accessibles, nous proposons d'approcher ces points par simulation de Monte-Carlo. Ainsi, le comportement de la chaîne de mammographie numérique est reproduit en vue d'études par simulations numériques. Cette chaîne est tout d'abord présentée dans sa globalité avec un accent particulier placé sur l'unité de production de rayons  $X$  et sur les approches permettant la modélisation spectrale d'un faisceau de rayons  $X$  de basse énergie. Puis la méthode actuelle de détermination d'une dose glandulaire moyenne est présentée, et les limitations de cette approche analytique sont décrites. Nous nous intéressons par la suite à la reproduction de la distribution spectrale d'un faisceau par modélisation de Monte-Carlo, et les résultats obtenus sont confrontés à des modélisations empiriques ainsi qu'à des mesures expérimentales. Pour terminer cette étude, les distributions énergétiques reproduites par simulation sont utilisées au sein d'une simulation intégrant une configuration déformée de l'organe, permettant ainsi l'estimation de coefficients de conversion et la comparaison de ceux-ci avec les facteurs classiques sur lesquels s'appuie aujourd'hui la méthodologie de détermination analytique.



## Chapitre 1 :

« Création automatique de fantômes numériques hybrides et individuels en représentation mesh à partir de données cliniques d'IRM mammaire. »





**N**ous avons énoncé en introduction de ce manuscrit les objectifs qui ont motivé ce premier chapitre, à savoir la création de fantômes numériques hybrides individuels à partir de données cliniques d'imagerie par résonance magnétique (IRM) mammaire. La place de l'IRM mammaire en sénologie a été brièvement décrite précédemment, et nous allons nous focaliser dans ce chapitre sur la création de fantômes. Commençons donc par exposer brièvement ce que nous appellerons fantôme, et ses diverses utilités dans le domaine.

## **A. Introduction et objectifs**

Plusieurs catégories structurelles de fantômes destinées à reproduire l'anatomie humaine ou à mimer certaines fonctionnalités de celle-ci (activité électrique, vascularisation...) ont été proposées dans la littérature. L'objectif de ces modélisations est d'aboutir à une meilleure compréhension des phénomènes observables, d'identifier les relations pouvant exister et *in fine* de proposer une conceptualisation de la connaissance acquise. Pour ce qui concerne le domaine de la physique médicale, une grande majorité des fantômes conçus sont soit destinés à être directement intégrés dans des applications dosimétriques reposant sur un code de Monte-Carlo, soit destinés à l'étude de l'optimisation des dispositifs cliniques. Un état de l'art très complet des différents développements associés aux modèles anatomiques utilisés en physique médicale a été proposé par une série de contributeurs [Xu and Eckerman, 2010]. Dans le cas particulier du sein et pour le problème que nous considérons dans ce manuscrit, le fantôme n'est pas directement intégré dans un code de Monte-Carlo mais doit tout d'abord être déformé pour correspondre au positionnement de la mammographie (passage du référentiel de l'IRM au référentiel de la mammographie). Cette transformation est abordée au chapitre 2 de ce manuscrit et repose sur l'utilisation de la méthode des éléments finis. Cette dernière requiert l'intégration d'entités maillées pouvant être déformées, et les fantômes numériques devront donc respecter les spécificités propres de la méthode. Par souci de simplicité et en accord avec la littérature, nous regrouperons les différents fantômes en deux principales catégories : les fantômes mathématiques (ou géométriques) et les fantômes voxélisés (ou segmentés).

### I. Fantômes mathématiques

Les fantômes mathématiques permettant de représenter les structures anatomiques du sein sont les plus simples et les plus anciens. Ils ont été utilisés notamment pour approcher certains problèmes liés au domaine de la sénologie :

- En mammographie (imagerie 2D de projection) pour essayer de rationaliser le mécanisme de visibilité et de contraste des structures et des différentes lésions présentes dans les mammogrammes<sup>2</sup> [Gong *et al.*, 2006]. Ce type d'étude s'intéresse majoritairement à l'optimisation de la qualité d'image à moindre dose absorbée par la patiente et nécessite donc la création de mammogrammes synthétiques [Bakic *et al.*, 2002a] [Bakic *et al.*, 2002b] [Bakic *et al.*, 2003].
- En imagerie émergente du sein (hors mammographie) pour évaluer et optimiser les performances de ces nouvelles modalités, se positionnant ainsi en amont du lancement d'une étude clinique. L'exemple par excellence est celui de la tomosynthèse<sup>3</sup> mammaire pour laquelle il a été nécessaire de quantifier le nombre de projections à acquérir et la dose absorbée résultante. De plus, le développement et l'évaluation des algorithmes de reconstruction propres à ce mode d'acquisition ont aussi été abordés à l'aide de ce type de fantômes [Chawla *et al.*, 2009] [Bakic *et al.*, 2011].
- Pour des applications autres, telles que des études portant sur les transformations spatiales entre plusieurs positionnements de l'organe, des études dosimétriques [Chen *et al.*, 2011a], des simulateurs destinés à la formation d'étudiants...

Ces fantômes mathématiques reposent sur l'utilisation d'une combinaison potentiellement complexe de primitives géométriques dont les formes sont simples. Les formes couramment utilisées sont par exemple les cubes, les cylindres, les prismes, les pyramides, les sphères, et de manière plus générale toute forme pouvant être paramétrée et décrite par une ou plusieurs équations. Une fois les formes

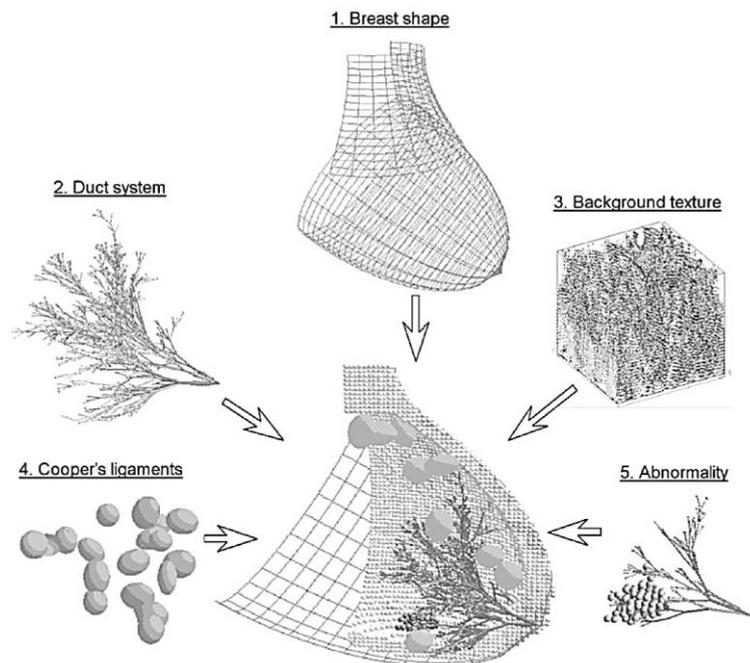
---

<sup>2</sup> Le terme *mammogramme* fait référence au cliché résultant d'une acquisition de mammographie.

<sup>3</sup> La *tomosynthèse* est une modalité émergente permettant l'acquisition d'un volume par rotation du tube à rayons X couplée à une étape de reconstruction à partir d'un faible nombre de projections.

## Chapitre 1

définies, l'utilisation d'opérations issues de l'algèbre de Boole permet d'aboutir à des fantômes géométriquement assez complexes comme illustré en Fig. 2, et qui possèdent notamment une propriété de flexibilité très pertinente pour la représentation d'une large variété d'anatomies. Initialement très simples et bidimensionnels ces fantômes sont aujourd'hui bien plus complexes et incluent des concepts mathématiques relativement avancés comme par exemple l'utilisation de structures fractales pour la modélisation de l'aspect texturé des mammogrammes [Burgess *et al.*, 2001]. La propriété de flexibilité concerne la morphologie qui est modélisée mais également la compression du fantôme original par modification des primitives décrites analytiquement, et serait donc tout à fait souhaitable pour notre problématique. Néanmoins, malgré la potentielle richesse de la modélisation géométrique le réalisme de tels fantômes à représenter l'anatomie du sein et le réalisme des images simulées résultantes sont encore limités, et par conséquent les investigations concernant ces fantômes mathématiques permettant une description anatomique du type analytique n'iront pas plus loin dans ce manuscrit.



**Fig. 2 Exemple de processus global permettant la création d'un fantôme mathématique. Extrait de [Bliznakova *et al.*, 2003].**

On s'est intéressé ici au cas particulier du sein mais ce type de fantômes a également été utilisé pour représenter la globalité de l'anatomie humaine avec notamment le

premier fantôme représentant un adulte masculin moyen développé par le MIRD<sup>4</sup> [Snyder *et al.*, 1969], et ses diverses extensions du type fantôme féminin [Kramer *et al.*, 1991], fantôme pédiatrique [Cristy, 1980], ou encore fantôme féminin à différents stades de la grossesse [Stabin *et al.*, 1995]. Les domaines d'applications de ces fantômes sont l'évaluation dosimétrique en radiologie diagnostique, en médecine nucléaire et en radioprotection. Des exemples de tels fantômes sont présentés en Fig. 3.

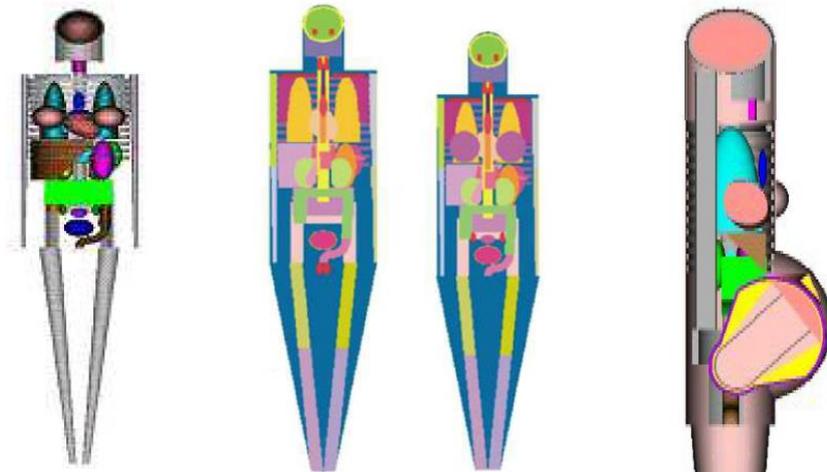


Fig. 3 Exemples de fantômes mathématiques (de gauche à droite): fantôme du MIRD, fantôme de Kramer et fantôme de Stabin. Extrait de [Farah, 2011].

## II. Fantômes voxélisés

L'autre classe de fantômes dits voxélisés ou encore segmentés sont créés à partir de la segmentation et/ou de la classification de volumes cliniques et sont donc du type individuel dans le sens où chaque fantôme est associé au volume clinique d'un(e) patient(e). Usuellement, les deux modalités utilisées si l'on considère le cas du sein sont la tomodensitométrie dédiée (*dedicated breast CT*) [Li *et al.*, 2009] [Hsu *et al.*, 2011] et l'IRM [Schnabel *et al.*, 2003] [Mertzanidou *et al.*, 2012]. Dans ce type d'approche les tissus sont segmentés et les segmentations sont validées par un radiologue d'expérience avant que les données ne soient utilisées pour créer une représentation tridimensionnelle des tissus.

<sup>4</sup> MIRD : *Medical Internal Radiation Dose*.

Plusieurs limitations et avantages inhérents à la méthodologie de conception peuvent être mentionnés :

- Si la méthode de segmentation retenue est manuelle, le résultat produit est donc opérateur-dépendant, ce qui n'est pas souhaitable.
- Certains tissus exhibent un contraste limité et sont donc difficiles à segmenter même pour un opérateur humain. Plusieurs solutions peuvent être envisagées au cours de l'acquisition clinique, comme par exemple l'injection d'un produit de contraste, l'utilisation de volumes mieux résolus ou l'utilisation d'autres modalités. Quelle que soit la solution retenue, elle résultera nécessairement d'un compromis entre dose absorbée, durée d'acquisition, et introduction de flous de bougés physiologiques (respiration, battements cardiaques...) ou volontaires.
- Ces modélisations sont inadaptées à représenter la variabilité anatomique d'une population de patients(es) et l'ajustement d'un fantôme voxélisé est limité à une mise à l'échelle des voxels, ce qui en fait des entités plutôt rigides sous leur représentation traditionnelle, à savoir une représentation sous forme d'une grille régulière tridimensionnelle dont les dimensions sont dérivées des dimensions initiales du volume clinique (Fig. 4, à gauche).
- Ces fantômes peuvent être d'un grand réalisme anatomique car ils sont basés sur une segmentation des données cliniques.
- D'un point de vue du stockage informatique, l'utilisation d'une grille de pas régulier est très pratique car l'encodage implicite des positions spatiales est aisé, mais la description des géométries complexes se trouve donc approximée par cette voxélisation, comme illustré en Fig. 4. Sous cette forme de représentation numérique, ces fantômes sont également directement intégrables dans des codes de Monte-Carlo en vue d'études dosimétriques.





Fig. 4 À gauche : Grille régulière de voxels issue d'une acquisition clinique. À droite : Représentation d'une géométrie continue à l'aide d'une grille de pas régulier (*Post-it War*, la Défense, Paris).

Ces fantômes voxélisés ont été développés spécifiquement pour le sein dans les travaux précités, mais également pour la représentation de la globalité de l'anatomie humaine. Au niveau mondial, le *Visible Human Project* dirigé par la NIH<sup>5</sup> aux États-Unis a été le principal travail fondateur en modélisation de l'*humain numérique*, et il inspire encore aujourd'hui de nombreuses réalisations dans des domaines connexes tels que la visualisation avancée des données, la réalité virtuelle dédiée aux simulateurs médicaux ou encore les plateformes d'apprentissage à distance. Une revue des différents fantômes voxélisés de la littérature a été proposée par Caon [Caon, 2004], et on notera également l'existence d'une communauté mondiale<sup>6</sup> convaincue du bénéfice apporté par le partage de données comme par exemple dans le cas du fantôme Zubal [Zubal *et al.*, 1994].

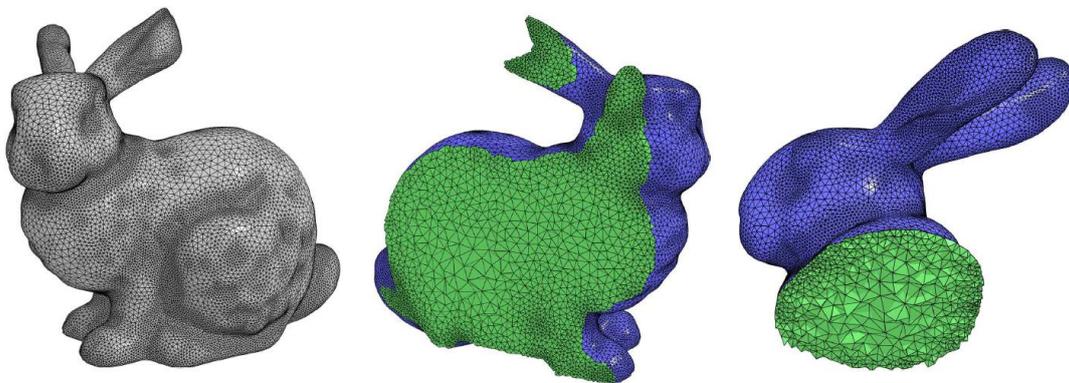
### III. Fantômes hybrides, extension des fantômes voxélisés

Pour notre problématique il est nécessaire de modéliser de grandes déformations ce qui n'est pas possible avec ce type d'entités dont l'ajustement est grossièrement limité à une mise à l'échelle. On va donc souhaiter conserver la qualité de réalisme apportée par l'utilisation de données cliniques segmentées, et la coupler à une propriété de grande flexibilité, conduisant ainsi selon certains auteurs à une troisième catégorie de fantômes dits *hybrides*. Il va donc être nécessaire à cette étape

<sup>5</sup> NIH : National Institutes of Health.

<sup>6</sup> <http://www.virtualphantoms.org/>

de trouver une représentation<sup>7</sup> numérique des données plus adaptée à notre problématique. On s'intéresse ici aux aspects d'analyse de données et de calcul numérique de la déformation des tissus, même si le lien avec la représentation des données et notamment le domaine de la conception assistée par ordinateur (CAD<sup>8</sup>) est très fort. Quelques notions concernant ce dernier point seront présentées en fin de chapitre. Le calcul numérique sera résolu à l'aide d'une méthode des éléments finis, et la représentation adéquate sera donc du type *mesh* ou *maillage*. Cette représentation recherche une discrétisation de la géométrie à l'aide de formes élémentaires simples (triangles, quadrangles, tétraèdres...) appelées éléments. Il va donc être nécessaire de déterminer les points ou nœuds permettant de représenter la structure et d'en déterminer la connectivité explicite. Bien que plus complexe qu'une représentation voxélisée, cette représentation est néanmoins parfaitement adaptée à notre problématique car le maillage formé peut être exploité dans un schéma de calcul en grande déformation posé à l'aide d'une méthode des éléments finis. Un exemple d'une représentation maillée tridimensionnelle des données (tétraèdres) est donné en Fig. 5 sur le cas du modèle de test du lapin de Stanford<sup>9</sup>.



**Fig. 5 Exemple de représentation maillée tridimensionnelle construite à partir d'éléments tétraédriques.**

Le volet concernant la résolution du problème en grande déformation est abordé au chapitre 2 de ce manuscrit. Nous exposerons ici uniquement la démarche permettant la création automatique de ce type de fantôme à l'aide d'une segmentation des données cliniques. Ce premier chapitre traite donc d'une part de la construction

<sup>7</sup> Le terme *représentation des données* ne fait pas référence ici à l'aspect de visualisation des données mais à la problématique de modélisation de l'information en vue d'un calcul numérique.

<sup>8</sup> CAD : *Computer Aided Design*.

<sup>9</sup> <http://www.cc.gatech.edu/~turk/bunny/bunny.html>

automatique de fantômes voxélisés individuels par segmentation et d'autre part de la création de fantômes maillés à partir de ces segmentations.

### **B. Segmentation automatique de volumes d'IRM mammaire à partir d'un modèle statistique de champ de Markov**

Les différentes modalités d'imagerie ont contribué grandement à l'amélioration des connaissances anatomiques (normales et anormales), et occupent aujourd'hui un rôle prépondérant dans la chaîne diagnostique mais également dans le processus de traitement. Conjointement au développement des modalités, l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs a permis le développement de méthodes de traitement et d'analyse des données médicales. Parmi toutes les méthodes de traitement, les algorithmes de segmentation ou de délimitation peuvent être employés pour de nombreuses tâches telles que la correction d'effet de volume partiel en imagerie fonctionnelle, la quantification [Hatt *et al.*, 2009], la localisation tumorale ou encore la chirurgie assistée par ordinateur [Glisson *et al.*, 2011] [Ferrari *et al.*, 2012].

#### **I. État de l'art : segmentation de données cliniques**

##### **a. Définition**

La segmentation est un processus qui consiste à rechercher une partition mathématique d'un ensemble de données  $\Omega$ , c'est-à-dire qui consiste à rechercher un ensemble de sous-ensembles qualifiés d'homogènes au sens d'un critère. Une illustration du concept de partition est présentée en Fig. 6 pour le cas particulier de la recherche d'une partition d'un ensemble  $\Omega$  en  $\mathcal{K} = 3$  sous-ensembles homogènes  $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$  au sens d'un critère qui est ici la couleur.

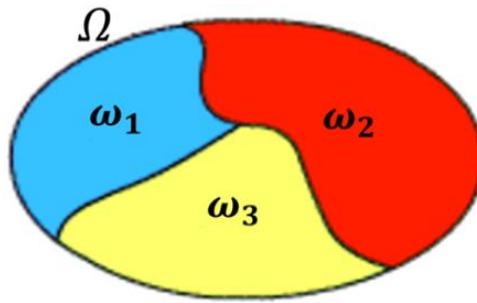


Fig. 6 Illustration du concept de partition d'un ensemble de données  $\Omega$  en trois sous-ensembles homogènes  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  au sens d'un critère qui est ici la couleur.

D'un point de vue mathématique, et en l'absence de recouvrements entre sous-ensembles de  $\Omega$  (*i.e.* recherche d'une partition non floue), il faudra donc respecter les deux conditions :

$$\omega_i \cap \omega_j = \emptyset \quad \forall i \neq j \quad \text{et} \quad \bigcup_{i=1}^K \omega_i = \Omega. \quad 1.(1)$$

Les sous-ensembles ou régions sont dits homogènes au sens d'un critère qui va devoir être fixé. La détermination d'une partition de *bonne* qualité obéit à deux préceptes qui sont d'une part la recherche d'une homogénéité maximale au sein de chaque sous-ensemble, et d'autre part la recherche de la dissemblance maximale entre sous-ensemble différents. On fait appel à cette étape aux notions de différence et de similarité telles que perçues par le système visuel humain. L'opération de segmentation conduit à une nouvelle description de l'information contenue dans l'ensemble  $\Omega$  en procurant une représentation condensée plus aisément exploitable. Idéalement, dans le cas des images<sup>10</sup> médicales les sous-ensembles trouvés correspondent à des régions anatomiques distinctes ou à des régions d'intérêt distinctes. Le critère permettant de juger la similarité peut être par exemple un critère basé sur la valeur d'intensité du signal physique recueilli durant l'acquisition ou un critère basé sur la caractérisation de la texture de cette intensité. Plusieurs méthodes de segmentation peuvent être employées pour les différentes modalités rencontrées en médecine, et le choix d'une méthode est guidé par l'application visée mais également par l'inspection visuelle des images que l'on va chercher à segmenter. En toute rigueur, les méthodes de *segmentation* peuvent être distinguées des méthodes dites de *classification* dans le sens où ces dernières autorisent la recherche d'ensembles non nécessairement spatialement connectés via une classification qui

<sup>10</sup> Le terme *image* est très souvent générique et désignera selon le contexte soit réellement une image bidimensionnelle soit un volume tridimensionnel composé d'un ensemble de coupes.

opère directement à l'échelle du pixel ou du voxel. L'abus de langage entre ces deux termes est présent dans ce manuscrit, et le terme segmentation réfèrera plutôt au terme classification.

### **b. Méthodes de segmentation**

Le problème de segmentation peut être abordé par deux grandes familles : l'approche région et l'approche frontière. L'approche région va rechercher une homogénéité locale permettant de décrire une région et va donc faire référence à la notion de similarité, tandis que l'approche frontière va rechercher les discontinuités locales permettant la mise en évidence de contours et va donc faire référence à la notion de différence ou de dissimilarité. Une troisième approche également possible est la coopération des deux précédents principes. Ces classes ont donné naissance à une grande variété de méthodes permettant de résoudre le problème, et au final on peut constater que les frontières permettant une structuration des approches sont devenues floues. Néanmoins, plusieurs auteurs ont tenté de proposer une catégorisation des différentes méthodes de segmentation, et la division en huit catégories proposée par Pham *et al.* pour le cas des données médicales [Pham *et al.*, 2000] a été retenue dans ce manuscrit. Ces huit catégories sont : (a) Approches par seuillage, (b) Approches par croissance de régions, (c) Classifieurs ou classification supervisée, (d) Catégorisation de données ou *clustering*, (e) Modèles statistiques de champs de Markov, (f) Réseaux neuronaux, (g) Modèles déformables, (h) Approches guidées par la conception d'atlas anatomiques. À ces huit catégories nous ajouterons la méthode la plus simple de segmentation qui est la délinéation manuelle, et qui repose sur les annotations manuelles fournies par un radiologue d'expérience. Cette approche est généralement considérée comme un *gold standard*, même si elle est fastidieuse, coûteuse en temps et biaisée par les variabilités interindividuelles et intra-individuelle. On notera qu'à ce jour aucune évaluation de ces variabilités n'a été publiée pour la segmentation d'IRM mammaire et que l'utilisation d'informations pouvant être trouvées dans le cas d'autres localisations et/ou d'autres modalités n'est pas pertinente compte tenu des larges disparités pouvant être observées en terme de signal, de contraste ou encore de bruit. Pour ces huit catégories et pour la délinéation manuelle on ajoutera également la notion de méthode de segmentation *manuelle*, *semi-automatique* et *automatique* selon le niveau d'interaction requis entre

## Chapitre 1

l'utilisateur et les données. Plusieurs revues des techniques de segmentation peuvent être trouvées dans la littérature [Pal and Pal, 1993] et des revues plus spécifiques aux données médicales ont également été proposées [Bezdek *et al.*, 1992]. Revenons brièvement sur les principes de base de fonctionnement de ces différentes méthodes :

- Les approches de seuillage ou de multi-seuillage ont pour objectif de partitionner l'histogramme des intensités d'un volume en définissant un ou plusieurs seuil(s) [Sahoo *et al.*, 1988]. Le problème de segmentation est alors résolu en regroupant tous les voxels dont la valeur est bornée entre un seuil bas et un seuil haut. Cette approche est peu coûteuse en temps de calcul et se révèle efficace pour des histogrammes bimodaux ou approximativement bimodaux. De plus, la sélection automatique de seuils pertinents est également une étape délicate qui sera généralement approchée par un critère relié à la variance (par exemple la variance intra-classe est minimisée dans la méthode d'Otsu). Sous cette forme extrêmement simple, aucune information spatiale n'est prise en compte pour guider la segmentation, et la méthode est alors peu robuste aux artefacts de bruit et d'inhomogénéité qui perturbent le signal et donc l'histogramme. Afin d'améliorer la robustesse de la méthode, il est possible d'incorporer une information basée sur les intensités locales [Li *et al.*, 1995] ou encore une information de connectivité [Lee *et al.*, 1998].
- Les approches de croissance de régions ou encore d'agrégation de pixels permettent d'extraire une région connectée au sens d'un critère et intègrent donc une information spatiale implicite. Ce critère est très souvent basé soit sur une information d'intensité (histogramme) et/ou soit sur une information de contour. Cette information de contour est obtenue à l'aide d'opérateurs de détection de contours qui peuvent être d'ordre 1, c'est-à-dire basés sur la détection d'un gradient (Prewitt, Sobel, Roberts...) ou d'ordre 2, c'est-à-dire basés sur l'estimation d'un laplacien. Sous sa forme la plus simple cette approche nécessite une interaction de l'utilisateur avec la donnée puisqu'il est nécessaire d'initialiser la croissance en définissant manuellement un germe. Les régions sont créées les unes après les autres grâce à une phase d'initialisation suivie d'une phase itérative d'agrégation selon un critère d'homogénéité jusqu'à convergence. Ce type d'approche peut être amélioré par

les méthodes du type division-fusion ou *split-merge* qui font appel à la théorie des graphes. Pour ce second type d'approche, la phase d'initialisation est suivie d'une segmentation itérative qui alterne deux phases : une phase de division de toutes les régions non homogènes et une phase de fusion des régions adjacentes réalisée de telle façon que la région résultante respecte le critère d'homogénéité. Il est possible d'automatiser complètement ces approches [Manousakas *et al.*, 1998] et on peut également y ajouter des contraintes topologiques [Mangin *et al.*, 1995] ou encore introduire la notion de flou dans la segmentation [Udupa *et al.*, 1996].

- Les classifieurs ou méthodes de classification supervisées sont issus du domaine de la reconnaissance des formes et vont rechercher une segmentation à partir de la construction d'un espace des caractéristiques de la donnée [Dougherty, 2012]. Ce sont des approches dites supervisées car elles nécessitent la constitution préalable d'une base d'apprentissage et d'une base de généralisation. La base d'apprentissage comprend plusieurs exemples de volumes segmentés qui seront utilisées pour construire la segmentation de chaque entité appartenant à la base de généralisation. Ce type d'approche présente un coût calculatoire intéressant mais est pénalisé par la construction d'une base d'apprentissage. Celle-ci est très souvent segmentée manuellement, doit contenir un nombre suffisant d'objets, et les objets doivent également être suffisamment discernables dans l'espace des caractéristiques. Il est possible d'étendre ces méthodes par la prise en compte d'une information de cohérence spatiale entre les descripteurs associés aux sous-ensembles de l'ensemble  $\Omega$  (*i.e.* les étiquettes) et également par l'ajout d'une notion de flou [Wells *et al.*, 1996] [Kapur *et al.*, 1998].
- Les approches de catégorisation ou *clustering* ont le même objectif que les classifieurs mais font partie des approches dites non supervisées et ne nécessitent donc pas de base d'apprentissage. Pour pallier à cette absence, la segmentation est itérative et la caractérisation des propriétés de chaque classe est mise à jour à chaque itération. Le coût calculatoire de ces approches est très intéressant et elles peuvent être améliorées par la prise en compte d'une

## Chapitre 1

notion de flou basée sur la théorie des ensembles flous [Bezdek *et al.*, 1992] [Bezdek, 1993] [Zadeh, 1965].

- L'approche de segmentation exploitant la modélisation par champs de Markov n'est pas à proprement parler une méthode de segmentation, mais fournit un cadre statistique pouvant être incorporé au sein d'algorithmes de segmentation, typiquement des algorithmes de catégorisation. Cette méthode a été employée dans ce travail et sera davantage décrite dans la suite de ce chapitre.
- Les approches exploitant les principes des réseaux de neurones artificiels sont issus de travaux ayant pour vocation la compréhension du comportement du cerveau humain. Celui-ci est représenté par un ensemble de composants structurels appelés neurones massivement interconnectés entre eux. Le cerveau est capable d'organiser ces neurones selon un assemblage complexe, non-linéaire et extrêmement parallèle de manière à pouvoir accomplir des tâches très élaborées. Si l'on revient à la définition donnée par Haykin les réseaux de neurones artificiels ressemblent en deux points au cerveau : la connaissance est acquise au travers d'un processus d'apprentissage et le poids des connections entre neurones sont utilisés pour mémoriser la connaissance [Clark, 1991] [Song *et al.*, 2007].
- Les approches utilisant des modèles déformables qui recherchent une délimitation à l'aide de courbes (ou surfaces) paramétriques fermées qui se déforment itérativement sous l'effet de forces internes et externes. Le mouvement est décrit par une équation dynamique et on va rechercher le minimum d'une fonctionnelle d'énergie [Kass *et al.*, 1988] [McInerney and Terzopoulos, 1996].
- Les approches guidées par la conception d'atlas anatomiques sont pertinentes quand il est possible de générer un atlas à partir d'une segmentation anatomique. Ces approches sont assez similaires aux approches de classifieurs, hormis qu'elles exploitent le domaine spatial en lieu et place de l'espace des caractéristiques. Le problème est donc reformulé comme un problème de

## Chapitre 1

recalage au cours duquel un calcul de déformation permet la mise en correspondance de l'atlas segmenté et de l'image cible non segmentée [Maintz and Viergever, 1998] [Lötjönen *et al.*, 2010]. De nombreux travaux exploitant cette approche sont en rapport avec la segmentation de structures cérébrales et exploitent en particulier le référentiel et l'atlas Talairach. En raison de la variabilité anatomique les transformations sont non-linéaires (champ de déformations) et il est possible de rendre l'approche davantage robuste par accumulation de données conduisant alors à des atlas probabilistes.

Un récapitulatif de ces différentes méthodes, de leurs attributs, extensions et avantages est proposé en Tab. 1.

<b>Approche</b>	<b>Attribut</b>	<b>Extensions</b>	<b>Avantage</b>
Seuillage Multi-seuillage	Histogramme	Localité, connectivité	Coût calculatoire
Croissance de régions	Histogramme, homogénéité	Automatisation, topologie, flou	Connectivité implicite
Classification supervisée	Espace des caractéristiques	Connectivité, approches floues	Coût calculatoire
Classification non supervisée	Similarité, dissimilarité	Flou, données qualitatives	Coût calculatoire
Modélisation par champs de Markov	Fonctionnelle d'énergie	Multi-échelles, anisotropie	Formulation statistique
Réseaux de neurones	Vecteur de caractéristiques	Diverses architectures	Coût calculatoire
Modèles déformables	Fonctionnelle d'énergie	Robustesse, connectivité	Formulation physique
Atlas	Domaine spatial	Atlas probabilistes	Problème de recalage

**Tab. 1 Récapitulatif des différentes approches de segmentation.**

### **c. Problématiques spécifiques aux acquisitions IRM**

Après avoir exposé brièvement les différentes approches pouvant être utilisées pour réaliser une segmentation, il est nécessaire de s'intéresser aux limitations et artefacts pouvant être rencontrés dans un volume IRM que l'on va chercher à segmenter. L'objectif n'est pas ici de les décrire de manière exhaustive mais de mieux les comprendre afin de pouvoir proposer une méthode de segmentation robuste et pertinente. La première observation à rapporter est que le contraste est potentiellement limité entre structures adjacentes comme c'est par exemple le cas entre le muscle pectoral et les tissus du sein. Cette limitation est due au protocole clinique utilisé et aux paramètres d'acquisition de la séquence. Cette première constatation exclut directement les méthodes basées exclusivement sur l'histogramme d'intensité puisque celui-ci ne sera pas discriminant. De plus, puisqu'il s'agit d'acquisitions IRM, tous les artefacts classiques des images IRM sont également présents dans les données, à savoir l'inhomogénéité du champ, le bruit ou encore les effets de volume partiel (PVE).

#### **i. Inhomogénéité du champ magnétique**

L'inhomogénéité du champ magnétique est un artefact issu de la combinaison des effets dus à l'ensemble des éléments intervenant au cours d'une acquisition IRM (dispositif clinique, paramètres de séquence et objet imagé) et se manifeste par une légère variation de l'intensité du signal au sein du volume [Vovk *et al.*, 2007]. Cet artefact se manifeste sous la forme de variations d'intensité lisses, basse-fréquence et sans signification anatomique. Il influence relativement peu les décisions du système visuel humain mais les méthodes d'analyse telles que la segmentation, le recalage ou la quantification sont extrêmement sensibles à celui-ci. En effet, la plupart des méthodes automatiques d'analyse reposent sur l'hypothèse qu'un tissu donné est caractérisé par une intensité quasi-similaire sur l'ensemble du volume, et toute évaluation quantitative d'un paramètre réalisée à partir de données non corrigées sera donc entachée d'erreurs. Depuis les premières publications traitant de la correction de cet artefact les origines de l'inhomogénéité ont été étudiées intensivement [Sled and Pike, 1998] et peuvent être divisées en deux groupes. Les sources du premier groupe sont dues aux propriétés du dispositif d'acquisition et

incluent l'inhomogénéité du champ statique qui se traduit par une déformation locale du plan de coupe [Bridcut *et al.*, 2001] [Holland *et al.*, 2010], le filtrage provoqué si la bande passante des convertisseurs est insuffisante [Wicks *et al.*, 1993], les courants de Foucault induits par le basculement des gradients de champ et l'inhomogénéité de la transmission et de la réception des ondes radiofréquences. Ces premières sources d'inhomogénéité peuvent être corrigées à l'aide d'approches prospectives telles qu'une amélioration du *shimming* [Chen *et al.*, 2004], des séquences spéciales, des antennes mieux adaptées ou encore en calibrant l'IRM à l'aide d'un fantôme physique. Les sources du second groupe sont dues à l'objet imagé lui-même, autrement dit à sa forme, sa position et son orientation au sein du champ magnétique, mais également à ses caractéristiques physiques telles que ses propriétés de perméabilité magnétique ou encore ses propriétés diélectriques. Il ressort de la littérature que le rôle exact et la contribution de chacun de ces facteurs est à la fois difficile à isoler et à déterminer.<sup>11</sup> Ainsi, en raison de la complexité du phénomène physique sous-jacent et des moyens matériels et humains qu'il est nécessaire de mettre en œuvre dans le cadre d'approches correctives prospectives, les approches correctives dites rétrospectives se sont considérablement développées. Ces méthodes postulent peu d'hypothèses sur le processus d'acquisition lui-même mais ont pour objectif une modélisation de l'effet d'inhomogénéité par utilisation de l'information extraite des volumes IRM. De plus, à la différence des méthodes prospectives, les méthodes rétrospectives peuvent également adresser l'inhomogénéité dues au patient. Si  $\mathcal{V}(\mathbf{x})$  désigne l'image observée c'est-à-dire perturbée par l'artefact, et  $\mathcal{V}'(\mathbf{x})$  l'image idéale, le modèle le plus couramment admis pour décrire l'effet d'inhomogénéité est un modèle de biais multiplicatif associé à un bruit additif :

$$\mathcal{V}(\mathbf{x}) = \alpha(\mathbf{x}) \cdot \mathcal{V}'(\mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x}), \quad 1.(2)$$

où  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  est une coordonnée spatiale tridimensionnelle,  $\alpha(\mathbf{x})$  est un biais multiplicatif représentant l'inhomogénéité d'intensité et  $\varepsilon(\mathbf{x})$  un bruit additif à haute fréquence supposé suivre une loi de Rice. Les variations spatiales de  $\alpha$  sont supposées lentes et faibles tandis que les intensités sont supposées constantes par morceaux. On suppose dans ce modèle que le bruit à haute fréquence est issu du dispositif clinique et est donc indépendant de l'artefact d'inhomogénéité. Ce modèle peut être qualifié

---

<sup>11</sup> Il semble cependant acquis que l'inhomogénéité du champ radiofréquence occupe une place prépondérante, d'où l'abus de langage *inhomogénéité radiofréquence*.

d'aveugle dans le sens où le biais ne dissocie aucune cause et comprend toutes les variations d'intensité lisses et basse-fréquences. Le problème consiste donc à estimer  $\mathcal{V}'$  sachant  $\mathcal{V}$ , mais conduit sous cette formulation à un problème mal posé puisque  $\alpha$  et  $\mathcal{V}'$  doivent être déterminés. Pour la plupart des approches le bruit est souvent considéré comme sans importance car adressé dans la méthodologie corrective (filtrage simple, régularisation...) et l'expression 1.(2) est alors transformée à l'aide d'un passage au logarithme :

$$\log(\mathcal{V}(x)) = \log(\alpha(x)) + \log(\mathcal{V}'(x)). \quad 1.(3)$$

Si l'on est capable d'estimer une carte de l'artefact d'inhomogénéité, le volume non corrompu pourra être calculé par division dans 1.(2) ou par soustraction dans 1.(3). Les méthodes de correction rétrospectives peuvent être divisées en deux classes, selon qu'elles sont basées sur une information d'intensité ou sur une information de représentation des données dans un espace transformé [Milles, 2002] [Belaroussi *et al.*, 2006]. Parmi les méthodes exploitant une information d'intensité on distinguera :

- Les méthodes dites d'approximation par des surfaces, qui modélisent les variations d'intensité en ajustant une surface paramétrique. Les fonctions de base sont des splines ou des fonctions polynômiales, qui présentent toutes deux des variations lisses et lentes, comme le biais que l'on recherche. La correction sera réalisée en divisant l'image originelle par la surface approximée.
- Les méthodes statistiques, qui réalisent simultanément les tâches de correction et de segmentation. Plus généralement, il s'agit ici d'une segmentation tenant compte des variations d'intensité au cours de laquelle les paramètres d'une distribution sont déterminés à l'aide de méthodes d'estimation. Les tissus sont modélisés par un mélange de distributions gaussiennes, une des distributions étant réservée aux points aberrants. Le problème d'estimation de la variation d'intensité est adressé par un algorithme espérance-maximisation (ou *expectation-maximization i.e.* EM) basé sur un critère de maximum *a posteriori* (MAP). Une autre approche consiste à modéliser le caractère constant par morceau par des champs de Markov, et le



problème est alors résolu par un algorithme itératif déterministe *iterated conditional modes* (ICM). Une modification de l'algorithme c-moyens flous (ou *fuzzy c-means i.e. FCM*) a également été proposée, et on utilise alors des moyennes locales au lieu d'une moyenne globale par classe. Toujours basée sur une modification de FCM, la fonction objectif de FCM dont on recherche itérativement une minimisation peut être modifiée afin d'inclure les inhomogénéités ainsi que des termes de régularisation destinés à assurer une variation lente et lisse du biais.

- Les méthodes de filtrage spatial, qui sont très souvent fondées sur l'hypothèse que l'inhomogénéité est un artefact basse fréquence pouvant être séparé d'une composante de signal à fréquence plus élevée à l'aide d'un filtrage du type passe-bas basé sur une moyenne ou une médiane. Pour la plupart des acquisitions cette hypothèse est invalide car les structures imagées peuvent contenir des fréquences relativement basses et qu'il existe donc un recouvrement spectral entre l'artefact et le signal. De plus l'utilisation d'un filtrage passe-bas pose également la question de la préservation des contours et des effets de distorsion peuvent être observés suite à ce traitement. Le filtrage homomorphique a également été employé. Il consiste en un lissage passe-bas du logarithme de l'image originelle. Ce filtre est du type non-linéaire et peut exploiter soit le critère de moyenne, soit le critère de médiane.

Concernant les méthodes exploitant le passage dans un autre espace, la transformée de Fourier, la transformée en ondelettes et le passage dans le domaine des densités de probabilité ont été exploités. Dans le premier cas, on suppose que le spectre des inhomogénéités est à basse fréquence et peut donc être filtré en appliquant un filtrage passe-bas gaussien sur l'image. Dans le second cas, la transformée en ondelettes discrètes permettant d'obtenir une décomposition de l'image dans un espace des approximations et dans un espace des détails est employée. On postule ici que l'espace des approximations obtenu pour chaque échelle va correspondre à un profil de sensibilité de l'antenne et on utilise des filtres passe-bas à différentes échelles pour démoduler le profil de l'antenne et le signal utile. Pour le dernier cas exploitant la densité de probabilité des niveaux de gris (*i.e.* l'histogramme), on notera que l'inhomogénéité la modifie sensiblement et que l'objectif poursuivi est la recherche

d'une transformation à lui appliquer afin de retrouver l'image non corrompue. La variation d'intensité est modélisée comme étant la convolution d'une gaussienne, qui représente la densité de probabilité de l'inhomogénéité, avec un histogramme non corrompu. On effectue alors une déconvolution itérative dont le critère d'arrêt correspond au cas de figure où la gaussienne déconvoluée devient trop large ce qui indique que l'image corrigée est alors stable au fil des itérations.

## ii. Bruit

Les principales sources de bruit dans les images IRM sont le bruit thermique issu du patient, le bruit thermique au sein de l'antenne, le bruit de quantification et le bruit électronique. Le bruit est supposé gaussien et centré dans le plan de Fourier et ses caractéristiques ont été étudiées dans [Gudbjartsson and Patz, 1995]. L'image module qui est utilisée en routine clinique est l'image du module pixel par pixel, et l'emploi de cette opération de mise en forme non-linéaire ne permet pas de conserver la nature gaussienne du bruit. Si  $y'$  désigne l'intensité d'un pixel en l'absence de bruit et  $y$  l'intensité mesurée réellement, alors la fonction de densité de probabilité de  $y$  est donnée par une distribution Ricienne :

$$p(y) = \frac{y}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{(y^2 + y'^2)}{2\sigma^2}\right] \Gamma_0\left[\frac{y'y}{\sigma^2}\right] \quad y, y' \in \mathbb{R}^+, \quad 1.(4)$$

où  $\Gamma_0(\cdot)$  est la fonction de Bessel modifiée du premier ordre et où  $\sigma$  désigne l'écart type du bruit gaussien dans les images réelles et imaginaires. Si l'on s'intéresse aux définitions des lois de Rice, de Rayleigh et de Gauss, il est possible d'exploiter deux cas limites. Le premier cas considère un rapport signal sur bruit élevé ( $y' \gg \sigma$ ), ce qui permet d'approximer 1.(4) par :

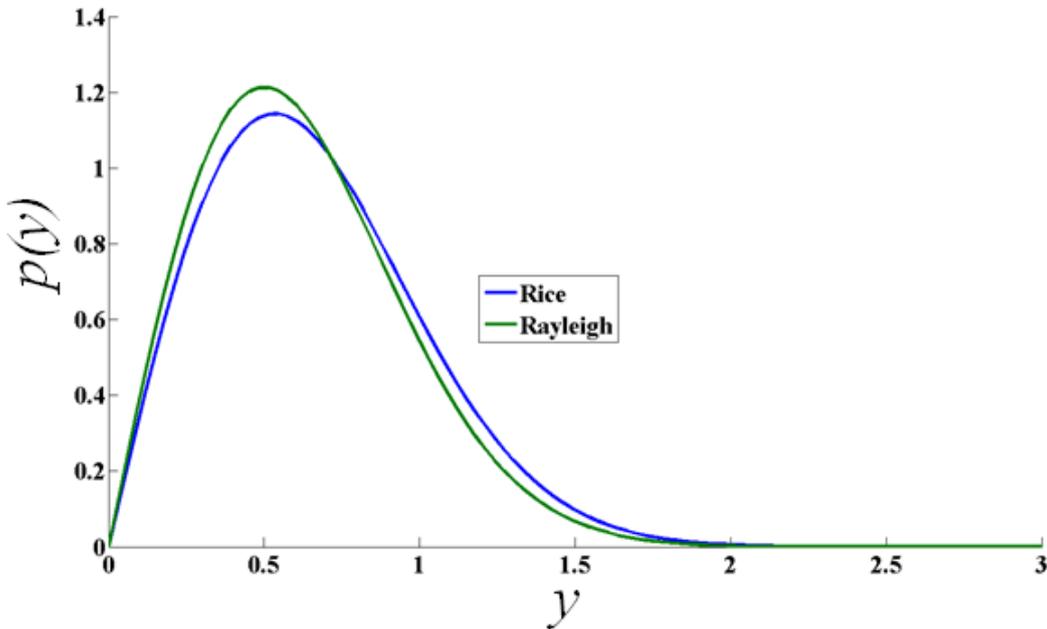
$$p(y) \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \sqrt{y'^2 + \sigma^2}}{\sigma}\right)^2\right] \quad y, y' \in \mathbb{R}^+. \quad 1.(5)$$

Autrement dit, le bruit peut être approximé par une distribution Gaussienne  $\mathcal{N}(\sqrt{y'^2 + \sigma^2}, \sigma)$  tant que le rapport signal sur bruit (SNR) est suffisamment élevé. Le

second cas considère la limite du bruit seul ( $y' = 0$ ), ce qui permet de remplacer 1.(4) par une distribution de Rayleigh :

$$p(y) = \frac{y}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right] \quad y \in \mathbb{R}^+. \quad 1.(6)$$

Ces deux cas limites sont illustrés par les figures Fig. 7 et Fig. 8, respectivement pour l'approximation d'une loi de Rice par une distribution de Rayleigh et pour l'approximation d'une loi de Rice par une distribution de Gauss.



**Fig. 7 Approximation de la fonction de densité de probabilité d'une loi de Rice par une fonction de densité de probabilité d'une loi de Rayleigh dans le cas  $y'/\sigma = 1,5$ .**

Dans le cas particulier où l'on considère des séquences IRM dites anatomiques (pondération T1), cette propriété de SNR suffisamment élevé est usuellement respectée. Cette propriété est particulièrement intéressante car la plupart des approches de débruitage reposent sur cette hypothèse de distribution gaussienne du bruit, et l'emploi de ces approches peut donc se justifier de manière rigoureuse. Le SNR pourra être mesuré soit par une méthode de double acquisition soit à l'aide d'une méthode de simple acquisition. Pour cette seconde approche, si  $S$  désigne le signal moyen dans une région d'intérêt et si  $SD_{air}$  désigne l'écart type du signal dans l'air entourant l'objet, le SNR est évalué par :

$$SNR = 0.655 \frac{S}{SD_{air}} \quad 1.(7)$$

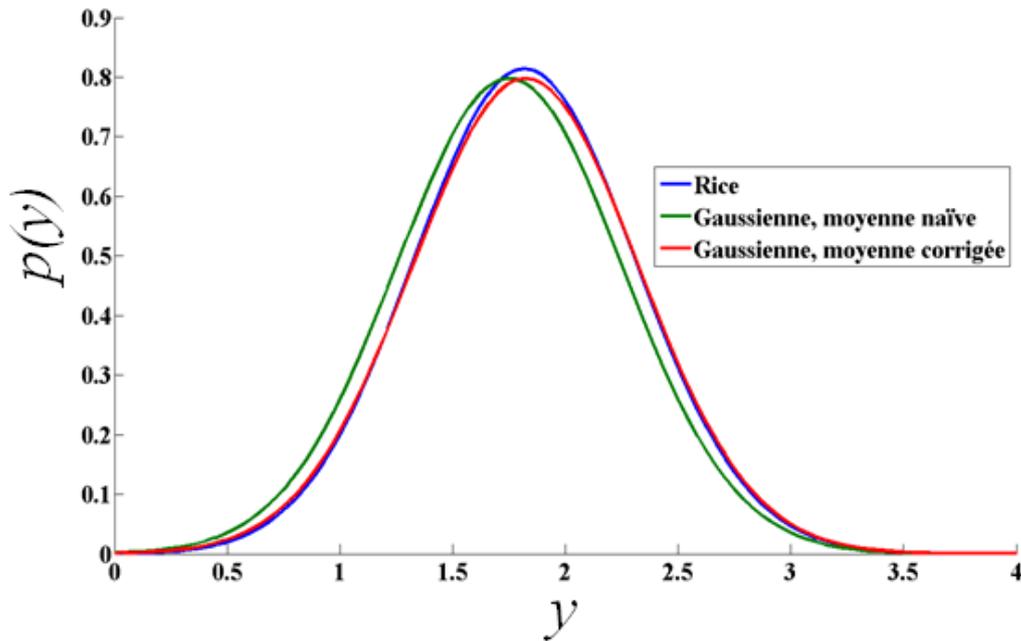


Fig. 8 Approximation de la fonction de densité de probabilité d'une loi de Rice par une fonction de densité de probabilité d'une loi de Gauss dans le cas  $y'/\sigma = 3, 5$ .

### iii. Effet de volume partiel

Le PVE est lui lié à la résolution finie du dispositif et se manifeste sous la forme de voxels contenant plusieurs types de tissus et par la présence d'interfaces floues entre structures anatomiques adjacentes [González Ballester *et al.*, 2002]. Une illustration de ce phénomène pour le cas d'une IRM mammaire est présentée en Fig. 9.

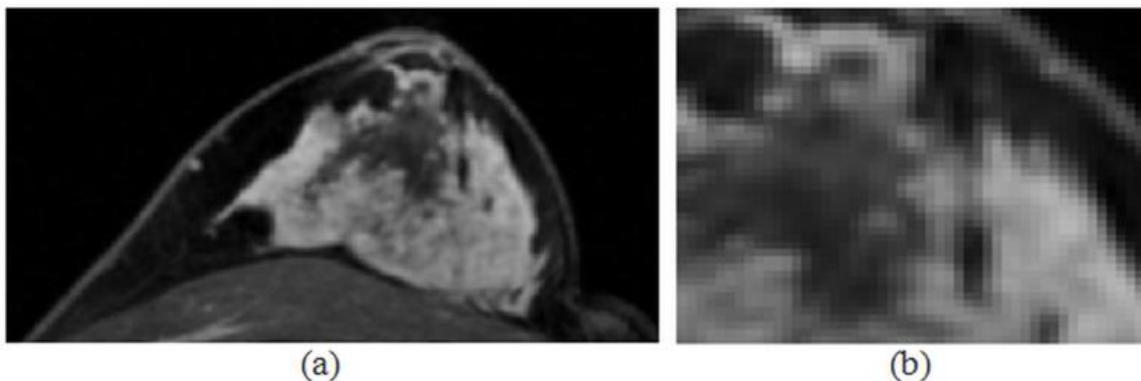


Fig. 9 Illustration des effets de volume partiel dans les volumes d'IRM mammaire : (a) vue globale d'une coupe et (b) agrandissement de celle-ci. On observe la présence de voxels résultant du mélange de plusieurs structures anatomiques différentes et également la présence d'interfaces floues.

### iv. Autres artefacts

D'autres artefacts sont également mentionnés et étudiés dans la littérature mais ne seront pas détaillés ici. On notera l'existence d'un artefact de déplacement chimique qui correspond à un déplacement de la fréquence de résonance des spins nucléaires dans des environnements chimiques différents. L'exemple souvent reporté est un déplacement de la fréquence de résonance des protons de la graisse par rapport aux protons de l'eau (3,35 parties par million). Deux solutions peuvent être apportées : l'utilisation de gradients très intenses (diminution du SNR) ou l'utilisation de séquences supprimant le signal de la graisse. On notera également l'artefact de Gibbs qui est lié au codage du plan de Fourier et qui se traduit par l'apparition de répliques des contours de fort contraste. Une solution consiste à filtrer les données avant d'appliquer la transformée de Fourier à l'aide par exemple d'un fenêtrage de Hamming. Pour terminer, on notera également la possibilité de présence d'un artefact de recouvrement spectral ou aliasing provoqué par le non-respect du théorème d'échantillonnage de Shannon.

Plusieurs travaux ont déjà étudié ces divers artefacts, et l'objectif ici n'est pas de donner des informations exhaustives à propos de ces perturbations. Cependant, les problèmes de segmentation incluent généralement les questions liées à la prise en compte de ces artefacts, les questions liées à la prise en compte d'une information *a priori*, ainsi que les questions liées à la prise en compte d'une dépendance spatiale de l'information, l'ensemble ayant bien évidemment pour objectif l'amélioration de l'efficacité de la méthode de segmentation choisie. Même si seuls quelques travaux sont dédiés à la segmentation automatique d'IRM mammaire, une quantité conséquente de publications traitent de la segmentation automatique de volumes d'IRM du cerveau [Balafar *et al.*, 2010] ou de volumes de tomographie par émission de positons [Hatt *et al.*, 2009], et certains travaux abordent également la résolution du problème d'estimation du PVE. Examinons à présent les travaux liés à la segmentation de l'organe d'intérêt.

### d. Approches de segmentation du sein

Seules quelques rares études concernent la segmentation d'IRM mammaire et pourtant cette étape est l'étape préliminaire indispensable à tout processus de modélisation biomécanique pouvant être employé pour des applications du type recalage multi-modalités [Sarkar *et al.*, 2007], guidage de biopsies par l'image [Carter *et al.*, 2008] ou encore planification chirurgicale de mastectomies [Roose *et al.*, 2006]. Pour toutes les applications de modélisation biomécanique, un fantôme numérique individuel est tout d'abord construit à partir d'une classification des tissus du sein réalisée sur un volume clinique. Dans ces divers travaux la segmentation est essentiellement basée sur des approches de multi-seuillage qui ne tiennent pas compte de l'information spatiale [Hopp *et al.*, 2012], ce qui confère à la méthode une robustesse limitée vis-à-vis des artefacts d'imagerie. Dans un autre domaine, l'estimation de la densité du sein qui est fortement associée à un risque de cancer [Byrne and Spernak, 2005] peut être perçue comme un problème de segmentation où la structure glandulaire constitue le volume d'intérêt. Par exemple, Khazen *et al.* appliquent un seuillage adaptatif sur des images de précontraste pondérées T1 [Khazen *et al.*, 2008], tandis que Nie *et al.* emploient un algorithme FCM [Nie *et al.*, 2008]. Toujours relié à l'algorithme FCM, Lin *et al.* ont proposé un schéma de traitement combinant un algorithme de correction de l'inhomogénéité (algorithme N3<sup>12</sup>), un algorithme FCM et une approximation par une surface BSpline [Lin *et al.*, 2011]. Dans ce dernier article le schéma de traitement est appliqué sur une région excluant la peau et le mamelon. On notera également l'existence de travaux basés sur l'utilisation d'atlas [Gallego-Ortiz and Martel, 2012] ou d'atlas probabilistes [Gubern-Mérida *et al.*, 2011].

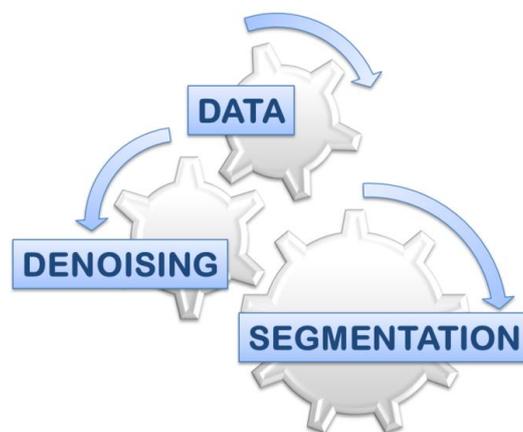
## II. Approche proposée

Dans le cadre de ce travail et afin de favoriser une utilisation clinique, une contrainte d'interaction minimale entre l'utilisateur et les données a été spécifiée et nous sommes donc en train de rechercher une méthode de segmentation entièrement automatique. On souhaiterait également que la prise en compte des artefacts décrits dans la section précédente soit possible. Les méthodes de segmentation automatiques

---

<sup>12</sup> N3 : *Nonparametric Nonuniformity Normalization*.

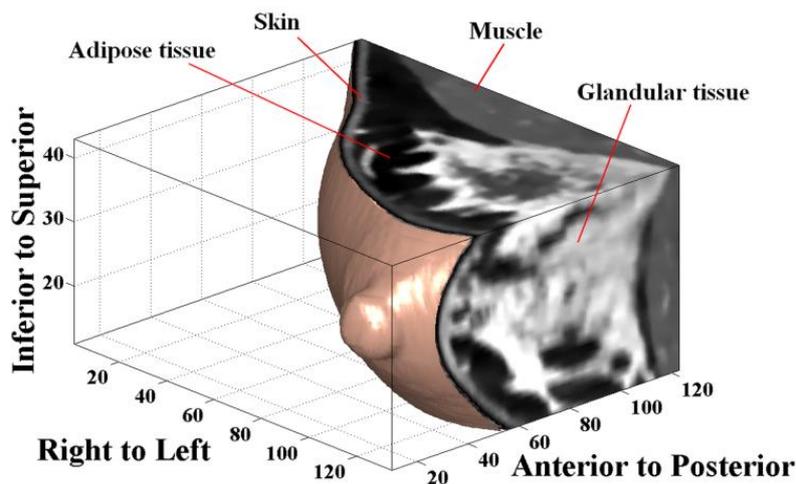
permettent de s'affranchir des inconvénients de la délimitation manuelle et ont donné lieu à de nombreux développements ces dernières années mais elles constituent encore aujourd'hui un objectif d'un intérêt certain, qui reste toutefois difficile à atteindre. Puisqu'il a été montré que dans le cas de volumes anatomiques d'IRM le bruit peut être approximé par une distribution de Gauss et que la majorité des approches de débruitage reposent sur ce postulat, nous avons décidé de baser notre approche sur une étape de débruitage préalable à une classification des données débruitées comme illustré en Fig. 10. Le débruitage des volumes IRM est un problème crucial fréquemment discuté dans les travaux très récents en raison de sa pertinence pour de nombreuses tâches telles que les acquisitions dynamiques nécessitant un compromis entre résolution temporelle et résolution spatiale, et présentant ainsi un SNR dégradé. Le débruitage est utilisé dans ce travail comme une méthode de prétraitement préalable à la segmentation qui fournit un SNR amélioré permettant ainsi l'obtention d'une classification plus précise au final. De plus, et toujours dans l'objectif d'améliorer l'exactitude de la classification, une dépendance spatiale dans les étiquettes de segmentation sera prise en compte ici grâce à l'utilisation d'un modèle statistique de champ de Markov (MRF).



**Fig. 10 Approche de segmentation automatique d'IRM du sein à l'aide d'une étape de débruitage et d'une étape de segmentation des données débruitées.**

On supposera dans ce travail que la classification d'un volume d'IRM mammaire consiste à assigner chaque voxel à l'une des quatre classes principales (dites pures) présentées en Fig. 11 : composante de fond ou *background* (BA), composante muscle et peau (MS), composante adipeuse (AD) ou composante glandulaire (GL). Les tissus muscle et peau sont considérés comme appartenant à une même classe car ils

constituent l'enveloppe externe de la modélisation biomécanique présentée au chapitre 2. La segmentation finale recherchée est dite dure car on souhaite que chaque voxel appartienne à une classe et exactement à une seule. Néanmoins une estimation du PVE est également proposée grâce à l'introduction de deux classes additionnelles décrites comme des combinaisons des classes principales. Si l'on se repositionne par rapport aux travaux évoqués ci-dessus en section I.d, contrairement aux approches basées sur la conception d'atlas, l'approche proposée ne nécessite pas de base d'apprentissage et permet d'éviter le processus de création d'une base qui est souvent fastidieux, manuel et relativement long. De la même façon que les approches basées sur l'algorithme FCM, l'approche proposée permet la détermination de sous-ensembles flous. De plus, contrairement à ces études, nous proposons d'inclure la prise en compte d'une dépendance spatiale grâce à un modèle statistique de champ de Markov, et une estimation de l'effet de volume partiel est également proposée.



**Fig. 11** Vue tridimensionnelle en coupe des structures internes du sein en IRM présentant les quatre classes principales cibles de la segmentation.

Dans cette partie, la section **a** décrit le débruitage à l'aide d'un processus itératif de diffusion anisotrope et une estimation automatique et conjointe des paramètres du filtre est proposée, les sections **b** et **c** exposent les principes de la méthode de classification non supervisée K-means et des MRFs pour la segmentation d'images. Afin d'évaluer les performances de la méthode des tests ont été conduits sur des données synthétiques et sur des volumes d'IRM mammaire dont les résultats sont présentés en section **III**.

**a. Débruitage par diffusion anisotrope**

Le processus de diffusion anisotrope proposé par Perona et Malik [Perona and Malik, 1990] est une méthode de débruitage basée sur une équation aux dérivées partielles (EDP) qui a été très souvent employée pour des tâches telles que le débruitage, la restauration et même la segmentation. Cette approche fournit de bon résultats et offre de plus un excellent compromis entre une bonne suppression du bruit et une bonne préservation des contours tout en garantissant l'absence d'artefacts dans le volume débruité. Perona et Malik ont introduit le concept de diffusion anisotrope comme une forme modifiée de l'équation de propagation de la chaleur dans laquelle le processus de diffusion est spatialement variable. Pour l'approche qui est proposée ici la diffusion va s'adapter à l'amplitude du gradient dans l'image, et peut être décrite par l'équation :

$$\frac{\partial \mathcal{V}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \text{div} [c(\|\nabla \mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|) \nabla \mathcal{V}(\mathbf{x}, t)], \quad 1.(8)$$

où  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  est une coordonnée spatiale tridimensionnelle,  $\nabla$  est l'opérateur gradient sur l'espace de cette coordonnée,  $\|\cdot\|$  est le module,  $\text{div}(\cdot)$  est l'opérateur divergence,  $c(\|\nabla \mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|)$  est une fonction strictement décroissante et positive destinée à contrôler la diffusion,  $\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)$  désigne le volume à l'instant  $t$  et  $t$  est un temps virtuel. On notera également les travaux assez similaires de Grossberg<sup>13</sup> qui s'est intéressé aux EDP non-linéaires appliquées par exemple à des fins de modélisation de la vision humaine. Cette équation est couplée avec des conditions aux frontières homogènes de type Neumann, et la condition initiale sera donnée par  $\mathcal{V}(\mathbf{x}, t = 0) = \mathcal{V}_0(\mathbf{x})$ , où  $\mathcal{V}_0(\mathbf{x})$  est le volume initial que l'on veut débruiter.

Ce modèle est une extension directe de la diffusion isotrope, ou équation de la chaleur, qui est obtenue en posant  $c(\|\nabla \mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|) = cte$ . Pour le cas de la diffusion isotrope Koenderink a démontré en premier le lien existant entre convolution par un noyau Gaussien et diffusion isotrope [Koenderink, 1984]. Il existe un lien profond entre EDP et analyse multi-échelle, et la solution du modèle de diffusion isotrope correspond à un modèle d'analyse multi-échelle satisfaisant aux axiomes de linéarité, d'invariance euclidienne, de structure pyramidale et de comparaison locale [Deriche

---

<sup>13</sup> <http://cns.bu.edu/Profiles/Grossberg/>

and Faugeras, 1996]. Le paramètre temporel  $t$  peut être vu comme l'échelle du lissage car l'importance de la diffusion est liée à sa valeur, et lorsque  $t$  devient infiniment grand la distribution de la grandeur devient uniforme dans le cas de cette approche isotrope. Le phénomène de diffusion décrit ici affectera donc de manière identique l'ensemble des structures de l'image. Ainsi, au sein des régions à niveaux de gris homogènes le bruit sera effectivement supprimé de manière efficace mais la diffusion interviendra également au sein des régions à niveaux de gris présentant des discontinuités (*i.e.* au niveau des contours) entraînant ainsi un flou, une possible distorsion des structures les plus petites et une diminution du contraste visuel.

Dans le cas de la diffusion anisotrope la fonction de contrôle de la diffusion suivante a été proposée :

$$c(\|\nabla\mathcal{V}(x,t)\|) = \exp - \left[ \frac{\|\nabla\mathcal{V}(x,t)\|}{K} \right]^2, \quad 1.(9)$$

où  $K$  est un paramètre qui sert de seuil d'amplitude entre les gradients attribuables au bruit et les gradients attribuables aux contours. Ce paramètre va devoir être estimé. La fonction  $c(\|\nabla\mathcal{V}(x,t)\|)$  décrite par 1.(9) est une fonction strictement décroissante et positive et son comportement pour différentes valeurs du paramètre  $K$  est représenté en Fig. 12.

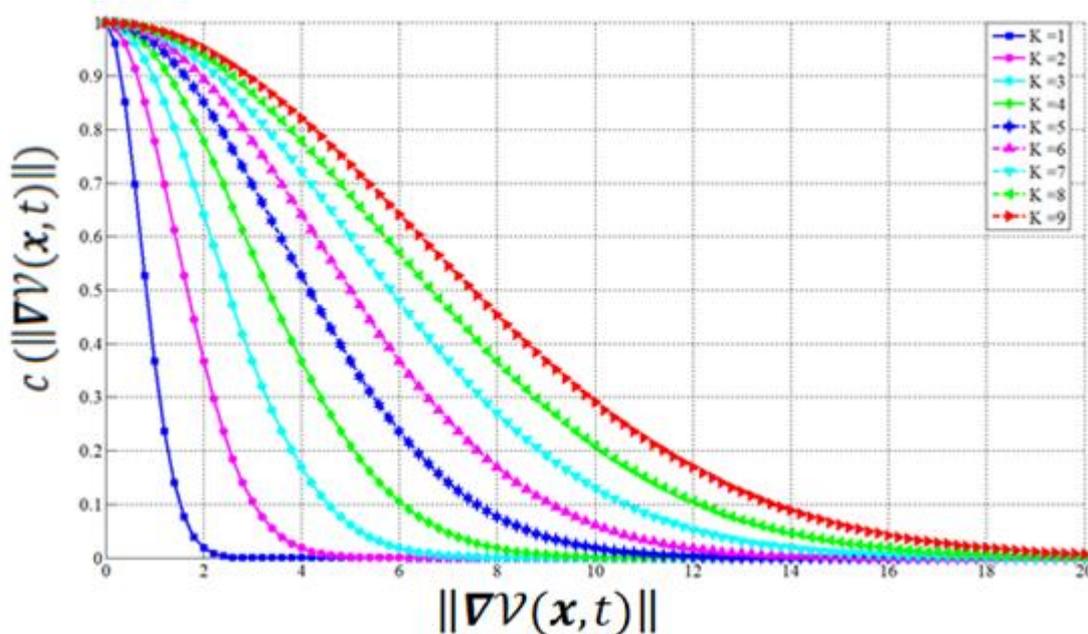


Fig. 12 Comportement de la fonction de contrôle de la diffusion  $c(\|\nabla\mathcal{V}(x,t)\|)$  décrite par 1.(9) pour différentes valeurs du paramètre de seuil d'amplitude  $K$ .

Concernant l'amplitude du gradient il est important de rappeler qu'une valeur numérique faible correspond à une zone homogène où l'on souhaite que la diffusion soit importante, tandis qu'une valeur numérique élevée correspond soit à une zone de contour vrai, soit à une zone de bruit. Concernant ce dernier point, on souhaite que la diffusion opère sur les zones de bruit et n'opère pas sur les zones de contour vrai, et ces deux comportements qui semblent *a priori* antagonistes peuvent être combinés grâce au cadre mathématique apporté par la diffusion anisotrope. Le paramètre de seuil d'amplitude  $K$  va donc devoir être estimé pour permettre d'atteindre deux objectifs :

- Représenter un seuil d'amplitude qui va permettre le contrôle de l'importance de la diffusion.
- Permettre une distinction entre les gradients attribuables au bruit et les gradients attribuables aux contours.

La fonction tracée en Fig. 12 présente des transitions relativement abruptes entre zone de diffusion et zone de blocage et va donc plutôt s'attacher à la préservation des contours francs. En toute rigueur, une fonction exponentielle n'est par définition jamais nulle et la diffusion n'est donc jamais totalement bloquée mais va tendre rapidement vers une valeur qui pourra être négligée. La fonction de flux associée à la fonction 1.(9) représente la quantité d'échange générée et est donnée par :

$$\phi(\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|) = \|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\| c(\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|) . \quad 1.(10)$$

Le comportement de la fonction de flux 1.(10) associée à la fonction de contrôle de la diffusion 1.(9) pour différentes valeurs du paramètre  $K$  est représenté en Fig. 13. D'un point de vue mathématique le flux 1.(10) est strictement croissant tant que  $\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\| < \sqrt{2}K/2$  et est décroissant au-delà de cette valeur. Pour résumer le comportement mathématique de 1.(8) et 1.(9), au sein des régions uniformes l'amplitude du gradient vérifie la relation  $\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\| \ll \sqrt{2}K/2$ , et donc  $c(\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|) \rightarrow 1$  ce qui conduit à une diffusion maximale, tandis qu'au niveau des contours l'amplitude du gradient vérifie la relation  $\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\| \gg \sqrt{2}K/2$ , et donc  $c(\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|) \rightarrow 0$  ce qui conduit à une diffusion quasi-stoppée. D'autres fonctions de diffusion ont aussi été employées dans la littérature et le comportement de ces



différentes fonctions peut être quantitativement comparé via une étape de mise à l'échelle qui consiste en la modification des fonctions de contrôle de la diffusion afin d'atteindre un maximum de flux pour le même point.

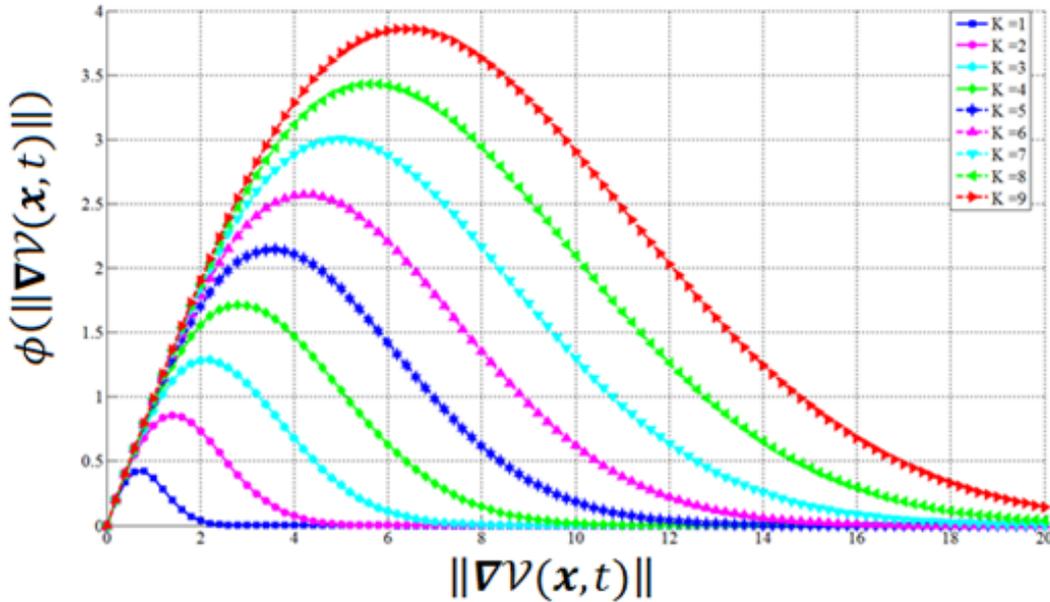


Fig. 13 Comportement de la fonction de flux décrite par 1.(10) associée à la fonction de contrôle de la diffusion 1.(9) pour différentes valeurs du paramètre de seuil d'amplitude  $K$ .

Un exemple de mise à l'échelle du flux est présenté en Fig. 14 pour  $\phi_1$  le flux associé à 1.(9) et pour  $\phi_2$  le flux associé à :

$$c(\|\nabla V(x, t)\|) = \frac{1}{1 + \left[ \|\nabla V(x, t)\|/K \right]^2} \quad 1.(11)$$

Comme illustré en Fig. 14 le processus de mise à l'échelle permet une comparaison quantitative des comportements, et on peut ainsi conjecturer que la fonction de contrôle de la diffusion décrite par 1.(9) va favoriser les contours à fort contraste par rapport aux contours à faible contraste, tandis que la fonction décrite par 1.(11) va plutôt favoriser la création de zones homogènes. La fonction décrite par 1.(9) sera en conséquence davantage rapprochée d'un mode de fonctionnement du type *tout ou rien* et a donc été privilégiée dans cette étude. 

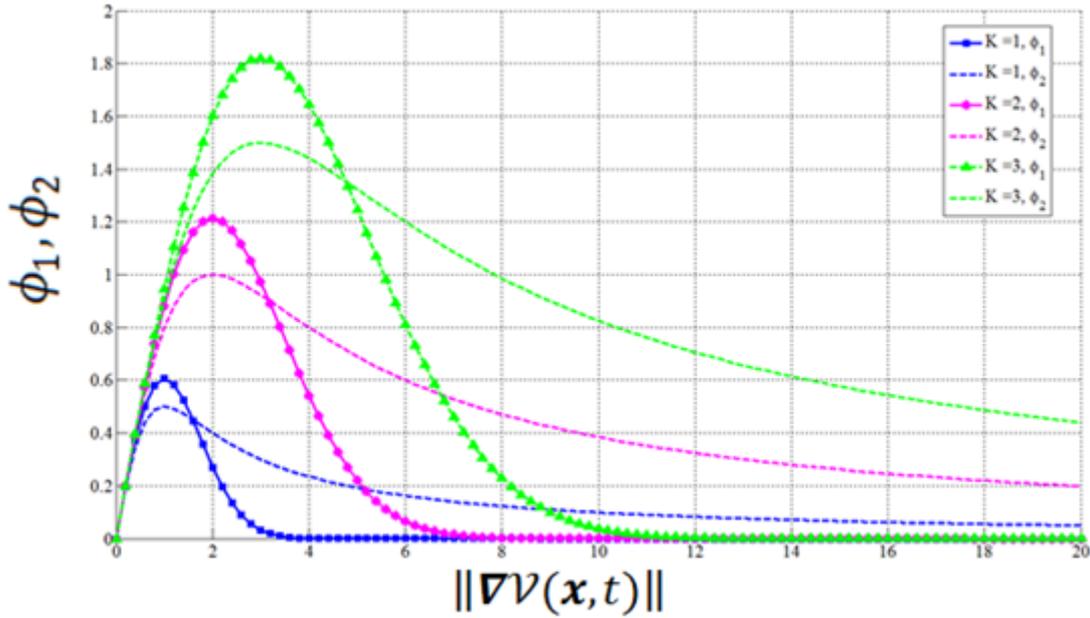


Fig. 14 Mise à l'échelle des flux associés aux fonctions de contrôle de la diffusion 1.(9) et 1.(11) pour différentes valeurs du paramètre de seuil d'amplitude  $K$ .

Une discrétisation de l'équation de diffusion anisotrope 1.(8) pour le cas bidimensionnel en connexité 4 a été proposée par Perona et Malik selon le schéma numérique :

$$\mathcal{V}_{t+1}(s) = \mathcal{V}_t(s) + \frac{\lambda}{\eta_s} \sum_{p \in \eta_s} c_K (\|\nabla \mathcal{V}_{s,p}\|) \|\nabla \mathcal{V}_{s,p}\|, \quad 1.(12)$$

où  $\mathcal{V}$  est l'image échantillonnée selon une grille régulière,  $s$  est la position du pixel  $p$  au sein de cette grille,  $c$  est la fonction de contrôle de la diffusion,  $K$  est le paramètre de seuil d'amplitude,  $t$  est l'étape d'itération ou temps virtuel,  $\eta_s$  est le voisinage 4 connexité (égal à 4 hormis sur les bords de l'image) et où  $\lambda$  est une constante contrôlant le taux de diffusion et appartenant à l'ensemble  $[0,1]$ . On a utilisé ici la notation continue du gradient mais celui-ci est bien sûr évalué numériquement par une approche classique de différences finies. Il a été montré que la formulation continue conduit à un problème mal posé au sens de Hadarmard et le schéma de discrétisation initial 1.(12) ne permet pas de garantir simultanément l'existence et l'unicité de la solution. Ainsi, des instabilités peuvent apparaître près de très fortes discontinuités où le modèle se comporte alors comme une équation de la chaleur inverse (comportement local de rétrodiffusion). La discrétisation de cette équation a donné lieu à de nombreux travaux mettant en évidence le caractère mal-posé de la

forme continue et proposant de nouvelles formulations bien-posées ou encore des méthodes de régularisation [Kichenassamy, 1997] [Weickert and Benhamouda, 1997]. Une solution possible à ce problème est de travailler avec une version régularisée de l'EDP 1.(8). Cette version est obtenue en remplaçant le gradient  $\|\nabla\mathcal{V}(\mathbf{x})\|$  par son estimation<sup>14</sup>  $\|\nabla G(\mathbf{x})_\sigma \otimes \mathcal{V}(\mathbf{x})\|$  où  $G(\mathbf{x})_\sigma$  est un noyau Gaussien d'écart type  $\sigma$ . L'existence, l'unicité et la régularité de la solution ont été démontrées [Catté *et al.*, 1992], tandis que certains autres auteurs ont mentionné que  $K$  devait être décroissant en fonction du temps  $t$  [Whitaker and Pizer, 1994]. Depuis l'introduction de la méthode de nombreuses pistes d'amélioration ont été proposées telles les méthodes multigrilles [Chen *et al.*, 2011b], les méthodes *level-set* [Whitaker and Xue, 2001] ou encore les méthodes utilisant des noyaux permettant la projection dans des espaces de dimension possiblement infinie [Yu *et al.*, 2008]. Comme pour l'ensemble des filtres de débruitage le choix des paramètres est crucial car un SNR amélioré va directement impacter sur l'exactitude d'une approche de classification automatique. Une fois la fonction de diffusivité fixée deux paramètres doivent être estimés dans le problème : le paramètre de seuil d'amplitude du gradient  $\tilde{K}$  et le temps d'arrêt optimal  $\tilde{T}$  du processus de diffusion. Après passage en revue de la littérature, nous avons constaté que certaines équipes s'étaient intéressées à l'estimation du seuil d'amplitude de gradient [Black *et al.*, 1998] [Voci *et al.*, 2004], tandis que certains se sont intéressés à l'estimation du temps d'arrêt optimal [Gilboa *et al.*, 2006]. Nous postulons dans ce travail que le débruitage peut être totalement guidé par une estimation automatique et conjointe de ces deux paramètres, conduisant alors à l'utilisation d'un filtre entièrement automatisé.

### **i. Estimation du paramètre de seuil d'amplitude du gradient**

Le paramètre de seuil d'amplitude du gradient  $K$  doit respecter le niveau de bruit dans la représentation espace-échelle et doit être estimé avec soin afin d'éviter la présence de contours trop lissés (*i.e.* flous) ou une suppression insuffisante du bruit. Afin de déterminer la valeur possible du gradient que l'on peut atteindre avant de considérer que l'on est en présence de bruit, un critère issu de la théorie des statistiques robustes peut être employé. En effet, on dispose par volume IRM d'une

---

<sup>14</sup>  $G$  et  $\mathcal{V}$  sont supposés différentiables.

quantité de données relativement importante dont la fiabilité et la qualité peuvent être inégales à cause des artefacts. Tout modèle sous-jacent n'est qu'une approche simplifiée de la réalité et l'estimation des paramètres d'un modèle ne sera valide que si tous les individus possèdent un comportement compatible avec ce même modèle. La présence dans l'échantillon de plusieurs types de comportement ou de valeurs aberrantes ne satisfait pas cette hypothèse. Pour pallier à ces difficultés, l'utilisation des méthodes statistiques robustes s'avère pertinente. Le critère d'écart absolu à la médiane (MAD), initialement proposé pour ce problème par Black *et al.* [Black *et al.*,1998] quantifie la dispersion statistique des données. À la différence des estimateurs conventionnels tels que la moyenne ou l'écart type ce critère est usuellement considéré comme peu influencé par les données aberrantes et est également plus pertinent en présence de distributions résultant de mélanges. Ce critère est relié à l'estimation du paramètre de seuil d'amplitude de gradient par la relation :



$$\tilde{K}(t) = 1,4826 \text{ MAD}(\nabla \mathcal{V}(\mathbf{x}, t)), \quad 1.(13)$$

où la constante est utilisée ici pour obtenir une estimation dans le cas de données suivant une distribution normale et où MAD est donné par :

$$\text{MAD} = \text{median}(\|\nabla \mathcal{V}(\mathbf{x}, t) - \text{median}(\|\nabla \mathcal{V}(\mathbf{x}, t)\|)\|). \quad 1.(14)$$

Le processus de diffusion anisotrope est itératif par nature et l'estimation du paramètre de seuil d'amplitude de gradient  $\tilde{K}$  doit donc être mise à jour au cours du processus de diffusion. Ainsi, sa valeur sera évaluée à chaque itération de débruitage.

## ii. Estimation du paramètre de temps d'arrêt optimal

La diffusion anisotrope est un processus d'évolution, et l'estimation d'un temps d'arrêt optimal  $\tilde{T}$  est également cruciale car une surestimation peut produire un flou des contours tandis qu'une sous-estimation peut laisser des artefacts de bruit non supprimés. Dans le cas de données synthétiques pour lesquelles une image originale sans bruit est connue, le critère de rapport signal sur bruit de crête (PSNR<sup>15</sup>) entre la version dépourvue de bruit  $\mathcal{V}_{GT}$  et les versions successivement débruitées  $\mathcal{V}_t$

---

<sup>15</sup> PSNR : *Peak Signal-to-Noise Ratio*.

peut être utilisé comme mesure de qualité permettant de stopper le processus de diffusion. Le PSNR exprimé en décibels est défini comme :

$$PSNR(t) = 10 \log_{10} \left( \frac{R^2}{MSE(t)} \right), \quad 1.(15)$$

où  $R$  est la fluctuation maximale dans l'image d'entrée (par exemple  $R = 255$  pour un signal codé sur 8 bits) où  $MSE$  est l'erreur quadratique moyenne évaluée à l'aide de :

$$MSE(t) = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^P (\mathcal{V}_{GT}(i, j, k) - \mathcal{V}_t(i, j, k, t))^2}{M N P}, \quad 1.(16)$$

où  $M, N, P$  sont les dimensions du volume. Dans le travail proposé, l'estimation des deux paramètres est mise à jour à chaque pas d'itération et la courbe du PSNR est une fonction croissante qui converge. Le processus de diffusion est alors stoppé à ce temps qui correspond à une estimation du paramètre de temps d'arrêt optimal. Dans le cas de données réelles, pour lesquelles aucune image dépourvue de bruit n'est connue *a priori*, le temps d'arrêt optimal  $\tilde{T}$  peut être déterminé à l'aide de statistiques calculées sur les versions successivement débruitées [Gilboa *et al.*, 2006]. Si  $\mathcal{V}_0$  désigne l'image d'entrée qui est considérée comme la somme d'une image dépourvue de bruit  $\mathcal{V}_{GT}$  et d'un bruit blanc additif, gaussien et non corrélé  $N_\sigma$  de variance  $\sigma^2$ , le SNR en décibels de l'image débruitée  $\mathcal{V}_t$  à l'instant  $t$  est donné par définition par :

$$SNR(\tilde{\mathcal{V}}_t) = 10 \log_{10} \frac{var(\mathcal{V}_{GT})}{var(\tilde{\mathcal{V}}_t - \mathcal{V}_{GT})} = 10 \log_{10} \frac{var(\mathcal{V}_{GT})}{var(N_\sigma - (\mathcal{V}_0 - \tilde{\mathcal{V}}_t))}. \quad 1.(17)$$

Le temps d'arrêt optimal  $\tilde{T}$  pourra donc être déterminé en minimisant à chaque étape :

$$\tilde{T} = \arg \min_t \frac{cov(\tilde{\mathcal{V}}_t, (\mathcal{V}_0 - \tilde{\mathcal{V}}_t))}{\sqrt{var(\mathcal{V}_0 - \tilde{\mathcal{V}}_t) \cdot var(\tilde{\mathcal{V}}_t)}}. \quad 1.(18)$$

## b. Classification non supervisée K-means

La méthode de classification K-means est probablement l'approche non supervisée la plus simple et la plus connue [MacQueen, 1967]. De manière générale, les algorithmes du type non supervisés, c'est-à-dire qui ne reposent pas sur l'utilisation d'une base d'apprentissage, sont des outils pertinents lorsque peu

## Chapitre 1

d'échantillons segmentés existants sont disponibles pour former une éventuelle base d'apprentissage et quand les structures exhibent potentiellement de grandes variations. Cette méthode et ses diverses variantes ont été employées dans le cas de données fonctionnelles de médecine nucléaire [Zaidi *et al.*, 2003] mais également dans le cas de données anatomiques [Jacobs *et al.*, 2001]. Un algorithme K-means classe un ensemble d'objets (*i.e.* les voxels dans notre application) noté  $\mathcal{S} = \{s_1, \dots, s_{MNP}\}$ , dans lequel  $s_l$  ( $l = 1, \dots, MNP$ ) est un objet, en  $\mathcal{K}$  sous-ensembles n'admettant pas de recouvrements  $\{\omega_1, \dots, \omega_{\mathcal{K}}\}$  et homogènes au sens d'un critère de valeur d'intensité du signal. La valeur de  $\mathcal{K}$  est supposée connue *a priori* et est déterminée dans ce travail à partir de la connaissance anatomique du sein. La classification des données est effectuée en évaluant une mesure de proximité quantifiée à l'aide d'une métrique de dissimilarité entre deux objets  $(s_1, s_2) \in \mathbb{R}^p$  que l'on cherche à classifier ( $p = 1$  dans le cas d'une intensité).

La dissimilarité  $\mathcal{D}$  habituellement utilisée est une métrique euclidienne quadratique :

$$\mathcal{D}(s_1, s_2) = \sum_{j=1}^p (s_1^j - s_2^j)^2. \quad 1.(19)$$

Dans chaque classe un centre  $\mathcal{C}_i$  ( $i = 1, \dots, \mathcal{K}$ ) est calculé comme étant le centre de gravité de la classe considérée :

$$\mathcal{C}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{s_k \in \mathcal{C}_i} s_k, \quad 1.(20)$$

où  $N_i$  est le nombre d'éléments de la classe  $\mathcal{C}_i$ . L'algorithme K-means a été implémenté sous forme d'un problème d'optimisation pour lequel la fonction objectif à minimiser est donnée par :

$$J(\mathcal{S}, \mathcal{C}) = \sum_{i=1}^{\mathcal{K}} \sum_{s \in \mathcal{C}_i} \mathcal{D}(s, \mathcal{C}_i) \quad 1.(21)$$

La classification automatique des données est réalisée par une minimisation alternative de la fonction objectif suivant les étapes :

Étape 1 : Générer de manière aléatoire  $\mathcal{K}$  valeurs initiales pour les centres des classes  $\mathcal{C}_i$ , où  $(i = 1, \dots, \mathcal{K})$ .

Étape 2 : Allouer chaque objet  $s_l$  avec  $(l = 1, \dots, MNP)$  à la classe de centre le plus proche ce qui constitue une minimisation de 1.(21) au regard de  $\mathcal{S}$  tandis que  $\mathcal{C}$  est fixé.

Étape 3 : Calculer les nouveaux centres de classes comme étant le centre de gravité des classes correspondantes ce qui constitue une minimisation de 1.(21) au regard de  $\mathcal{C}$  tandis que  $\mathcal{S}$  est fixé.

Étape 4 : Si les classes sont convergentes, c'est-à-dire si aucun objet ne change de classe entre deux itérations alors stopper le processus, sinon retourner à l'étape 2.

L'algorithme K-means n'incorpore pas directement de modélisation spatiale sous cette formulation ce qui permet une faible complexité et est un avantage significatif pour un calcul rapide même sur des volumes cliniques de taille non négligeable. Le schéma débruitage – classification K-means est utilisé dans ce travail pour produire rapidement une première segmentation qui sert d'initialisation à un modèle statistique MRF. L'initialisation des MRF a été discutée dans plusieurs travaux, et est considérée comme cruciale pour une classification précise des tissus. On supposera donc dans ce travail qu'une étape de débruitage adaptatif suivie d'une étape de classification non supervisée permet d'accéder à une initialisation robuste d'un modèle statistique MRF.

### **c. Modèle statistique de champ de Markov**

Les champs de Markov (MRFs) sont un modèle statistique très populaire qui peut bien sûr être utilisé pour des tâches de segmentation [Tohka *et al.*, 2010], mais qui est également très pertinent pour d'autres applications telles que la restauration d'image [Geman and Geman, 1984] ou l'étude de l'inférence statistique<sup>16</sup> [Saxena *et al.*, 2008]. Pour le cas de la segmentation, les MRFs sont un outil de choix permettant de modéliser une dépendance spatiale dans les étiquettes d'un système de voisinage résolvant ainsi au passage les insuffisances des approches de classification

---

<sup>16</sup> Induction de caractéristiques inconnues à partir d'un échantillon de la population.

non supervisées et non floues. On supposera donc ici que l'information portée par le volume ne se limite pas à la seule donnée d'intensité du voxel. En effet, on postule que considérée individuellement, une valeur d'intensité n'est pas significative, mais qu'en revanche elle le devient si elle est considérée selon ses relations et interactions avec son voisinage. Cette propriété d'interaction locale va permettre d'utiliser le formalisme markovien. Nous suggérons ici l'utilisation d'une information d'intensité absolue mais d'autres descripteurs tels qu'une information de texture ou encore de contraste pourraient être envisagés. Les bases des MRFs sont présentées dans la suite de ce document mais davantage de détails peuvent être trouvés dans [Li, 2009] [Chen *et al.*, 2011c].

On considère que le support spatial du volume clinique est décrit sur un réseau discret fini correspondant à une partie de  $\mathbb{N}^3$  de taille  $M, N, P$ . Il est constitué d'un ensemble fini  $\mathcal{S}$  de sites  $s_l$  qui correspondent aux voxels. Un descripteur qui représente l'état du site est associé à chaque voxel. Un descripteur sera par exemple une valeur d'intensité, une valeur d'étiquette ou encore une information plus complexe (texture, contraste, primitive de haut niveau...). L'ensemble fini  $\mathcal{S}$  est munit d'un système de voisinage  $\zeta$  *i.e.* muni d'une topologie qui va permettre de structurer les relations spatiales entre sites. Il est défini comme :

$$\zeta_{s_l} = \{t\} \text{ tel que } \begin{cases} s_l \notin \zeta_{s_l} \\ t \in \zeta_{s_l} \implies s_l \in \zeta_t \end{cases} \quad 1.(22)$$

Grâce aux relations spatiales introduites par le système de voisinage un système de cliques peut être défini. Une clique correspond soit à un singleton de l'ensemble  $\mathcal{S}$ , soit à un ensemble de sites tous voisins les uns des autres au sens porté par  $\zeta$ . L'ensemble des cliques de  $\zeta$  sera noté  $\mathcal{C}$  et on notera  $\mathcal{C}_k$  l'ensemble des cliques de cardinal  $k$ . Les systèmes de voisinage les plus utilisés sont d'ordre 1 et 2 relativement à une distance euclidienne. Selon la dimension de l'image et selon le système de voisinage utilisé (4 ou 8-connexité en 2D, 6 ou 26-connexité en 3D) le système de cliques est différent et fait intervenir plus ou moins de sites. Pour simplifier la visualisation le système de cliques associé à une image bidimensionnelle considérée en 8-connexité est présenté en Fig. 15. De plus, si l'on se réfère à des notions de base de théorie de graphes, nous venons de structurer le système de voisinage  $\zeta$  selon un graphe non orienté, noté  $G = [s_l, \zeta_{s_l}]$ .

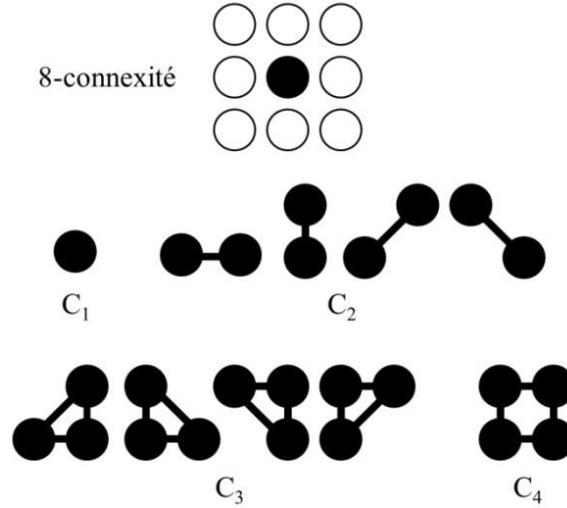


Fig. 15 Système de cliques d'une image bidimensionnelle considérée en 8-connectivité.

Les interactions locales entre sites voisins au sens porté par  $\zeta$  sont alors définies en termes de potentiel de clique, noté  $V_c$ . Si  $c$  est une clique la valeur du potentiel de clique associé  $V_c$  ne dépendra que de la valeur des descripteurs des sites qui constituent la clique. L'énergie locale en un site particulier  $s$  est notée  $U_s$  et est définie comme étant la somme des potentiels de toutes les cliques auxquelles il appartient :

$$U_s = \sum_{c \in \mathcal{C}, s \in c} V_c. \quad 1.(23)$$

Tandis que l'énergie globale de l'image est donnée par la somme des potentiels de toutes les cliques :

$$U = \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c. \quad 1.(24)$$

Une modélisation probabiliste de l'image est nécessaire, et celle-ci est donc perçue comme une réalisation particulière d'un champ aléatoire ou, autrement formulé, que chaque site correspond à la réalisation d'une variable aléatoire. On se donne deux champs de variables aléatoires  $X = (X_s)_{s \in \mathcal{S}}$  et  $Y = (Y_s)_{s \in \mathcal{S}}$ . Une réalisation  $X = x$  du champ  $X$  prend ses valeurs dans l'ensemble des étiquettes  $\Omega = \{1, \dots, \mathcal{K}\}$ , où  $\mathcal{K}$  est le nombre de classes connues *a priori* (nombre fini de valeurs). Le champ  $Y$  est l'image observée qui décrit les caractéristiques statistiques des tissus, et une réalisation  $Y = y$  du champ  $Y$  prend ses valeurs dans  $\mathbb{R}$ . Le problème de segmentation consiste donc à rechercher une réalisation particulière  $X = x$  (c'est-à-dire à rechercher une image

segmentée), sachant la réalisation  $Y = y$  (c'est-à-dire sachant l'image observée). Le problème sera posé sous une formulation bayésienne, et on va donc rechercher la meilleure classification des tissus pour chaque voxel étant donné les intensités de l'image observée. Pour alléger le système de notation, une réalisation particulière sera notée  $x$  au lieu de  $X = x$  et  $y$  au lieu de  $Y = y$ . Le théorème de Bayes permet la détermination de la probabilité de la segmentation  $x$  étant donné l'image observée  $y$  :

$$p(x|y) = \frac{p(y|x) p(x)}{p(y)}, \quad 1.(25)$$

où  $p(x)$  est la probabilité *a priori* de la segmentation  $x$  (*i.e.* le modèle *a priori* ou encore probabilité marginale de  $x$ ),  $p(y|x)$  est la probabilité conditionnelle de l'image  $y$  connaissant la segmentation  $x$  (*i.e.* le modèle de mesure ou encore fonction de vraisemblance de  $x$ ), et  $p(y)$  est la probabilité *a priori* de l'image  $y$  (ou encore probabilité marginale de  $y$ ) et qui est une constante de normalisation indépendante de la segmentation  $x$ . La probabilité  $p(x|y)$  correspond quant à elle à la segmentation recherchée sachant les observations ou encore probabilité *a posteriori*. Les probabilités sont ici utilisées comme un moyen permettant de traduire un degré de connaissance (les observations d'un phénomène) permettant la mise en place d'une forme de raisonnement par induction.

Le modèle *a priori*  $p(x)$  va refléter les propriétés de la classe de solutions recherchées, tandis que la fonction de vraisemblance  $p(y|x)$  va refléter la probabilité de réalisation d'une configuration donnée connaissant sa segmentation. En utilisant la connaissance du modèle *a priori*, le critère du maximum *a posteriori* (MAP) est utilisé pour déterminer la segmentation optimale  $\hat{x}$  :

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \operatorname{argmax}_x p(x|y) = \operatorname{argmax}_x p(y|x)p(x) \\ &= \operatorname{argmin}_x [-\ln(p(y|x)) - \ln(p(x))] \end{aligned} \quad 1.(26)$$

L'estimateur MAP est associé à une fonction coût  $C_{MAP}$  qui pénalise de la même manière une erreur sur un site et une erreur sur plusieurs sites :

$$C_{MAP}(x, \hat{x}) = 1 - \delta(x - \hat{x}), \quad 1.(27)$$

où  $\delta$  est le symbole de Kronecker. D'autres estimateurs tels que l'estimateur du maximum de vraisemblance, du mode des marginales *a posteriori*, de la moyenne *a posteriori* ou encore du champ moyen peuvent être employés, et vont différer par la

fonction coût considérée et la méthode de résolution à employer. Afin de pouvoir mener à bien l'estimation du critère MAP, les hypothèses spécifiées sur les deux champs (modèle de mesure et modèle *a priori*) doivent être exposées et les estimations des paramètres associés doivent être conduites.

### **i. Modèle de mesure**

En raison de la résolution limitée des dispositifs cliniques et en raison des formes complexes que l'on peut observer au niveau des interfaces tissulaires, certains voxels peuvent être composés par plus d'un seul type de tissus, l'information est alors qualifiée d'imparfaite. Ces voxels seront appelés *mixels* et vont perturber l'approche de classification, et ce phénomène sera désigné par le terme PVE. Une illustration de ce phénomène a déjà été présentée en Fig. 9 dans le cas de l'IRM mammaire. En raison du PVE, une approche de segmentation en classes pures (dite également approche *dure*) ne permet pas de capter l'intégralité de l'information disponible dans l'image, et ceci en particulier au sein des structures de petite taille ou au niveau des frontières complexes. Afin d'obtenir la segmentation des tissus du sein la plus pertinente possible la constitution du sein ne peut pas être réduite aux  $\mathcal{K}$  classes pures (BA, MS, AD ou GL) et il est donc pertinent d'introduire  $\mathcal{K}'$  classes additionnelles qui correspondent à une combinaison de classes pures et qui vont donc être liées aux mixels. La résolution de ce problème peut être perçue de deux manières, selon que l'objectif soit l'identification de ces mixels impliqués dans le PVE ou selon que l'objectif soit l'estimation des quantités tissulaires présentes dans chaque mixel (une identification préalable sera toutefois nécessaire). Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature. Par exemple, la méthode de classification non supervisée FCM a été utilisée pour la segmentation floue des volumes d'IRM [Pham and Prince, 1999]. Dans cette approche la fonction coût de la méthode fournit une mesure d'appartenance floue des voxels à chaque classe et la vraisemblance est mesurée par une distance euclidienne. Dans le cas où plusieurs séquences IRM sont disponibles et peuvent être parfaitement recalées Choi *et al.* ont proposé une méthodologie solide d'estimation du PVE [Choi *et al.*, 1991]. Cette approche fournit une estimation du PVE par résolution d'un système linéaire et incorpore un modèle MRF *a priori* afin d'imposer des contraintes de régularité. Malheureusement, si le nombre de séquences n'est pas suffisamment important le

## Chapitre 1

problème est sous-contraint et ne peut pas être résolu par cette voie. Dans notre étude une seule séquence IRM est disponible et une méthode d'estimation du PVE reposant sur une seule séquence est donc requise. Comme proposé dans plusieurs études on fait l'hypothèse que chaque valeur d'intensité peut être considérée comme une réalisation d'une somme pondérée de variables aléatoires caractérisant les classes pures, ce qui conduit à la forme :

$$y = \sum_{j=1}^{\mathcal{K}} \omega_j I_j + \varepsilon, \quad 1.(28)$$

où  $y$  est l'intensité de l'image observée d'un mixel  $s$ ,  $I_j$  sont des variables aléatoires reliées à l'intensité des classes pures  $j$ ,  $\omega_j$  sont des facteurs de pondération et  $\varepsilon$  est un bruit blanc Gaussien. Les facteurs de pondérations sont appelés coefficients de volume partiel (PVCs) et satisfont pour chaque mixel  $\omega_j \in [0,1]$  et  $\sum_{j=1}^{\mathcal{K}} \omega_j = 1$ . Afin de pouvoir estimer les paramètres la formule 1.(28) doit être simplifiée. Pour cela, la composante de bruit  $\varepsilon$  est embarquée dans les variables aléatoires décrivant les classes pures  $I_j$ , ce qui conduit à un modèle de bruit matériau-dépendant [Santago and Gage, 1995]. On suppose que les données de l'image sont conditionnellement indépendantes et que les fonctions de densité de probabilité des variables aléatoires  $I_j$  sont Gaussiennes de moyenne  $\mu_j$  et de covariance  $\Sigma_j$  pour chaque classe pure  $j$ , ce qui peut être mathématiquement décrit comme :

$$p(y|x) = \prod_s p(y_s|x_s), \quad 1.(29)$$

où  $s$  désigne les sites et où le modèle de mesure est donné par :

$$p(y_s|x_s) = g\left(y_s \left| \sum_{j=1}^{\mathcal{K}} \omega_{s_j} \mu_j, \sum_{j=1}^{\mathcal{K}} \omega_{s_j}^2 \Sigma_j \right.\right), \quad 1.(30)$$

où  $g(y|\mu, \Sigma)$  désigne une densité de probabilité Gaussienne multivariée. Pour résoudre le problème d'estimation dans le cas d'une seule séquence on suppose que chaque mixel  $s$  est une somme pondérée d'au plus deux types de tissus purs, ce qui conduit à une forme simplifiée pour l'intensité  $y$  d'un mixel  $s$  :

$$y = \omega_j I_j + (1 - \omega_j) I_k, \quad 1.(31)$$

où  $\{I_j, I_k\}$  désignent les variables aléatoires associées aux classes pures  $j$  et  $k$ . On a supposé précédemment que les densités de probabilité des classes pures peuvent être décrites par des distributions Gaussiennes et une somme pondérée est également une distribution Gaussienne de moyenne  $\mu(\omega_j)$  :

$$\mu(\omega_j) = \omega_j \mu_j + (1 - \omega_j) \mu_k, \quad 1.(32)$$

et de covariance  $\Sigma(\omega_j)$  :

$$\Sigma(\omega_j) = \omega_j^2 \Sigma_j + (1 - \omega_j)^2 \Sigma_k. \quad 1.(33)$$

Sous ces hypothèses les paramètres  $\{\mu_j, \Sigma_j\}$  des classes pures définissent parfaitement toutes les distributions de  $Y$  sachant  $X$ .

## ii. Modèle *a priori*

Les sites voisins au sens porté par  $\zeta$  ont une certaine tendance à appartenir au même type de tissu et un modèle statistique MRF va être employé pour capturer une information locale de similarité spatiale. En effet, et par définition,  $X$  est un MRF si et seulement si la probabilité conditionnelle locale en un site  $s$  ne dépend que de la configuration du voisinage du site considéré. Exprimé d'une autre manière, le comportement d'une variable aléatoire particulière ne dépend que des réalisations des variables aléatoires qui composent son voisinage et la probabilité conditionnelle locale n'est alors rien d'autre qu'une mesure permettant d'évaluer un lien statistique entre un descripteur et son voisinage. Cette hypothèse de markoviennité se justifie pour une large gamme de données pour lesquelles une connaissance locale permet l'induction d'une interprétation partielle. On suppose ici que notre modèle *a priori* est basé sur un MRF tridimensionnel défini sur un système de voisinage et il nous faudra donc accéder aux expressions des probabilités conditionnelles locales. Grâce au théorème de Hammersley-Clifford [Besag, 1986] il a été montré que la probabilité *a priori* est caractérisée de manière équivalente par un champ de Gibbs défini par la distribution (sans température) :

$$p(x) = \frac{1}{Z} \exp \left[ - \sum_{c \in C} V_c(x) \right] = \frac{1}{Z} \exp[-U(x)] \quad 1.(34)$$

où  $Z$  est une constante de normalisation appelée fonction de partition,  $V_c$  est la fonction de potentiel pour la clique  $c$  et où la sommation est considérée sur toutes les cliques de l'image. Le lien entre les potentiels  $V_c$  et l'énergie globale  $U$  a été établi en 1.(24). Ainsi, l'énergie globale d'un champ de Gibbs peut être décomposée en une sommation de potentiels. Si on considère par exemple le système de cliques associé à une image bidimensionnelle considérée en 8-connexité (Fig. 15) on peut décomposer l'énergie globale de l'image sous forme de sommation de potentiels :

$$\begin{aligned}
 U(x) = & \sum_{c=(s) \in C_1} V_c(x_s) + \sum_{c=(s,t) \in C_2} V_c(x_s, x_t) + \sum_{c=(s,t,u) \in C_3} V_c(x_s, x_t, x_u) \\
 & + \sum_{c=(s,t,u,v) \in C_4} V_c(x_s, x_t, x_u, x_v),
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

où  $s, t, u$  et  $v$  sont des sites et  $C_k$  sont les cliques de cardinal  $k$ . On parlera de champ homogène en cas d'utilisation de potentiels indépendants de la localisation des cliques et d'isotropie si on ajoute la propriété d'indépendance à une orientation. D'un point de vue mathématique rien n'impose ces contraintes et l'utilisation d'un champ non-stationnaire et non-symétrique est possible. Si on s'intéresse à l'énergie locale associée à une réalisation  $x$  en un site  $s$  (notée  $x_s$ ) conditionnellement à son voisinage  $x_t \mid t \in \zeta_s$  on peut écrire :

$$U_s(x_s | x_t, t \in \zeta_s) = \sum_{c \in C, s \in c} V_c(x_s, x_t, t \in \zeta_s). \tag{1.36}$$

Cette énergie locale ne fait intervenir que le voisinage du site  $\zeta_s$  et l'énergie globale peut être réécrite (1.(23), 1.(24) et 1.(36)):

$$\begin{aligned}
 U(x) &= \sum_{c \in C, s \in c} V_c(x) + \sum_{c \in C, s \notin c} V_c(x) \\
 &= \sum_{c \in C, s \notin c} V_c(x) + U_s(x_s | x_t, t \in \zeta_s).
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

Tandis que la probabilité conditionnelle locale sera donnée par :

$$p(x_s | x_t, t \in \zeta_s) = \frac{\exp[-U_s(x_s | x_t, t \in \zeta_s)]}{\sum_{x_s=e \in E} \exp[-U_s(x_s | x_t, t \in \zeta_s)]}. \tag{1.38}$$

L'expression de la probabilité conditionnelle locale ne fait intervenir que les potentiels des cliques contenant le site que l'on considère. Cette approche n'est valable que si le théorème de Hammersley-Clifford est rigoureusement respecté et

notamment la contrainte de positivité qui traduit le fait qu'aucune configuration n'est interdite. Le modèle *a priori* choisi dans ce travail est un modèle de Potts qui correspond à une extension du modèle d'Ising [Wu, 1982]. Pour ce modèle, l'espace des descripteurs est l'espace des étiquettes accessibles  $\Omega = \{1, \dots, \mathcal{K}\}$ , où  $\mathcal{K}$  est le nombre de classes déterminées à l'aide d'une connaissance anatomique. Le système de voisinage choisi est la 26-connexité autour de chaque site, et on ne considère ici que des MRF du second ordre, c'est-à-dire que les potentiels sont définis uniquement pour les cliques d'ordre 2. Ce choix revient à spécifier que nous n'avons aucune connaissance *a priori* sur l'appartenance d'un singleton à une classe donnée, et les potentiels définis pour ces cliques d'ordre 1 sont donc considérés nuls. Classiquement la fonction d'énergie d'un tel modèle est donnée par :

$$U_{c=(s,t) \in C_2} = \sum_{c=(s,t) \in C_2} +\beta\delta(x_s - x_t) - \beta[1 - \delta(x_s - x_t)] , \quad 1.(39)$$

où  $\delta(\cdot)$  désigne le symbole Kronecker et où  $\beta$  est une constante fixée par l'utilisateur. Ce modèle va favoriser les sites voisins de même descripteur en attribuant une valeur  $+\beta$  si  $x_s = x_t$  et va pénaliser les sites voisins de descripteurs différents en attribuant une valeur  $-\beta$  si  $x_s \neq x_t$ . L'intensité de ce phénomène de pénalisation sera gouvernée par la valeur de la constante et on sous-entend également ici que toutes les classes sont équiprobables. Ce modèle très simple est de type homogène et isotrope sans champ externe. Ce modèle peut encore être généralisé en ajoutant des informations *a priori* supplémentaires. Ainsi, il est par exemple possible d'ajouter un terme de pondération lié à une prise en compte de la distance entre sites et notamment la distinction existante entre les voisins directs et diagonaux, et d'ajouter également un terme de pondération à appliquer aux mixels. La fonction d'énergie retenue dans ce travail permet la prise en compte de ces effets et est donnée par :

$$U_{c=(s,t) \in C_2} = \frac{1}{2} \beta \sum_{c=(s,t) \in C_2} \frac{\alpha_{st}}{d_{s,t}} , \quad 1.(40)$$

où  $d_{s,t}$  est la distance Euclidienne entre les sites  $s$  et  $t$ ,  $\beta$  est comme précédemment un paramètre ajustable utilisé pour imposer un modèle *a priori* plus ou moins lissé et  $\alpha_{st}$  est une constante qui vaut 2 si  $x_s = x_t$ , 1 si  $x_s$  et  $x_t$  sont différents mais partagent une classe (et donc qu'au moins l'un des deux est un mixel) et  $-1$  sinon. Si on revient sur le modèle proposé ici et qu'on se place dans le cas d'un maillage cubique isotrope d'élément unitaire de taille  $p$ , on peut constater que la distance

euclidienne  $d_{s,t}$  pourra prendre deux valeurs qui sont  $p$  et  $p \cdot \sqrt{2}$ , ce qui se traduira par une plus grande importance donnée aux voisins directs comparés aux voisins diagonaux. De même les classes additionnelles introduites pour la représentation des mixels seront pondérées par le terme  $\alpha_{st}$ . En effet, si un site particulier  $t$  correspond à un mixel, *i.e.* à une combinaison de classes pures, il partagera une entité avec le site  $s$  conduisant ainsi à la configuration  $\alpha_{st} = 1$ . Si en revanche il correspond à une classification différente ou au contraire à la même classification que le site  $s$  il conduira respectivement aux configurations  $\alpha_{st} = -1$  et  $\alpha_{st} = 2$ , respectivement.

### iii. Résolution

L'estimation du critère MAP conduit à la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie, généralement non convexe. En tenant compte des différentes hypothèses spécifiées jusqu'ici cette fonctionnelle à minimiser est composée d'un terme d'attache aux données d'ordre 1 qui va représenter la fidélité à la vraisemblance et d'un terme de régularisation d'ordre 2 qui va contenir l'*a priori* considéré. Après simplification de l'expression on peut montrer que l'on cherche à minimiser l'énergie :

$$u(x|y) = \left[ \sum_{s \in S} \frac{(y_s - \mu_{x_s})^2}{2\Sigma_{x_s}^2} + \ln \left( \sqrt{2\pi\Sigma_{x_s}^2} \right) \right] + \left[ \frac{\beta}{2} \sum_{c=(s,t) \in C_2} \frac{\alpha_{st}}{d_{s,t}} \right]. \quad 1.(41)$$

La non convexité et la présence de nombreux minima locaux rend le problème d'optimisation très complexe. Pour résoudre cette difficulté l'emploi d'algorithmes itératifs basés sur une approche du minimum global est généralement préconisé. On va rechercher dans le cadre de tels processus itératifs la ou les configurations les plus probables qui correspondent aux états d'énergie minimale. Les algorithmes du type relaxation stochastique permettent de réaliser cette tâche et possèdent une propriété intéressante de convergence garantie vers un minimum global, et ceci quelle que soit la configuration initiale spécifiée. On citera l'algorithme de recuit simulé qui associe un schéma de refroidissement à une procédure d'échantillonnage du type Monte-Carlo (Métropolis ou Gibbs). Ces approches sont néanmoins très gourmandes en temps de calcul et nous avons préféré dans ce travail un algorithme des modes conditionnels itérés (ICM) [Besag, 1986]. L'algorithme ICM est sous optimal dans le sens où la convergence vers un minimum global n'est pas garantie, mais il présente

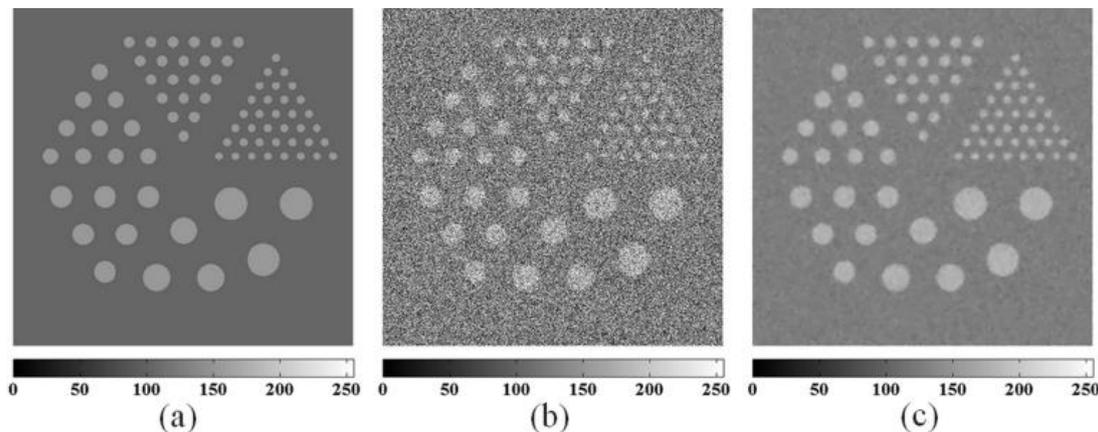
l'avantage d'un coût de calcul réduit et est donc très souvent employé. Il converge en revanche vers le minimum local situé à proximité de l'initialisation de la segmentation, et afin de maximiser les chances de convergence vers le minimum global, il est souhaitable que celle-ci soit la plus robuste possible. L'algorithme est itératif et modifie à chaque étape l'ensemble des sites sur la base d'une formulation déterministe. On se donne une configuration initiale  $x(0)$  et on va construire une suite de configurations  $x(n)$  qui va converger vers une approximation du MAP. On désignera par étape l'action de mise à jour de tous les sites tandis qu'on dénommera itération la mise à jour d'un site. Au cours d'une étape, tous les sites sont parcourus selon une stratégie de balayage définie qui peut être un ordre prédéfini, un ordre aléatoire ou une optimisation HCF (pour « Highest Confidence First »). Pour chaque site on va évaluer l'énergie conditionnelle locale puis mettre à jour son étiquette en lui substituant le mode minimisant cette énergie. Le processus est stoppé lorsque le nombre de changements entre étapes successives devient faible. Cette approche, potentiellement sensible à l'existence de plusieurs minima locaux, peut encore être améliorée par l'emploi d'une procédure multigrille considérant différentes tailles successives du voisinage mais le critère du MAP n'est alors plus adapté puisque l'erreur est pénalisée de la même manière à toutes les échelles. Pour ces approches, le MAP sera par exemple remplacé par le critère SMAP (MAP séquentiel) défini dans le cadre de champs multi-échelles. Nous postulons dans ce travail que le débruitage suffit à l'initialisation robuste de l'algorithme ICM et le critère du MAP est donc utilisé.

### III. Résultats expérimentaux

Tous les résultats présentés par la suite ont été obtenus à l'aide d'un PC standard (Intel® Core™ i5, 2,4 GHz, 4 Go de RAM). Quelle que soit la donnée considérée (synthétique ou clinique) la durée d'exécution totale est comprise entre 5 et 10 minutes.

### a. Données synthétiques

Les performances de l'approche de segmentation proposée ont tout d'abord été évaluées sur des données synthétiques représentant un fantôme Derenzo. Ce fantôme est habituellement employé pour évaluer les performances des dispositifs cliniques, et contient 6 secteurs avec des disques dont les diamètres sont compris entre 2,5 et 6,25 mm. Une image dépourvue de bruit, *i.e.* une vérité terrain est connue (Fig. 16 (a)) et plusieurs niveaux de flou et de bruit ont été simulés afin de pouvoir quantifier les performances de l'approche globale proposée au regard de ces perturbations.



**Fig. 16** Évaluation qualitative des performances du débruitage automatique par processus de diffusion anisotrope : (a) vérité terrain, (b) version floutée et bruitée (10 :1/2) et (c) version débruitée à l'aide d'une estimation automatique et conjointe des paramètres.

L'ajout de flou a été modélisé par convolution de la vérité terrain avec une fonction Gaussienne et trois niveaux de flous ont été testés (faible, moyen et élevé). Puis, un bruit Gaussien centré a été ajouté aux images floues et trois niveaux de bruit ont été testés (faible, moyen et élevé) conduisant ainsi à 9 versions floutées et bruitées de l'image originale. Le contraste original est de 1,2:1, les trois niveaux de flou correspondent à des convolutions opérées avec des masques carrés de taille 3, 5 et 10 pixels, et les trois niveaux de bruit correspondent à une intensité de 1/20, 1/10 et 1/2 du contraste initial. À titre d'exemple, on considère une image contenant des niveaux de flou et de bruit élevés (10 :1/2)<sup>17</sup> présentée en Fig. 16 (b), et on s'intéresse à l'évaluation qualitative des performances du débruitage automatique. Cette évaluation montre une bonne élimination du bruit et une bonne préservation des contours même dans les secteurs les plus petits du fantôme, comme illustré en

<sup>17</sup> La nomenclature utilisée décrit tout d'abord le niveau de flou puis le niveau de bruit.

Fig. 16 (c). Au regard de ces résultats, on peut clairement constater que l'estimation automatique des paramètres utilisés pour conduire le débruitage par diffusion anisotrope permet de prévenir les phénomènes de sous-lissage et sur-lissage.

L'évolution du paramètre de seuil d'amplitude du gradient  $\tilde{K}$  en fonction du temps est présentée en Fig. 17. Les images 1, 2 et 3 correspondent respectivement à des niveaux de bruit faible (1/20), moyen (1/10) et élevé (1/2), tandis que le flou est fixe (masque de taille 3 pixels). Les trois courbes sont strictement décroissantes et vont décroître tout d'abord assez rapidement puis de plus en plus lentement au fur et à mesure que le niveau de bruit va diminuer. Ce type de comportement permet une bonne préservation des contours et une bonne suppression du bruit même si ce sont toutes les deux des composantes à haute fréquence spatiale. Un calcul à chaque itération du seuil d'amplitude du gradient  $\tilde{K}$  reflète continuellement le niveau de bruit dans la représentation espace-échelle ce qui permet une séparation linéaire des deux composantes à haute fréquence spatiale. Nous avons postulé que pour refléter le niveau de bruit de manière continue le paramètre estimé  $\tilde{K}$  devait être une fonction décroissante, et de ce fait, aucun phénomène d'instabilité numérique n'a été observé au cours des évaluations.

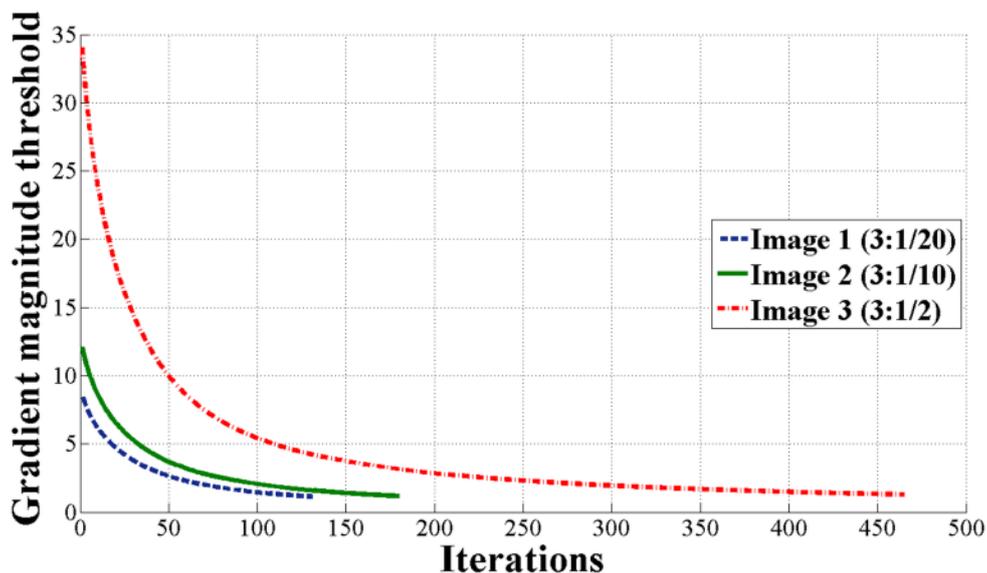


Fig. 17 Évolution du paramètre de seuil d'amplitude du gradient  $\tilde{K}$  en fonction du temps : les images 1, 2 et 3 sont corrompues respectivement par des niveaux de bruit faible, moyen et élevé, tandis que le niveau de flou est fixé.

Pour chaque expérience menée sur donnée synthétique la qualité du débruitage a été quantifiée par le calcul du PSNR. Le PSNR est évalué entre la donnée de vérité terrain et la version débruitée au temps  $t$ , et ce à chaque pas d'itération. L'évolution de ce critère en fonction du temps pour les trois mêmes images est montrée en Fig. 18. C'est une fonction qui croît graduellement en fonction des itérations, et qui atteint un maximum pour le temps d'arrêt optimal  $\tilde{T}$ , conduisant ainsi à un nombre variable d'itérations selon l'intensité de la perturbation initiale. Même si le PSNR est un critère reflétant seulement le niveau de bruit et non la préservation des contours, une estimation simultanée des deux paramètres au cours du processus de diffusion conduit à des résultats satisfaisants, pour lesquels le bruit semble avoir été éliminé tandis que les contours semblent avoir été préservés. Afin de juger de la pertinence de l'approche proposée, intéressons-nous au processus de segmentation des données débruitées.

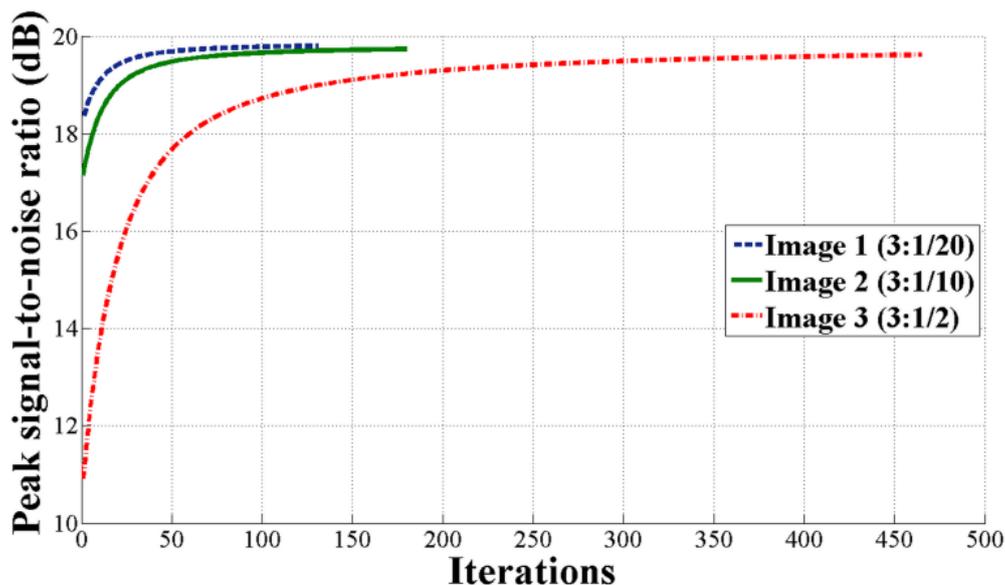
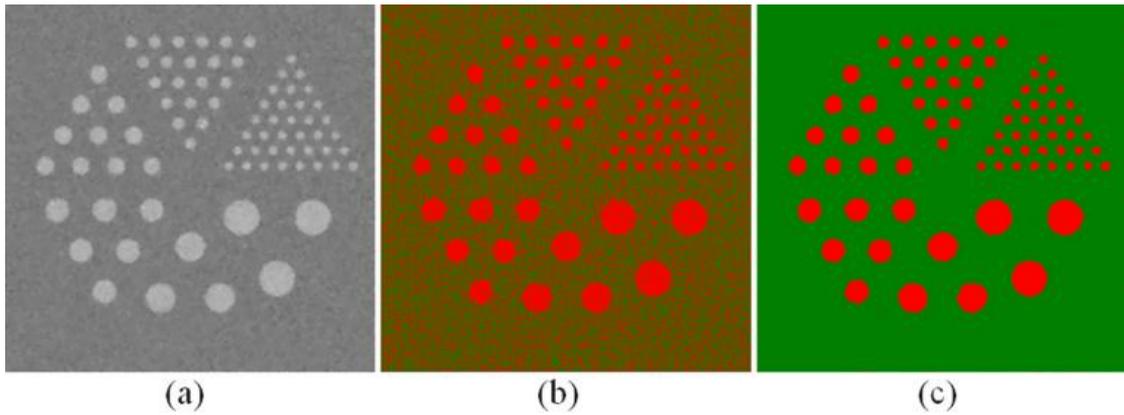


Fig. 18 Évolution du critère PSNR en fonction du temps : les images 1, 2 et 3 sont corrompues respectivement par des niveaux de bruit faible, moyen et élevé, tandis que le niveau de flou est fixé.

Une évaluation qualitative de la segmentation dure produite par un schéma débruitage-clustering est présentée en Fig. 19 dans le cas d'une image présentant un niveau moyen de bruit (5 : 1 /10).



**Fig. 19** Évaluation qualitative de la diffusion anisotrope préalable à la segmentation : (a) image débruitée dans le cas d'une donnée perturbée par des niveaux moyens de bruit et de flou, (b) clustering K-means sans débruitage préalable et (c) clustering K-means avec débruitage préalable.

Fig. 19 (a) montre le résultat du débruitage automatique, Fig. 19 (b) montre le résultat du clustering K-means sans débruitage préalable et Fig. 19 (c) montre le résultat du clustering K-means avec débruitage préalable. Cette figure met clairement en évidence le bénéfice apporté par un débruitage préalable qui s'adapte aux données, et l'on peut d'ores et déjà affirmer que l'on obtiendra un taux de mauvaise classification significativement plus faible pour la seconde approche. La performance de la segmentation est évaluée à l'aide de la métrique de similarité de Jaccard, calculée entre l'image de vérité terrain et les segmentations produites par le schéma débruitage-segmentation. Cette métrique qui mesure la similarité de deux ensembles  $S_1, S_2$  est définie comme :

$$J(S_1, S_2) = \frac{|S_1 \cap S_2|}{|S_1 \cup S_2|} \quad 1.(42)$$

Le coefficient de Jaccard est borné par les valeurs 0 et 1, respectivement pour des ensembles qui sont complètement dissimilaires et pour des ensembles complètement similaires. L'évaluation de cette métrique de similarité est présentée en Fig. 20, pour l'ensemble des cas étudiés et pour plusieurs schémas de segmentation, et les coefficients moyens sur l'ensemble des cas et pour ces mêmes schémas ont été reportés en Tab. 2. Pour comparaison, un algorithme classique FCM a également été appliqué aux données et le coefficient de Jaccard des segmentations associées a été calculé.

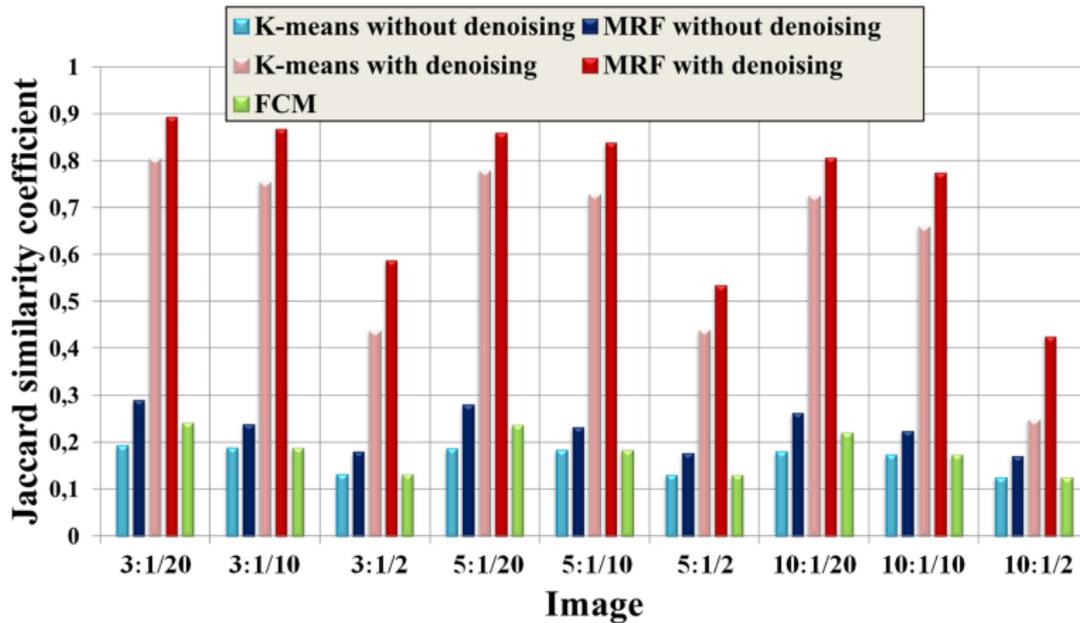


Fig. 20 Données synthétiques : calcul du coefficient de similarité de Jaccard sur l'ensemble des cas étudiés et pour différents schémas de segmentation.

	Method	Mean Jaccard coefficient
Without denoising step	K-means	0.163 ± 0.03
	FCM	0.179 ± 0.04
	MRF	0.226 ± 0.04
With denoising step	K-means	0.619 ± 0.19
	MRF	0.731 ± 0.17

Tab. 2 Données synthétiques : coefficient de Jaccard moyen sur l'ensemble des cas étudiés pour plusieurs schémas de segmentation.

Plusieurs choses doivent être remarquées à partir de Fig. 20 et de Tab. 2. On notera tout d'abord le bénéfice apporté par l'inclusion d'une dépendance spatiale à travers un modèle statistique de champ de Markov, et ce quelle que soit la donnée considérée. Nous pouvons également noter une performance similaire ou supérieure de l'algorithme FCM sur l'algorithme K-means classique, évalué sans débruitage préalable. Finalement, le résultat principal est l'amélioration apportée par un débruitage préalable à la segmentation, avec par exemple une grande disparité entre MRF initialisés sans et avec débruitage. Le problème de l'initialisation des MRFs a été discuté dans plusieurs travaux et Fig. 20 montre clairement l'influence d'une initialisation pertinente, basée ici sur une estimation plus robuste des paramètres du

modèle de mesure. Quel que soit le schéma de segmentation considéré les performances sont insuffisantes dans le cas d'un niveau de bruit élevé (1/2), tandis que l'approche semble présenter une plus grande robustesse au niveau de flou. Néanmoins, cette expérience a été conduite dans l'optique de déterminer les limites de la méthode proposée et ces conditions ne sont généralement pas rencontrées dans le cas de données cliniques. En outre, puisque le débruitage s'adapte automatiquement à la donnée considérée, aucune dégradation du coefficient de Jaccard n'a été relevée au cours des différentes expérimentations, et il est même systématiquement amélioré. Compte tenu de la pertinence de ces résultats, nous avons considéré dans ce travail que l'initialisation d'un MRF telle que proposée ici peut être exploitée sur des données plus complexes telles que des données cliniques.

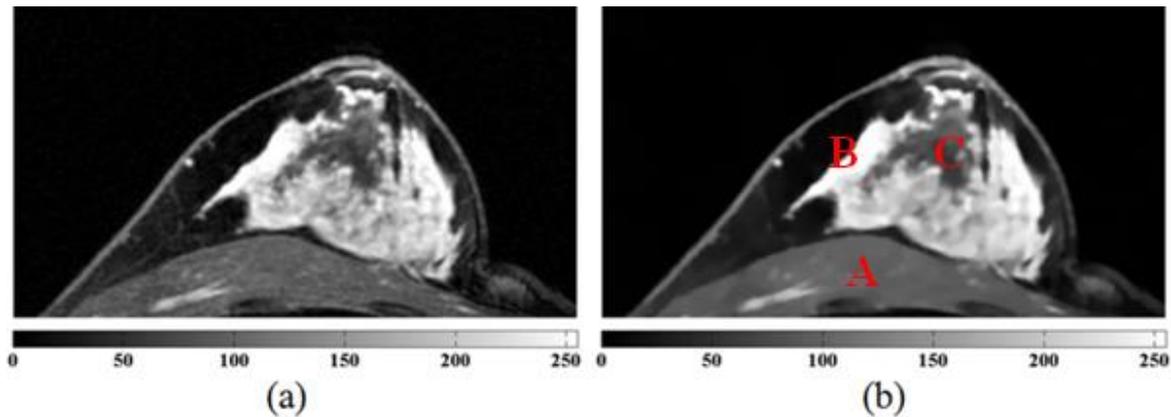
### **b. Données cliniques**

#### **i. Segmentation**

Le jeu de données cliniques utilisé est composé de 10 IRM mammaires pondérées T1 extraites d'une population à haut risque génétique et sans cancer déclaré. Les patientes sont suivies à l'Institut Claudius Regaud (Centre de Lutte Contre le Cancer de Toulouse) et les acquisitions se sont déroulées sur une IRM *Siemens MAGNETOM Avanto* (1,5 T, décubitus ventral, antenne sein dédiée). La résolution des volumes est de 512 x 512 x 144, et la taille des voxels est de 0,3516 mm x 0,3516 mm x 0,8 mm. Afin de réduire le coût calculatoire, seul le volume d'intérêt a été retenu dans les expériences. Pour ce faire, les coordonnées spatiales d'une boîte englobante ont été définies grâce à une binarisation par la méthode d'Otsu (critère de variance). Une délimitation manuelle des données en classes pures a également été effectuée et celle-ci permettra l'évaluation quantitative de la segmentation. Même si cette méthode souffre de limitations en termes de variabilités interindividuelles et intra-individuelle, elle est considérée comme *gold standard* dans ce travail. En accord avec les considérations anatomiques nous recherchons quatre classes principales : fond (BA), muscle et peau (MS), adipeuse (AD), et glandulaire (GL). Afin d'adresser le problème PVE, deux classes additionnelles ont été introduites. Ces classes dénommées MA et AG sont respectivement la combinaison



des classes MS et AD, et des classes AD et GL. Nous faisons également l'hypothèse anatomiquement raisonnable que la probabilité de mélange de plus de deux classes est nulle et que le mélange des classes MS et GL peut être négligé. Sous ces hypothèses, l'ensemble des étiquettes est donc :  $\Omega = \{BA, MS, AD, GL, MA, AG\}$ . Comme proposé précédemment, un débruitage automatique adapté aux données d'entrée a tout d'abord été mis en œuvre pour tous les volumes cliniques. L'effet qualitatif de la diffusion anisotrope sur une coupe particulière est montré en Fig. 21.



**Fig. 21** Évaluation qualitative de la diffusion anisotrope en IRM pondérée T1 (patiente 8) : (a) coupe originale, (b) résultat du débruitage conduit avec estimation automatique et conjointe des paramètres.

On peut constater que qualitativement le débruitage renforce la cohérence des différentes régions tout en permettant la préservation des contours qui sont importants pour la segmentation. Les détails supprimés correspondent à du bruit, à des artefacts d'imagerie ou à de la non uniformité biologique liée à la relaxation tissulaire, et on peut conjecturer que la présence de ces détails aurait un impact négatif sur la qualité de la classification. On peut noter en comparant ces images : une variance intra-classe plus faible au sein de la classe MS (point A), la conservation des contours pertinents au sein de la classe GL (point B) et la conservation des mélanges comme par exemple au sein de la classe AG (point C). Nous avons considéré que l'information utile à la segmentation est préservée par ce processus et que cette dernière sera sans doute même facilitée par le débruitage.

L'évolution du paramètre de seuil d'amplitude du gradient  $\tilde{K}$  au cours du débruitage a été tracée en Fig. 22 pour plusieurs patientes. Son évolution respecte continuellement le niveau de bruit dans la représentation espace-échelle et ce paramètre est évalué à

chaque itération afin d'éviter les phénomènes de bords sur-lissés ou de bruit insuffisamment supprimé. Comme dans le cas synthétique ce paramètre suit une fonction strictement décroissante respectant les conditions précédentes et aucun phénomène d'instabilité n'a été reportée au cours des expérimentations. Les deux paramètres sont ainsi ajustés automatiquement à la donnée considérée comme présenté ici pour plusieurs cas cliniques.

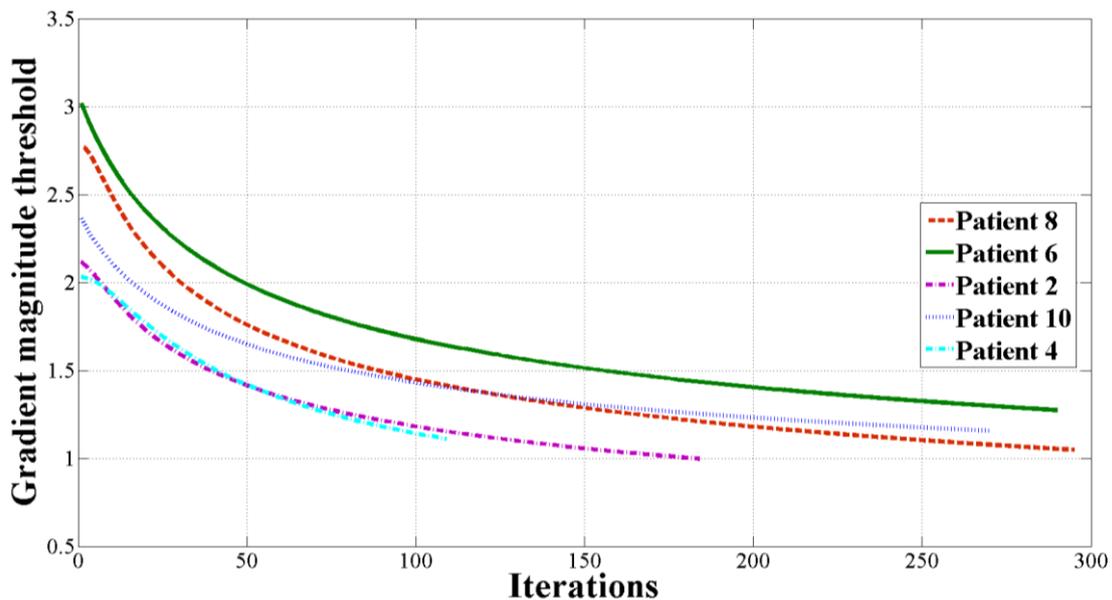


Fig. 22 Évolution du paramètre de seuil d'amplitude de gradient en fonction du temps dans le cas de données cliniques.

Le volume a d'abord été segmenté en deux classes afin d'obtenir un masque destiné au guidage de la segmentation des régions d'intérêt (MS, AD, GL). Avant l'estimation du PVE les paramètres décrivant les classes pures doivent être estimés. Compte tenu des résultats obtenus sur données synthétiques, nous postulons dans ce travail que cette estimation peut être réalisée à partir d'une segmentation dure du volume débruité. Cette segmentation en classes pures est obtenue par débruitage et une catégorisation K-means, comme montré en Fig. 23. En raison du débruitage cette segmentation initiale est considérée comme plus robuste et est obtenue rapidement en raison du coût calculatoire négligeable. On peut observer sur cette figure une identification des classes plutôt satisfaisante et les erreurs sont dues à la fois à l'approche dure utilisée mais également à la non modélisation de la dépendance spatiale dans le champ des étiquettes. En effet, cette première classification contient certains éléments appartenant aux classes pures et qui ont été correctement classifiés

mais contient également certains mixels qui constituent dans ce cas des données aberrantes. Malgré la présence d'erreurs, cette classification initiale est utilisée pour estimer les paramètres du modèle de mesure des classes pures.

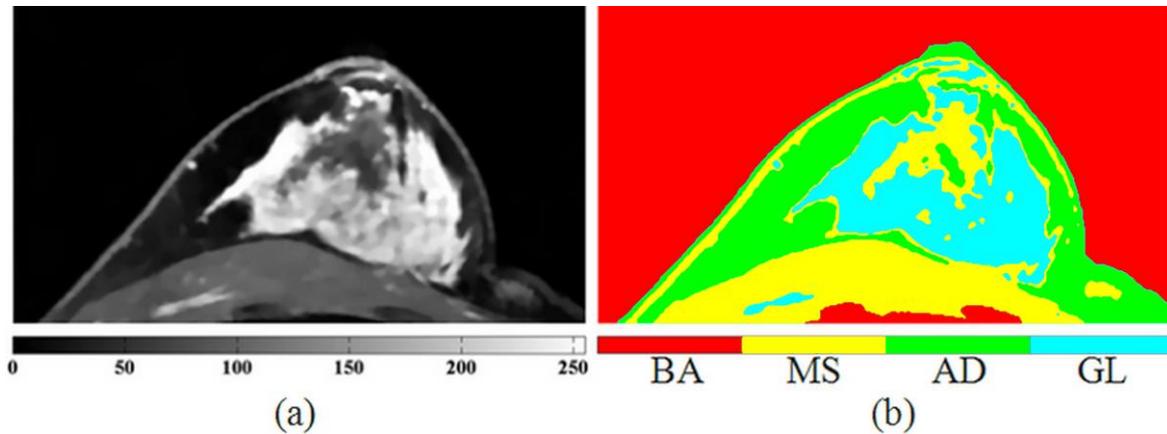


Fig. 23 Exemple de segmentation dure obtenue par une étape de débruitage automatique suivie d'une étape de clustering K-means (patiente 8) : (a) coupe débruitée et (b) coupe classifiée en classes pures.

Pour ce faire l'histogramme des données extraites est considéré comme la somme de trois fonctions Gaussiennes dont les moyennes et les variances ont été estimées à l'aide d'une méthode de Nelder-Mead comme illustré en Fig. 24.

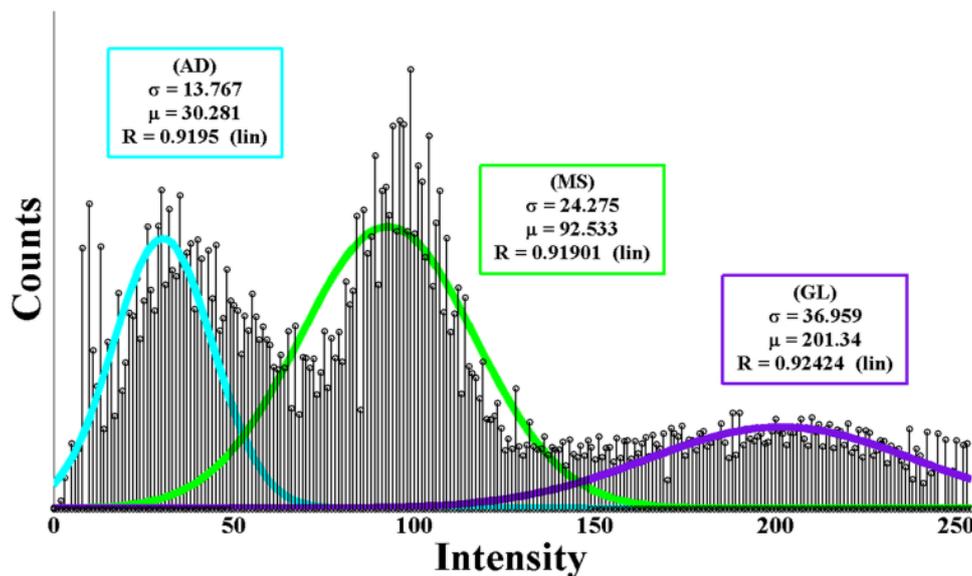


Fig. 24 Estimation des paramètres du modèle de mesure pour les trois classes pures (patiente 8).

Le coefficient de corrélation de Pearson a été jugé satisfaisant, avec par exemple une valeur minimale supérieure à 0,9, ce qui suggère un faible bruit dans les données et

une certaine robustesse. On remarquera la présence de recouvrements entre les fonctions Gaussiennes, ce qui signifie que les classes ne sont pas exclusivement pures et ne sont donc pas parfaitement identifiées à l'aide de cette approche.

Afin d'améliorer le processus de classification le PVE peut être estimé et une notion de cohérence spatiale entre étiquettes peut être introduite. Afin d'adresser le PVE, les éléments doivent tout d'abord être classifiés en  $\mathcal{K}^* = \mathcal{K} + \mathcal{K}' = 5$  classes représentant les classes pures  $\{MS, AD, GL\}$  et les classes de mélange  $\{MA, AG\}$ , puis une estimation des coefficients de volume partiel pourra être menée. Cette approche est habituellement dénommée *méthode indirecte* et repose donc sur deux étapes : identification et quantification (extraction d'une valeur numérique). Au cours de l'étape de classification l'équation 1.(26) est résolue à l'aide d'un algorithme ICM sous les hypothèses spécifiées pour le modèle *a priori* et pour le modèle de mesure. Les densités des classes de mélange sont obtenues par un schéma d'intégration numérique des densités marginales à l'aide d'une approximation trapézoïdale. Puis, durant la phase d'estimation, l'estimation des coefficients de volume partiel est basée sur un principe de maximum de vraisemblance. Un exemple de classification en cinq classes est présenté en Fig. 25. Une coupe extraite du volume original est présentée en Fig. 25 (a), Fig. 25 (b) illustre le résultat de la segmentation en cinq classes sur cette même coupe et selon la méthode proposée, tandis que Fig. 25 (c) met en valeur la segmentation tridimensionnelle des différentes structures. La segmentation obtenue est consistante avec les principales structures d'intérêt, et le niveau de détail peut éventuellement être adapté par l'importance relative donnée aux termes d'attache aux données et de régularisation ( $\beta = 0,2$  pour les données cliniques). Grâce au débruitage et à la modélisation de la dépendance spatiale, les classes pures représentent des volumes relativement important, tandis que les classes de mélange représentent les transitions floues. La segmentation tridimensionnelle des structures fournit ainsi un fantôme voxélisé individuel. Ce fantôme a été construit de manière automatique, et peut être utilisé dans le cadre d'autres investigations telles que la modélisation biomécanique. Un exemple d'estimation des coefficients de volume partiel est présenté en Fig. 26. Une segmentation finale en classes pures permettant la comparaison quantitative aux segmentations manuelles est obtenue via l'exploitation de l'estimation des coefficients de volume partiel. De manière assez simple on assignera ainsi chaque mixel à sa classe dominante.

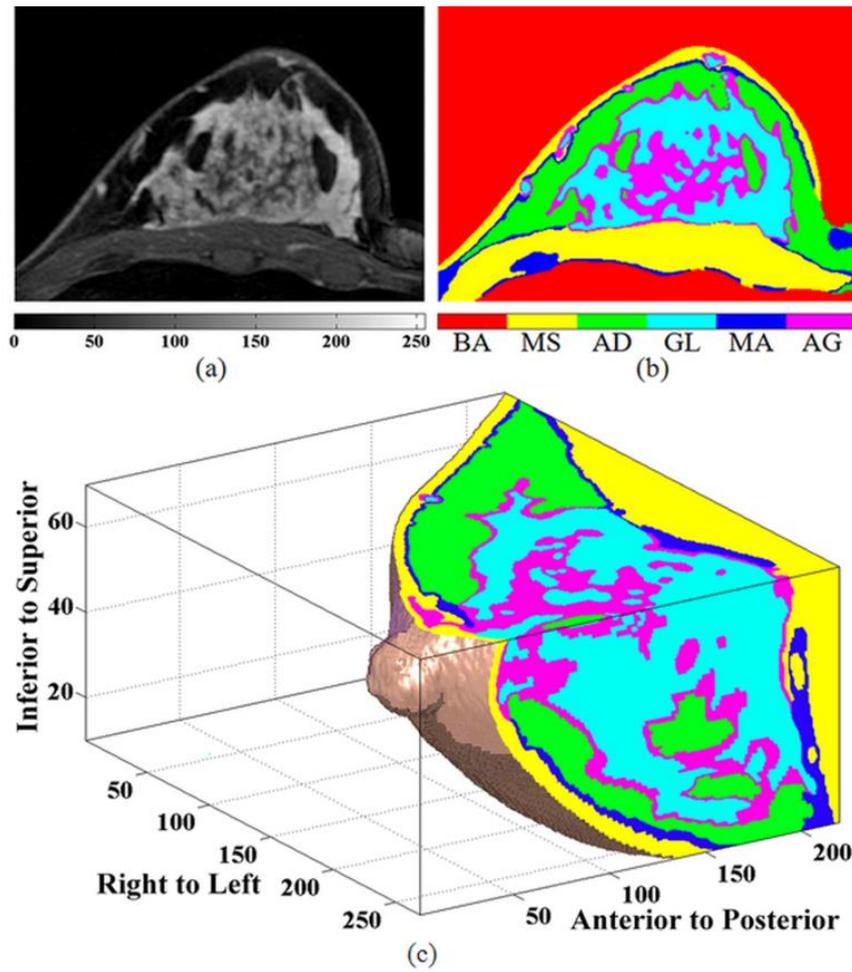


Fig. 25 Exemple de segmentation : (a) volume original, (b) classification en 5 classes et (c) vue tridimensionnelle des structures.

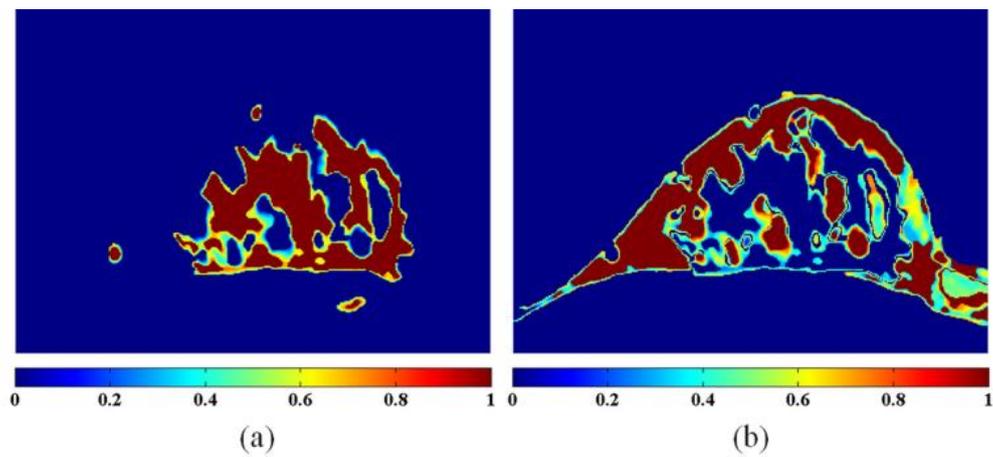
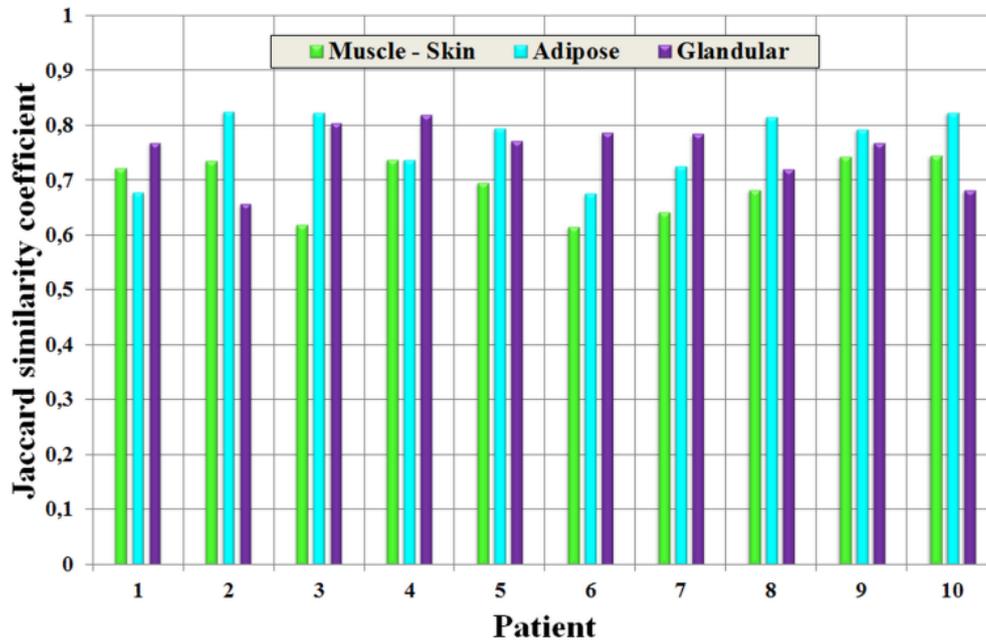


Fig. 26 Exemple d'estimation de coefficients de volume partiel pour la classe glandulaire (a) et pour la classe adipeuse (b).

## Chapitre 1

La métrique de similarité de Jaccard entre segmentations manuelle et automatique a été calculée pour ces classes pures et pour chaque volume clinique et est représenté en Fig. 27.



**Fig. 27 Métrique de similarité de Jaccard entre segmentations manuelle et automatique pour le jeu de données cliniques considéré.**

Cette figure met en évidence les variabilités des résultats de la segmentation, tant au niveau du cas clinique considéré qu'au niveau de la structure recherchée. La correspondance entre les deux approches de segmentation est dans l'ensemble convenable et est également globalement consistante entre les patientes, ce qui peut laisser espérer une capacité de généralisation intéressante. Plutôt que de s'intéresser à chaque patiente, nous avons évalué les coefficients de Jaccard moyens par classe pour l'ensemble du jeu de données cliniques, et ces évaluations sont présentées en Tab. 3 pour les divers schémas de segmentation testés. Comme dans le cas de données synthétiques, plusieurs constatations peuvent être faites. L'inclusion d'une dépendance spatiale à travers un champ de Markov apporte toujours une amélioration du coefficient de Jaccard. Une constatation majeure est le bénéfice apporté par l'étape de débruitage préalable à la segmentation, avec une meilleure similarité reportée quelle que soit la donnée, la structure et le schéma de segmentation mis en œuvre. Par exemple, grâce au débruitage et à la modélisation de la dépendance spatiale, le coefficient de Jaccard passe de 0,361 à 0,756 au sein de la structure glandulaire. Si on s'intéresse aux structures d'intérêt et en accord avec le jeu

de données cliniques utilisées, la segmentation de la structure MS semble être légèrement moins pertinente que pour les deux autres classes qui semblent, elles, présenter des performances quasi-équivalentes.

	Method	Mean Jaccard coefficient		
		AD	MS	GL
	FCM	$0.541 \pm 0.07$	$0.392 \pm 0.06$	$0.526 \pm 0.08$
Without denoising step	K-means	$0.359 \pm 0.07$	$0.288 \pm 0.07$	$0.361 \pm 0.06$
	MRF	$0.442 \pm 0.05$	$0.372 \pm 0.07$	$0.453 \pm 0.05$
With denoising step	K-means	$0.627 \pm 0.06$	$0.589 \pm 0.06$	$0.621 \pm 0.07$
	MRF	$0.769 \pm 0.06$	$0.694 \pm 0.05$	$0.756 \pm 0.05$

**Tab. 3** Données cliniques : coefficient de Jaccard moyen sur l'ensemble des patientes pour différents schémas de segmentation et la considération des trois classes pures.

## ii. Passage en représentation maillée

Les modélisations numériques en représentation voxélique que nous venons de construire exploitent la discrétisation native de la modalité d'acquisition, qui possède elle-même un sens physique pouvant être relié aux capteurs. Or la résolution numérique du problème de déformation conduite en chapitre 2 de ce manuscrit repose sur une méthode des éléments finis, et il est donc nécessaire de construire une discrétisation adaptée aux spécificités de l'approche. On va donc devoir rechercher le passage vers une autre représentation mathématique et informatique des entités segmentées, et le format que l'on cherche à construire est du type maillage ou *mesh*. Un volume segmenté décrit sur une grille structurée peut également être remplacé par sa surface englobante, définissant au passage une composante connexe bornée et une composante connexe théoriquement non bornée<sup>18</sup> (théorème de Jordan). Cette considération permet le passage d'une description en dimension 3 à une description en dimension 2, et constitue le pilier des techniques de rendu surfacique. On va rechercher ici un partitionnement des frontières et du domaine englobé par celles-ci en éléments géométriques discrets (triangles, tétraèdres...) possédant des propriétés géométriques (coordonnées, taille) et des informations topologiques (connectivité,

<sup>18</sup> Bornée ici car la grille tridimensionnelle est finie.

voisinage). Ainsi, si l'on considère l'exemple d'un maillage triangulaire composé d'un ensemble de faces triangulaires reliées entre elles, les sommets portent l'information géométrique, tandis que les arêtes portent l'information topologique. Un maillage sera dit *conforme* si tous les éléments le constituant sont de surface non nulle et si l'intersection de deux éléments est soit un ensemble vide, soit un sommet, soit encore une arête. La construction d'un maillage à base d'éléments tétraédriques va reposer sur deux principales étapes qui sont une reconstruction des isosurfaces à l'aide de surfaces triangulées (maillage surfacique), puis la création d'un maillage volumique. L'algorithme des Marching Cube [Lorensen and Clines, 1987] usuellement employé en vision par ordinateur dans le but d'extraire une surface triangulée équipotentielle est employé ici, tandis qu'une méthode du type Delaunay est employée pour réaliser le peuplement tridimensionnel. Depuis la conception initiale de l'algorithme Marching Cube, de nombreux travaux ont été proposés, et ceux-ci visent à améliorer la qualité de la représentation surfacique (géométrie) ou sa performance sur des données volumineuses [Newman and Yi, 2006]. Ainsi, parmi les déficiences géométriques potentielles, on citera les triangles dégénérés (sommets colinéaires, problème de redondance), d'exactitude et de cohérence topologique, ou encore d'ambiguïté de configuration (généralement les faces mais également interne). En plus de ces défauts, l'isosurface est souvent décrite par un grand nombre de facettes et peut aussi inclure des détails indésirables tels que le bruit, conduisant ainsi à une augmentation du nombre de facettes et du coût calculatoire. Ces défauts sont très pénalisants pour l'emploi de la méthode des éléments finis, et des procédures de rééchantillonnage et de réparation du maillage sont nécessaires avant le peuplement du volume à l'aide de tétraèdres. En outre, afin de respecter les conditions requises par la méthode des éléments finis, on impose le critère de conformité et on s'intéresse également à un critère décrivant la qualité des éléments. L'approche décrite ci-dessus est appliquée sur données cliniques segmentées et permet de créer un maillage individuel dont le volume maximal des éléments est fixé par la spécification d'un critère (selon les besoins du calcul), comme illustré à titre d'exemple en Fig. 28. Ce maillage est constitué de 26 023 éléments de qualité moyenne égale à 0,746 (écart type de 0,161).

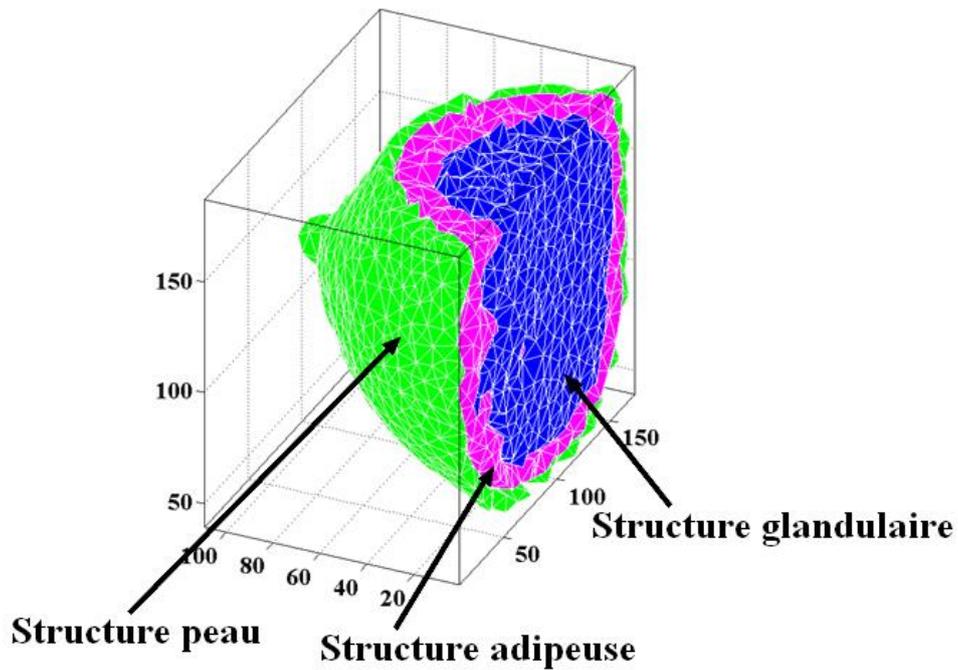


Fig. 28 Fantôme mesh individuel conçu à partir d'une segmentation discrète.

#### IV. Discussions et perspectives

Nous avons présenté ici la mise en œuvre d'une méthodologie de segmentation et son application sur des données cliniques d'IRM mammaire. Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé une coopération entre débruitage adaptatif et segmentation statistique. Pour la tâche de débruitage, un processus de diffusion anisotrope a été employé et celui-ci consiste en un filtrage non-linéaire obtenu en introduisant un terme d'anisotropie au sein d'une équation de propagation de la chaleur. Cette formulation de la diffusion est spatialement anisotrope en accord avec les valeurs d'intensité du gradient, et est reconnue comme fournissant un bon compromis entre une bonne suppression du bruit et un bon respect des contours. C'est également un processus d'évolution dont le comportement est gouverné par le choix de deux paramètres d'entrée. Un ajustement automatique et continu de ces paramètres au contenu de l'image est proposé ici, et nous avons montré qu'un schéma d'estimation itératif est bien adapté au respect du niveau de bruit dans la représentation espace-échelle. À l'issue de cette tâche de débruitage adaptatif une segmentation basée sur un modèle statistique de champ de Markov a été employée. Le choix d'un modèle *a priori* markovien permet d'introduire une prise en compte

des interactions spatiales entre étiquettes et une estimation des coefficients de volume partiel a également été conduite. Avant généralisation sur données cliniques, les capacités du pipeline de segmentation ont été quantifiées sur données synthétiques perturbées par différents niveaux de flou et de bruit. Le principal avantage de cette démarche est la connaissance d'une vérité terrain permettant ainsi une évaluation objective des performances et fournissant également un moyen pratique d'ajustement du schéma. Ces expériences sur données synthétiques ont montré que l'approche proposée se comporte de manière robuste même en présence d'importantes perturbations. Quel que soit le cas considéré, nous avons montré le bénéfice apporté par le débruitage adaptatif et le bénéfice apporté par l'intégration d'une dépendance spatiale, sur la base du calcul d'une métrique de similarité de Jaccard dont les valeurs ont été systématiquement améliorées. Après cette étude sur données synthétiques, une étude utilisant la même approche a été conduite sur 10 cas cliniques (IRM de pré-contraste en pondération T1) issus d'une population à haut risque de développement de cancer. Dans le cas de données cliniques où une vérité terrain n'est pas disponible, le critère d'arrêt de la diffusion anisotrope est déterminé sur la base d'une évaluation statistique conduite sur les données successivement débruitées. Ce processus conduit à la création de régions plus consistantes, et la préservation des contours utiles à la segmentation a également été observée. Les éléments lissés correspondent à du bruit, à des artefacts d'imagerie ou encore à de la non-uniformité biologique n'ayant pas de sens anatomique. Nous avons mis en évidence que leur présence impacte de manière négative le résultat de la segmentation sur la base d'une métrique de Jaccard calculée entre segmentations manuelles et automatiques. Au cours de la segmentation statistique, des classes additionnelles ont également été introduites afin de refléter l'effet de volume partiel, et une estimation de l'intensité de cet effet a également été conduite. Les valeurs du coefficient de Jaccard ont été jugées généralement satisfaisantes, et appartiennent à la gamme [0,694 – 0,769] selon la structure considérée. Pour conclure, on soulignera les points positifs de l'approche et on donnera également plusieurs pistes d'amélioration :

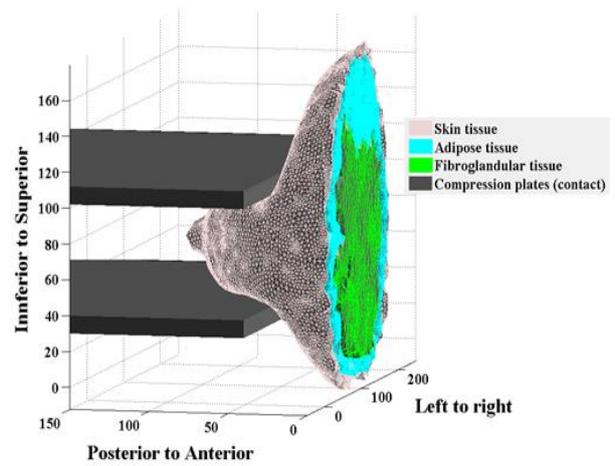
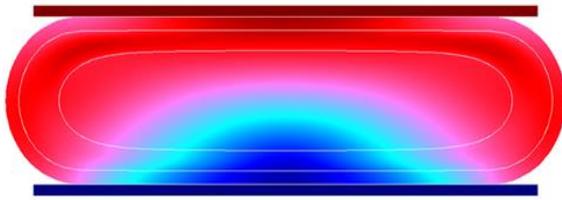
- L'approche proposée est entièrement automatisée et l'utilisateur n'a pas à interagir avec la donnée, permettant ainsi un transfert clinique aisé.

## Chapitre 1

- L'approche a été testée sur données synthétiques et sur données cliniques. L'évaluation sur données synthétiques est strictement objective mais les perturbations introduites ne reflètent pas parfaitement la nature du signal en IRM. L'évaluation sur données cliniques souffre de deux points faibles : le nombre limité de cas considérés et la non-évaluation des variabilités entâchant la segmentation manuelle, et *stricto sensu* elle ne peut pas être considérée comme purement objective et ne permet pas de généraliser l'approche sur cette base de données.
- Le débruitage anisotrope a été entièrement automatisé grâce à une estimation continue des paramètres du filtre. C'est clairement un apport par rapport aux autres travaux de la littérature et aucune instabilité numérique n'a été observée. On a supposé ici que l'information perdue n'apportait pas de sens pour conduire la segmentation, et cette supposition semble validée par l'évaluation des métriques de Jaccard. Néanmoins cette perte d'information n'est potentiellement pas anodine et celle-ci porte peut être un sens dans d'autres applications. Un débruitage par exploitation des différentes échelles à l'aide d'une décomposition du signal en ondelettes pourrait par exemple être très pertinente.
- L'initialisation de l'algorithme ICM sur la base de données débruitées est sensiblement plus robuste, et ce résultat était prévisible puisqu'on recherche le minimum global le plus proche de l'initialisation et que les remontées en température ne sont pas possibles. Pour des raisons de coût calculatoire, les algorithmes stochastiques n'ont pas été implémentés, et il serait intéressant de le faire car ceux-ci convergent vers un minimum global indépendamment de l'initialisation. De même, le critère du maximum *a posteriori* a été choisi, et l'emploi d'un autre critère ou l'approche multirésolution pourraient être investiguées.
- Pour l'ensemble de ce travail, le signal est exprimé selon une vision probabiliste et des connaissances sont introduites via une spécification d'information *a priori*. La limitation principale est l'impossibilité de représenter un état d'ignorance ou de connaissance partielle, et il serait intéressant de se pencher sur les notions d'incertitude, d'imprécision ou encore d'incomplétude, et donc de sortir de la description classique du signal.

## Chapitre 2 :

« Modélisation de la compression mécanique d'un sein au cours d'un examen de mammographie. »





**A**près avoir explicité la méthodologie de conception automatique de fantômes numériques à partir de données d'IRM mammaire (chapitre 1), nous souhaitons à présent pouvoir considérer ces entités comme des corps déformables et modéliser la transformation permettant le passage du référentiel de l'IRM au référentiel de la mammographie. À l'issue de la modélisation de cette transformation, nous disposerons donc d'entités tridimensionnelles déformées correspondant au positionnement de l'organe au cours d'un examen de mammographie et pouvant être utilisées au sein d'une simulation de Monte-Carlo (chapitre 3). Considérons à présent le problème de déformation de ces entités. La modélisation des corps déformables à destination des applications médicales fait appel à un vaste panel de champs disciplinaires tels que la segmentation des données, la reconstruction volumique à partir d'un ensemble de coupes segmentées, le maillage de la structure et son optimisation, la modélisation biomécanique de la déformation du corps, la définition des propriétés rhéologiques des matériaux ou encore l'analyse numérique de la déformation. L'application la plus connue qui illustre la mobilisation de tous ces concepts est la conception de systèmes de navigation chirurgicaux, qui impose également des contraintes de calcul en temps réel ainsi que d'interaction avec les données (gestion des collisions et prise en compte d'un retour haptique). Cette dernière approche temps réel ne sera pas abordée ici, car notre objectif est l'obtention d'un modèle réaliste et précis en lieu et place d'un calcul quasi-instantané, mais les modèles décrits pourraient parfaitement être adaptés à cette spécification majeure. Néanmoins, les travaux menés sur cette thématique sont très nombreux, et certains d'entre eux ont largement inspiré les réflexions conduites dans ce travail.

## **A. Introduction et objectifs**

### **I. Simulation d'objets déformables et modèles numériques en médecine**

La modélisation des corps déformables peut se faire selon deux grandes classes de modèles qui sont les modèles géométriques (ou non-physiques) et les modèles

physiques [Nealen *et al.*, 2006]. Les modèles géométriques constituent les premiers travaux du genre et ont été employés essentiellement à cause de limitations calculatoires. Dans ces approches les objets sont représentés par des enveloppes gouvernées par des lois mathématiques (B-splines, fonctions d'interpolation...) ou par des équations scalaires (surfaces implicites). La déformation d'une telle entité est obtenue par déplacement, ajout ou suppression de points de contrôle. Le réalisme de ces approches est insatisfaisant, d'où l'appellation de modèles non-physiques. Plus de détails sur ce type de modélisation peuvent être trouvés dans [Debunne, 2000]. Dans l'optique d'amélioration du réalisme l'emploi de méthodes basées sur les lois de la physique a été proposé. Selon le formalisme mathématique sous-jacent on parlera de modèle physique sans maillage (dit *meshless*), de modèle discret ou encore de modèle continu. Les modèles sans maillage sont relativement récents et consistent à discrétiser l'objet en un ensemble de nœuds où l'on place des masses qui sont mobiles sous l'action de forces extérieures [Nguyen *et al.*, 2008] [Faure *et al.*, 2011]. Ces approches permettent d'éviter la dépendance au maillage pouvant être rencontrée en méthode des éléments finis et semblent visuellement convaincantes. Néanmoins la validité physique n'a pas été démontrée et nous ne les avons donc pas investiguées davantage. Le modèle discret le plus répandu est le système masse-ressort qui consiste à placer des masses ponctuelles sur les nœuds d'un maillage, celles-ci étant reliées entre elles à l'aide d'un réseau de ressorts linéaires (*i.e.* obéissant à loi de Hooke), d'amortisseurs (modélisation du comportement visqueux) ou encore de patins (modélisation du comportement rigide plastique) [Cover *et al.*, 1993]. Les masses étant positionnées sur les nœuds du maillage, leur distribution spatiale est donc maillage-dépendante et peut conduire à l'exploitation des surfaces maillées à l'aide de triangles, à l'exploitation des volumes maillés à l'aide de tétraèdres ou d'hexaèdres ou encore à une exploitation combinée de ces deux visions. Le mouvement de chaque nœud du réseau est alors gouverné par l'application de la deuxième loi de Newton. La modélisation par système masse-ressort a été étendue par les techniques de réseaux de particules qui permettent une interaction des masses selon une notion de voisinage, avec à titre d'exemple la prise en compte d'un potentiel de Lennard-Jones [Murta and Miller, 1999] [Ladjal, 2010]. Le réalisme et le sens physique de ces approches étant limités, elles n'ont pas été exploitées et nous avons préféré l'utilisation d'un modèle continu.

## Chapitre 2

Les grandes familles de méthodes numériques associées aux modèles continus sont les suivantes :

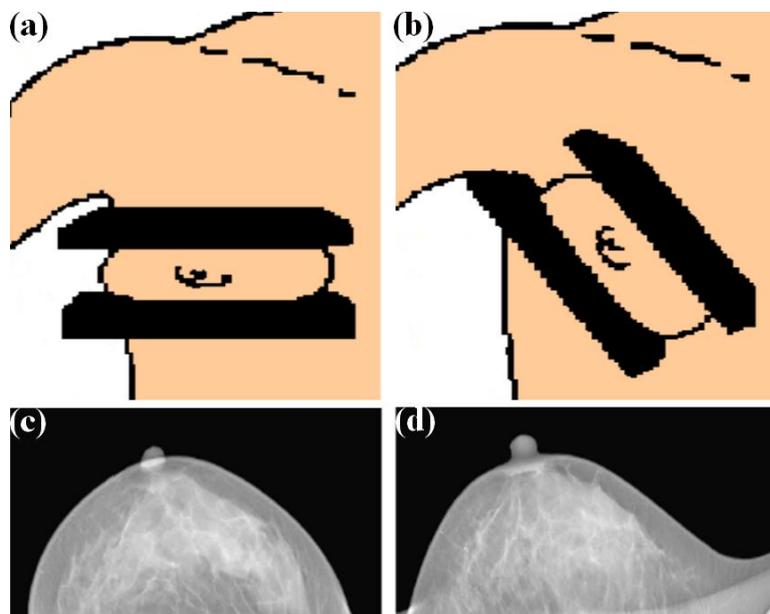
- La méthode des différences finies [Lapidus and Pinder, 1999] qui est basée sur la notion de points et au sein de laquelle les dérivées sont approchées par des quotients de valeurs. Ici les dérivées de fonctions sont considérées suffisamment régulières pour être approximées au moyen de quotients de deux différences (utilisation des propriétés des séries de Taylor et de la notion de dérivée discrète). Cette méthode est généralement pertinente pour des problèmes d'évolution à géométrie simple.
- La méthode des volumes finis [Leveque, 2002] qui est basée sur les notions d'éléments de contrôle, de conservation du gradient entre volumes et d'intégration sur les volumes. Ici la solution est approximée par interpolation sur un ensemble discret de volumes de contrôle, l'intégration des équations différentielles est réalisée sur chacun de ces volumes de contrôle et la continuité des gradients de la solution est imposée par interpolation. Elle est indiquée pour les domaines imposant la conservation du flux et dans le cas de géométries moins simplistes.
- La méthode des éléments finis qui est basée sur les notions d'intégrales pondérées (à partir d'un système d'équations différentielles), d'éléments finis et d'automatisation des fonctions d'interpolation sur les éléments. Elle est indiquée en cas de domaines bornés et de géométries complexes, et sera décrite plus précisément dans la suite de ce manuscrit.
- La méthode des éléments de frontière [Lapidus and Pinder, 1999] qui repose sur la discrétisation de la frontière à l'aide d'éléments finis et sur l'utilisation d'une solution particulière dans les intégrales pondérées. Elle est indiquée pour les domaines non bornés ou de grande taille et en cas de géométries complexes.

Le couplage de plusieurs méthodes est également possible, et il est possible par exemple de coupler méthode des éléments finis dans la partie bornée du domaine

spatial et méthode des éléments de frontière dans la partie non bornée. Un autre exemple est l'application de la méthode des éléments finis au domaine spatial et l'application de la méthode des différences finies au domaine temporel en vue de l'étude de problèmes non-stationnaires pour lesquels la variable temporelle n'intervient pas.

### II. Problème considéré et organisation du chapitre

Au cours d'un examen de mammographie, le sein de la patiente est positionné sur un support dénommé Bucky et subit une compression mécanique avant que l'acquisition d'un cliché ne soit effectuée (Fig. 29).



**Fig. 29 Examen classique de mammographie : (a) compression mécanique crano-caudale, (b) compression mécanique médio-latérale oblique, (c) mammogramme crano-caudal droit (RCC), (d) mammogramme médio-latéral oblique droit (RMLO).**

Cette compression mécanique permet de minimiser les recouvrements tissulaires préjudiciables au diagnostic grâce à l'étalement de l'organe, et permet donc l'obtention d'une image en projection de contraste optimal pour laquelle les interactions entre les rayons  $X$  et les tissus sont minimisés. De plus, elle permet également de réduire le rayonnement diffusé (par l'utilisation conjointe d'une grille) et de limiter la dose absorbée par la patiente. Ce dernier point est primordial puisque cet examen est proposé dans le cadre de programmes de dépistage et qu'il concerne

## Chapitre 2

donc majoritairement des patientes asymptomatiques. Un examen classique comprend généralement deux clichés qui correspondent aux deux incidences explorées, à savoir l'incidence cranio-caudale (CC) et l'incidence médio-latérale oblique (MLO). Chacun de ces clichés fournit une représentation bidimensionnelle de l'acquisition en projection d'un organe tridimensionnel à la structure interne complexe et qui a été fortement comprimé.

Puisqu'il s'agit d'un même organe volumique imagé selon deux incidences différentes, l'idée de rechercher une fusion des deux informations afin d'améliorer l'efficacité du diagnostic apparaît assez naturellement. La fusion d'images (ou recalage<sup>19</sup>) est un problème itératif d'optimisation d'une mesure de similarité qui a pour objectif la détermination de la transformation optimale permettant le passage d'une image à une autre [Hill *et al.*, 2001]. Si l'on regarde les deux incidences, la source de rayon *X* et le Bucky sont animés d'un mouvement rigide (*i.e.* pouvant être décrit par une rotation et une translation) et la correspondance entre ces deux images pourrait donc être théoriquement déterminée comme lorsqu'elle est abordée dans le cadre des problèmes de stéréovision. Néanmoins, d'un point de vue pratique le sein est un organe élastique et sa compression varie entre les deux incidences, ce qui rend cette approche de stéréovision inefficace et nous ramène donc à la considération de deux clichés non-corrélés. Le recalage de mammogrammes<sup>20</sup> a été traité dans la littérature à l'aide de méthodes basées sur l'extraction de paires de points anatomiques caractéristiques (*i.e.* par approches géométriques), sur l'utilisation d'une information d'intensité (*i.e.* par approches iconiques) ou encore sur une combinaison de ces deux approches (*i.e.* par approches hybrides) [van Engeland *et al.*, 2003]. Le recalage de mammogrammes basé sur l'extraction de points anatomiques caractéristiques est aujourd'hui la technique la plus employée. Ces points anatomiques correspondants doivent tout d'abord être identifiés, ce qui n'est pas trivial en raison du comportement parfaitement non rigide de l'organe et de l'absence de structures linéaires dans le sein. Ainsi, seuls quelques points anatomiques peuvent être identifiés et l'on peut légitimement s'interroger sur l'erreur associée à l'utilisation de

---

<sup>19</sup> Les termes *fusion* et *recalage* sont très souvent abusivement confondus. En toute rigueur, le terme recalage désigne la détermination d'une transformation de passage d'une image à une autre, tandis que le terme fusion réfère à la visualisation simultanée des deux images qui se retrouvent placées dans le même repère géométrique après l'opération de recalage.

<sup>20</sup> Le terme *mammogramme* désigne le cliché obtenu au cours d'un examen de mammographie.

ce faible nombre de points. De plus, ces points sont la plupart du temps sélectionnés de manière manuelle, ce qui ajoute deux variabilités à l'approche. Les méthodes basées sur les valeurs d'intensité des pixels utilisent généralement la métrique d'information mutuelle (normalisée) afin de quantifier la ressemblance des images au cours du processus d'optimisation, et cette approche semble fournir de meilleurs résultats que l'approche géométrique. Ces différentes approches de fusion de mammogrammes se sont essentiellement intéressées aux problèmes de recalage bilatéral (même incidence, recalage gauche-droite et inversement) et au suivi longitudinal (même incidence, examens réalisés à des temps différents) c'est-à-dire aux problèmes de recalage du type intra-modalité en dimension 2D/2D. Quelle que soit l'approche utilisée et l'application visée par ces méthodes de recalage, le résultat d'une telle opération aboutit par définition à une représentation bidimensionnelle, et le principe intrinsèque de l'acquisition des clichés rend impossible l'exploitation directe d'une information volumique. On souhaite dans ce travail pouvoir accéder à une information de distribution spatiale volumique de l'organe sous compression et deux solutions peuvent ainsi être envisagées :

- Une reconstruction tomographique du (pseudo)-volume à partir de l'acquisition d'un faible nombre de projections. Cette assertion conduit par définition à l'utilisation de volumes résultant d'une acquisition de *tomosynthèse mammaire*. Cette modalité qui est émergente en sénologie consiste à réaliser une succession d'images en décalant le tube à rayons  $X$  et/ou le détecteur et à reconstruire un pseudo-volume sur la base de 10 à 50 projections et généralement à l'aide d'un algorithme du type *shift and add* [Halty, 2014].
- Une modélisation de la compression d'un fantôme numérique tridimensionnel spécifique à la patiente. Cette voie de résolution nécessite l'utilisation d'un volume clinique additionnel qui est généralement une acquisition IRM [Han *et al.*, 2012] ou une acquisition de tomodensitométrie dédiée [Li *et al.*, 2009] et qui doit tout d'abord être segmentée en vue de la création d'un fantôme numérique tridimensionnel individuel. Une fois ce fantôme créé, les deux conditions de compression illustrées en Fig. 29 peuvent être modélisées

numériquement et résolues par exemple par application de la méthode des éléments finis.

Parmi les deux solutions théoriquement possibles, la seconde a été privilégiée dans le cadre de cette thèse. En effet, le premier point est qu'il n'était tout d'abord pas possible de disposer de données cliniques de tomosynthèse mammaire au commencement de ce travail. De plus, la possibilité<sup>21</sup> de reconstruire un pseudo-volume à partir des deux seules projections disponibles au cours d'un examen de mammographie n'a pas été étudiée en raison d'une part de la complexité du problème, celui-ci étant en particulier complexifié davantage par les différences d'intensité de compression observées entre les deux incidences. Le type de volume additionnel utilisé dans cette étude est une acquisition IRM, dont la segmentation a été présentée au chapitre 1 de ce manuscrit. L'objectif de ce chapitre est la modélisation de la compression mécanique d'un examen de mammographie à l'aide d'une méthode des éléments finis (FEM<sup>22</sup>). Une vaste heuristique existe dans la littérature quant à l'approche à employer dans cette optique. En effet, il n'existe pas un schéma de modélisation mais plutôt des schémas de modélisation et nous avons souhaité clarifier ces points en essayant d'analyser point par point les tenants et aboutissants des différentes solutions proposées. Dans l'optique de cette démarche raisonnée, des notions de mécanique des milieux continus et une présentation de la méthode des éléments finis sont proposées dans ce chapitre.

### **B. Principes de base de la méthode des éléments finis**

La méthode des éléments finis (FEM) est usuellement employée pour la modélisation et la simulation de systèmes d'ingénierie variés et potentiellement complexes. Cette méthode dont les fondements sont pourtant très anciens<sup>23</sup> a connu un réel essor grâce à l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs et à la démocratisation des techniques de résolution numérique. Initialement postulée dans le cadre de problèmes gouvernés par les lois de la mécanique des structures, la

---

<sup>21</sup> Ou l'impossibilité d'ailleurs...

<sup>22</sup> FEM : *Finite Element Method*.

<sup>23</sup> Archimède calculait le volume d'objets en les divisant en tranches imaginaires d'épaisseur infiniment petite (calcul intégral) et avait donc admis que la solution d'un problème complexe peut être obtenue en le divisant en problèmes plus simples.

## Chapitre 2

théorie a été étendue et permet aujourd'hui de résoudre des problèmes physiques rencontrés en mécanique des fluides, en analyse thermique, en acoustique, ou encore en électromagnétisme. Quelles que soient les lois physiques (ou d'ailleurs le couplage des lois physiques) gouvernant le problème les concepts généraux restent rigoureusement inchangés. En effet, la méthode FEM est une méthode numérique qui a pour objectif la détermination d'une solution approximée obtenue sous la forme d'une distribution spatiale d'un champ de variables. Dans le cadre du problème que l'on cherche à résoudre ici, la simulation a pour objectif la prédiction de la réponse de notre système à des sollicitations données, permettant au passage une meilleure compréhension de la physique de ce même système. Les lois physiques seront celles de la mécanique des solides déformables et on recherchera par exemple la distribution spatiale du champ de déplacements, du champ de contraintes ou encore la configuration déformée résultant des sollicitations. Le principe général de la méthode consiste à discrétiser la géométrie continue du problème en un nombre fini d'éléments de géométrie simple (*i.e.* sous forme d'un maillage), puis d'appliquer les lois physiques décrivant les conditions du problème sur chaque entité élémentaire de ce maillage. D'une manière générale le comportement d'un système dépend de sa géométrie, des propriétés des matériaux et des conditions de chargement appliquées. Pour une résolution par la méthode FEM on suivra donc une logique en quatre étapes qui sont :

- Modélisation de la géométrie continue du problème.
- Discrétisation spatiale (*i.e.* maillage) de la géométrie continue.
- Spécification des propriétés des matériaux composant le système (modèle rhéologique *a priori* et paramétrisation du modèle).
- Spécification des conditions initiales, aux limites et de chargement.

Ce document n'est pas un document de mathématiques et ne contient d'ailleurs aucune preuve. Néanmoins, les concepts manipulés s'appuient sur une théorie mathématique solide et il n'a pas été possible de présenter l'intégralité du formalisme. Celui-ci est présenté de manière succincte sur la base d'un raisonnement

physique, et les notions présentées se veulent accessibles au plus grand nombre. Le lecteur curieux est invité à se référer à des ouvrages complémentaires concernant les domaines de la mécanique des milieux continus et des éléments finis [Zienkiewicz *et al.*, 2005] [Nguyen, 2000] [Vanhille *et al.*, 2007].

## I. Outils mathématiques de la mécanique des milieux continus

La majorité des problèmes abordés en physique mettent en jeu un modèle mathématique du phénomène étudié, généralement décrit sous forme d'équations différentielles. De telles équations sont très souvent issues des lois de conservation de certaines quantités (masse, mouvement...). À titre d'exemple, en mécanique classique du point matériel la deuxième loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) est une équation différentielle qui gouverne l'altération du mouvement :

$$M \frac{d^2 u(x, y, z)}{dt^2} = \sum F, \quad 2.(43)$$

où  $M$  est la masse,  $u(x, y, z)$  la position de l'objet,  $t$  le temps et  $F$  représente les forces extérieures appliquées. On s'intéresse ici à la dynamique, *i.e.* à une relation force-mouvement, mais la description peut également être cinématique (position, vitesse et accélération). Les équations différentielles gouvernent deux types de comportement : les problèmes d'équilibre (dits *stationnaires*) où le seul domaine spatial est pris en compte et les problèmes d'évolution (dits *non-stationnaires*) où le domaine temporel intervient conjointement au domaine spatial. Afin de pouvoir déterminer complètement la solution d'une équation différentielle il est nécessaire de connaître la solution en certains points, ce qui appelle des conditions auxiliaires. Dans le cas d'un problème stationnaire il s'agit de conditions aux limites tandis que dans le cas d'un problème d'évolution il s'agit de conditions initiales. En toute rigueur une équation différentielle relie une variable dépendante et ses dérivées, tandis qu'on parlera d'équations aux dérivées partielles (EDP) lorsque plusieurs variables indépendantes interviennent. Les conditions aux limites peuvent être de trois types : Dirichlet ( $u$  connue), Neumann ( $\partial u / \partial \mathbf{n}$  connue) ou encore Robin<sup>24</sup> ( $k_1 \partial u / \partial \mathbf{n} + k_2 u$  connue), où  $\mathbf{n}$  est la normale à la frontière et où les  $k_i$  sont des fonctions définies sur le bord du domaine. Pour notre application des déformations non rigides

<sup>24</sup> Les conditions aux limites de Robin sont également dénommées conditions aux limites de troisième type.

interviennent (par opposition aux cas des solides indéformables) et on souhaite la prise en compte du comportement du milieu. On se tournera donc assez naturellement vers le cadre physique et mathématique issu de la mécanique des milieux continus, et celui-ci sera résolu par une analyse numérique.

**Définition 2.1 :** un domaine contient un *milieu matériel continu* si à chaque instant et en chaque point du domaine il est possible de définir des grandeurs physiques locales relatives à ce milieu pouvant satisfaire à une certaine régularité. La grandeur physique peut être un scalaire (masse volumique...), un vecteur (vitesse...), un tenseur d'ordre 2 (déformations...) ou un tenseur d'ordre supérieur à 2 (élasticité...). La grandeur physique considérée en chaque point et à chaque instant constitue en outre ce que l'on appelle un *champ*<sup>25</sup>. On travaille ici sous l'hypothèse que la distance entre deux points quelconques du domaine est variable au cours du temps (solides déformables), et le milieu continu est alors découpé en une infinité d'éléments de matière, dénommés *points matériels*.

**Définition 2.2 :** soit un milieu continu occupant à l'instant initial un volume  $\Omega$ . Ce milieu peut être découpé en points matériels. Soit  $\vec{X}$  les coordonnées initiales (à  $t = 0$ ) d'un point matériel quelconque. Celles-ci fournissent une information intrinsèque, et sont constantes au cours du temps. Au cours du mouvement ( $t > 0$ ), chaque point matériel a une trajectoire propre définie par une évolution temporelle de ses coordonnées spatiales  $\vec{x}$ . Il existe alors une transformation  $\vec{\Phi}$  bijective permettant de relier les deux systèmes de coordonnées :

$$\vec{x} = \vec{\Phi}(\vec{X}, t) \quad \text{et} \quad \vec{X} = \vec{\Phi}^{-1}(\vec{x}, t). \quad 2.(44)$$

Grâce à l'existence de cette bijection le mouvement peut être décrit à l'aide de deux jeux de variables indépendantes qui sont les *variables d'Euler*  $(\vec{x}, t)$  ou les *variables de Lagrange*  $(\vec{X}, t)$ . Ainsi, en représentation lagrangienne on s'intéresse au suivi d'une particule en fonction du temps et par rapport à un repère fixe  $\mathcal{R}(\mathcal{O}, \vec{e}_j)$  tandis qu'en représentation eulérienne on s'intéresse aux variations au cours du temps des caractéristiques physiques à une position fixe du repère. Ces deux visions sont présentées simplement en Fig. 30.

---

<sup>25</sup> Un champ est une application au sens mathématique du terme.

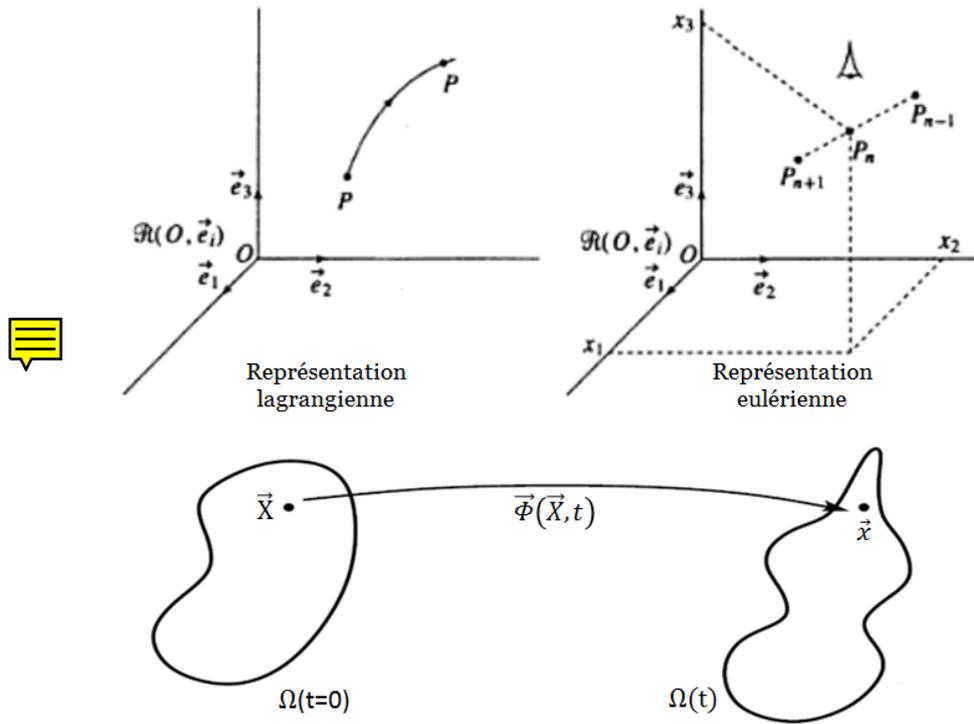


Fig. 30 Représentation lagrangienne et représentation eulérienne : la représentation lagrangienne s’intéresse au suivi d’une particule en fonction du temps et par rapport à un repère fixe, tandis que la représentation eulérienne s’intéresse aux variations au cours du temps des caractéristiques physiques du milieu matériel en mouvement.

On peut définir ainsi le déplacement (2.(45)), la vitesse (2.(46)) et l’accélération (2.(47)) d’un élément de matière :

$$\vec{u}(\vec{X}, t) = \vec{x}(\vec{X}, t) - \vec{X} = \vec{\Phi}(\vec{X}, t) - \vec{X}, \quad 2.(45)$$

$$\vec{v}(\vec{X}, t) = \frac{d}{dt} \vec{u}(\vec{X}, t) = \dot{\vec{u}}, \quad 2.(46)$$

$$\vec{a}(\vec{X}, t) = \frac{d}{dt} \vec{v}(\vec{X}, t) = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{u}}. \quad 2.(47)$$

**Définition 2.3** : la dérivée lagrangienne ou encore particulaire, c’est-à-dire la dérivée temporelle considérée pour une particule<sup>26</sup>  $\vec{X}$  donnée sera notée  $d/dt$ . La dérivée eulérienne évaluée en un point donné de l’espace en considérant  $\vec{x}$  fixe sera notée  $\partial/\partial t$ . Ces deux dérivées sont reliées dans le cas où la grandeur physique  $\vec{g}$  est un vecteur par :

<sup>26</sup> La distinction entre *particule* et *point matériel* n’est pas présente dans ce travail.

$$\frac{d\vec{g}(\vec{x}, t)}{dt} = \frac{\partial \vec{g}(\vec{x}, t)}{\partial t} + \frac{\partial \vec{g}(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}} \frac{d\vec{x}(\vec{X}, t)}{dt} = \frac{\partial \vec{g}(\vec{x}, t)}{\partial t} + (\overline{\text{grad}} \vec{g}) \cdot \vec{v}, \quad 2.(48)$$

où on retrouve la présence d'une dérivée eulérienne et d'une dérivée convective. Dans le cas où la grandeur physique  $g$  est un scalaire, on aura de même :

$$\frac{dg(\vec{x}, t)}{dt} = \frac{\partial g(\vec{x}, t)}{\partial t} + \frac{\partial g(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}} \frac{\partial \vec{x}(\vec{X}, t)}{\partial t} = \frac{\partial g(\vec{x}, t)}{\partial t} + (\overline{\text{grad}} g) \cdot \vec{v}. \quad 2.(49)$$

**Définition 2.4 :** le *gradient de la transformation*  $\overline{\overline{F}}$  est un tenseur d'ordre 2 (en général non symétrique) qui permet de lier la position relative de deux particules voisines avant et après transformation. Afin de respecter la continuité de la matière, on suppose que la transformation est régulière, c'est-à-dire que l'on considère  $\vec{x}(\vec{X}, t)$  différentiable pour tout  $(\vec{X}, t)$ . Ce tenseur est donné par :

$$\overline{\overline{F}}(\vec{X}, t) = \frac{\partial \vec{x}(\vec{X}, t)}{\partial \vec{X}}. \quad 2.(50)$$

C'est également la matrice du changement des variables  $\vec{X}$  en  $\vec{x}$ , et on peut l'exprimer en fonction du gradient des déplacements en utilisant 2.(44) et 2.(45) :

$$\overline{\overline{F}} = \frac{\partial \vec{x}(\vec{X}, t)}{\partial \vec{X}} = \frac{\partial (\vec{X} + \vec{u}(\vec{X}, t))}{\partial \vec{X}} = \overline{\overline{I}} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}}, \quad 2.(51)$$

où  $\overline{\overline{I}}$  est le tenseur identité. Le tenseur  $\overline{\overline{F}}$  transforme un vecteur de la configuration de référence ( $t = 0$ ) en un vecteur de la configuration courante ( $t > 0$ ) et c'est également un tenseur deux-points. Il ne constitue pas une mesure satisfaisante de la déformation car il n'est pas nul en cas de transformation rigide (rotation et translation) qui n'implique par définition aucune transformation non rigide (*i.e.* par extension aucune déformation). En revanche, il est utilisé pour former les deux tenseurs de déformation suivants.

**Définition 2.5 :** le *tenseur de déformation de Green-Lagrange*  $\overline{\overline{E}}$  est un tenseur matériel<sup>27</sup> symétrique d'ordre 2 donné par :

$$\overline{\overline{E}} = \frac{1}{2} (\overline{\overline{F}}^T \cdot \overline{\overline{F}} - \overline{\overline{I}}) = \frac{1}{2} (\overline{\overline{C}} - \overline{\overline{I}}), \quad 2.(52)$$

<sup>27</sup> Le terme *tenseur matériel* désigne un tenseur lagrangien dont les références sont faites vis-à-vis de la configuration de référence.

où  $\bar{\bar{C}} = \bar{F}^T \cdot \bar{F}$  est le tenseur des dilatations de Cauchy-Green droit (tenseur matériel symétrique d'ordre 2) qui caractérise les changements de forme. Le tenseur de déformation de Green-Lagrange peut également s'exprimer en fonction du gradient des déplacements à l'aide de 2.(51) :

$$\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} + \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right)^T + \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right)^T \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right]. \quad 2.(53)$$

Le *tenseur de déformation d'Euler-Almansi*  $\bar{\bar{e}}$  est un tenseur spatial<sup>28</sup> symétrique d'ordre 2 donné par :

$$\bar{\bar{e}} = \frac{1}{2} (\bar{I} - \bar{F}^{-T} \cdot \bar{F}^{-1}) = \frac{1}{2} (\bar{I} - \bar{b}^{-1}), \quad 2.(54)$$

où  $\bar{b} = \bar{F} \cdot \bar{F}^T$  est le tenseur des dilatations de Cauchy-Green gauche (tenseur spatial symétrique d'ordre 2). Le tenseur de déformation d'Euler-Almansi peut également s'exprimer en fonction du gradient des déplacements à partir de 2.(51) :

$$\bar{\bar{e}} = \frac{1}{2} \left[ \bar{I} - \left( \bar{I} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right)^{-T} \cdot \left( \bar{I} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right)^{-1} \right]. \quad 2.(55)$$

Ces deux tenseurs (2.(53) et 2.(55)) sont de bonnes mesures de déformation car ils sont nuls en cas de transformation rigide. Les termes diagonaux de ces deux tenseurs représentent les changements relatifs de longueur des vecteurs élémentaires initialement et actuellement dirigés selon les vecteurs de la base, respectivement pour le tenseur  $\bar{\bar{E}}$  et pour le tenseur  $\bar{\bar{e}}$ , tandis que les termes non diagonaux représentent les changements d'angles subis par les vecteurs élémentaires. Ces deux tenseurs ne sont pas indépendants et sont reliés par les deux relations suivantes :

$$\bar{\bar{e}} = \bar{F}^{-T} \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \bar{F}^{-1} . \quad 2.(56)$$

$$\bar{\bar{E}} = \bar{F}^T \cdot \bar{\bar{e}} \cdot \bar{F} . \quad 2.(57)$$

Sur la base de ces deux mesures de déformations, on peut introduire deux tenseurs taux de déformation (vitesse des déformations), un tenseur taux de déformation matériel qui correspond à la dérivée particulaire du tenseur de Green-Lagrange et qui sera noté  $\dot{\bar{\bar{E}}}$ , et un tenseur taux de déformation spatial qui correspond à la dérivée

---

<sup>28</sup> Le terme *tenseur spatial* désigne un tenseur eulérien dont les références sont faites vis-à-vis de la configuration courante.

## Chapitre 2

eulérienne du tenseur d'Euler-Almansi et qui sera noté  $\overset{\circ}{\bar{D}}$ . Comme précédemment, ces deux tenseurs ne sont pas indépendants et on a les relations :

$$\overset{\circ}{\bar{D}} = \bar{F}^{-T} \cdot \overset{\circ}{\bar{E}} \cdot \bar{F}^{-1} . \quad 2.(58)$$

$$\overset{\circ}{\bar{E}} = \bar{F}^T \cdot \overset{\circ}{\bar{D}} \cdot \bar{F} . \quad 2.(59)$$

**Définition 2.6 :** soit un élément de volume  $dV$  de la configuration de référence ( $t = 0$ ) se transformant en un élément de volume  $dv$  de la configuration courante ( $t > 0$ ). Le changement de volume est donné par le Jacobien de la transformation :

$$dv = J dV = \det(\bar{F}) dV , \quad 2.(60)$$

avec la propriété  $+\infty > J > 0$ , car la continuité de la transformation suppose qu'il n'y a ni écrasement ni inversion de la matière. En particulier, si la transformation s'effectue sans changement de volume on aura nécessairement la condition  $J = 1$  dans 2.(60).

**Définition 2.7 :** les définitions introduites jusqu'ici qui permettent de lier un domaine de référence et un domaine déformé sont absolument généralistes et sont applicables quelle que soit l'amplitude de la déformation impliquée. De nombreux travaux exploitent l'hypothèse dite de *petites perturbations* (HPP) qui consiste à admettre que les déplacements et le gradient des déplacements entre les deux configurations sont petits, tandis que les efforts ayant engendré les déplacements sont quelconques. Cette hypothèse HPP permet une simplification des calculs, avec un terme quadratique qui devient négligeable dans 2.(53) et l'utilisation d'une linéarisation autour de la configuration de référence dans 2.(55), permettant ainsi d'aboutir au *tenseur des déformations HPP* :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} + \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right)^T \right] = \frac{1}{2} (\bar{F} + \bar{F}^T) - \bar{I} . \quad 2.(61)$$

Sous cette hypothèse, on a donc la validité des approximations :

$$\bar{\bar{\epsilon}} \cong \bar{\bar{E}} \cong \bar{\bar{e}} . \quad 2.(62)$$

## Chapitre 2

Dans le cadre de cette hypothèse HPP on remarquera que représentation lagrangienne et eulérienne sont confondues et qu'on linéarise le problème autour d'une configuration de référence supposée naturelle. Nous reviendrons plus loin dans ce chapitre sur cette hypothèse et sur sa validité dans l'abord de notre problématique.

**Définition 2.8 :** à l'intérieur de toute structure mécanique, il existe des actions mécaniques s'exerçant entre les différentes parties qui la constituent, appelées abusivement *forces intérieures*. Afin de déterminer ce qui se produit lorsqu'une telle structure est soumise à des actions extérieures on crée des coupures fictives au sein du milieu continu permettant ainsi la prise en compte des actions mutuelles entre les différentes parties de la structure. On appellera *facette* tout élément surfacique infinitésimal et appartenant à un plan de coupe virtuel. Le *tenseur des contraintes* (ou *tenseur de Cauchy*) en un point  $\vec{x}$  du domaine sera noté  $\bar{\sigma}$ . C'est un tenseur symétrique d'ordre 2 qui permet d'exprimer pour toute facette de normale unitaire  $\vec{n}$  le vecteur contrainte  $\vec{T}$  qui agit sur celle-ci :

$$\vec{T} = \bar{\sigma} \cdot \vec{n}. \quad 2.(63)$$

Par convention, la normale  $\vec{n}$  est choisie extérieure au domaine sur lequel s'applique  $\vec{T}$ . Ce vecteur contrainte peut se décomposer en une composante normale et une composante tangentielle (ou de cisaillement), selon :

$$\vec{T} = \sigma \vec{n} + \tau \vec{\tau}. \quad 2.(64)$$

Dans le cas où  $\sigma > 0$ , la facette est en traction, tandis que dans le cas où  $\sigma < 0$  alors la facette est en compression. Le module de la contrainte de cisaillement  $\tau$  est toujours supérieur ou égal à zéro, et si  $\tau = 0$  et  $\sigma \neq 0$  on se retrouve dans une situation de traction pure ou de compression pure. De même, si  $\sigma = 0$  et  $\tau \neq 0$  il s'agit d'une situation de cisaillement pur, tandis que la facette est libre dans le cas où  $\sigma = \tau = 0$ . Les composantes diagonales  $\sigma_{ii}$  du tenseur des contraintes  $\bar{\sigma}$  correspondent aux contraintes normales, tandis que les composantes non diagonales  $\sigma_{ij}$  correspondent aux contraintes de cisaillement. Ce tenseur est symétrique et on a  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ , ce qui traduit l'égalité de la contrainte de cisaillement pour deux facettes

perpendiculaires (principe de réciprocité des cisaillements). La contrainte est en fait une généralisation de la notion de pression et s'exprime donc en Pa (*i.e.* N.m<sup>-2</sup>).

**Définition 2.9 :** le tenseur des contraintes de Cauchy étant symétrique, il est donc diagonalisable, c'est-à-dire qu'il existe (au moins) une base orthonormée au sein de laquelle il est diagonal. Les directions propres (*i.e.* vecteurs propres) sont appelées *directions principales* et forment le repère principal, tandis que les *contraintes principales*  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  correspondent aux valeurs propres et vérifient donc la relation :  $\det(\bar{\sigma} - \lambda \bar{I}) = 0$ . Les contraintes principales sont généralement ordonnées telles que :  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Le tenseur des contraintes de Cauchy possède ainsi trois invariants décrits à partir des contraintes principales :

$$\begin{cases} I_1 = \text{tr}(\bar{\sigma}) = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3 \\ I_3 = \det(\bar{\sigma}) = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{cases} \quad 2.(65)$$

On a présenté ici le tenseur des contraintes de Cauchy mais comme pour le tenseur des déformations d'autres mesures sont également disponibles (premier et second tenseurs de Piola-Kirchhoff ou encore tenseur des contraintes de Kirchhoff). Le tenseur des contraintes de Cauchy est une grandeur eulérienne qui exprime une contrainte par rapport à une configuration actuelle (*i.e.* déformée) et ne sera pas pertinent pour résoudre des problèmes considérant des solides déformables pour lesquels on préférera une formulation par rapport à la configuration de référence. Ainsi, l'utilisation des tenseurs de Piola-Kirchhoff qui permettent d'exprimer une contrainte par rapport à une configuration de référence s'avèrera pertinente.

**Définition 2.10 :** le *premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff*  $\bar{P}$  (tenseur deux points non symétrique) permet un lien entre les forces de la configuration courante et le domaine de la configuration de référence. On l'appelle également parfois *contrainte nominale*. Il est relié à la contrainte de Cauchy par :

$$\bar{\sigma} = J^{-1} \cdot \bar{P} \cdot \bar{F}^T . \quad 2.(66)$$

Le *second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff* (symétrique)  $\bar{S}$  relie les forces de la configuration de référence avec le domaine actuel. Il est relié à la contrainte de Cauchy par :

$$\bar{\sigma} = J^{-1} \cdot \bar{F} \cdot \bar{S} \cdot \bar{F}^T . \quad 2.(67)$$

## II. Lois de conservation

Pour tout domaine matériel et dans le cadre de la mécanique des milieux continus, il est possible d'écrire quatre lois de bilan : la loi de conservation de la masse, la loi fondamentale de la dynamique (conservation de la quantité de mouvement et conservation du moment cinétique) et la loi de conservation de l'énergie. Afin de pouvoir résoudre numériquement un problème (sous-entendu de manière discrète) on ne s'intéresse pas à une formulation globale des lois de bilan mais plutôt à une forme locale de ces lois qui va nous fournir un ensemble d'équations aux dérivées partielles. Les efforts à distance sont caractérisés par une densité volumique  $\vec{f}$  (à titre d'exemple si  $\rho$  désigne la masse volumique on aura  $\vec{f} = \rho \vec{g}$  dans le cas de la pesanteur), tandis que les efforts de contact exercés à travers une portion de frontière  $\partial\Omega_i$  de la frontière du domaine  $\Omega_i$  sont caractérisés par une densité superficielle  $\vec{T}$  (postulat de Cauchy). On a ainsi les lois de conservation suivantes :

	Forme globale	Forme locale
Masse	$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_i} \rho \, dv = 0$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$
Quantité de mouvement	$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_i} \rho \vec{v} \, dv = \int_{\partial\Omega_i} \vec{T} \, ds + \int_{\Omega_i} \vec{f} \, dv$	$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{div}}(\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = \overrightarrow{\text{div}} \bar{\sigma} + \vec{f}$
Moment cinétique	$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_i} \vec{x} \wedge \rho \vec{v} \, dv = \int_{\partial\Omega_i} \vec{x} \wedge \vec{T} \, ds + \int_{\Omega_i} \vec{x} \wedge \vec{f} \, dv$	$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{x} \wedge \rho \vec{v}) + \overrightarrow{\text{div}}[(\vec{x} \wedge \rho \vec{v}) \otimes \vec{v}] = \overrightarrow{\text{div}}(\vec{x} \wedge \bar{\sigma}) + \vec{x} \wedge \vec{f}$

Énergie	$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_i} \rho \left( e + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) dv =$ $\int_{\partial\Omega_i} (q + \vec{T} \cdot \vec{v}) ds + \int_{\Omega_i} (r + \vec{f} \cdot \vec{v}) dv$	$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) \right]$ $+ \text{div} \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) \vec{v} \right] =$ $-\overrightarrow{\text{div}} \vec{q} + \text{div} (\vec{v} \cdot \vec{\sigma}) + r + \vec{f} \cdot \vec{v}$
---------	---	---

avec :

- $dv$  qui désigne un élément de volume,  $ds$  qui désigne un élément de surface,
- $\rho$  la masse volumique, et donc  $\rho \vec{v}$  la quantité de mouvement volumique, et également  $\vec{x} \wedge \rho \vec{v}$  le moment cinétique volumique,
- $\vec{x} \wedge \vec{T}$  le moment des forces surfaciques, et  $\vec{x} \wedge \vec{f}$  le moment des forces volumiques,
- $\rho \left( e + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right)$  qui désigne l'énergie volumique totale (interne plus cinétique),  $q$  qui est la densité surfacique du taux de chaleur reçue,  $r$  qui est une source volumique de chaleur,  $\vec{T} \cdot \vec{v}$  qui désigne la puissance fournie par les forces surfaciques, et  $\vec{f} \cdot \vec{v}$  qui désigne la puissance fournie par les forces volumiques.

La loi de conservation de la masse est également appelée *équation de continuité* et est présentée ici en variables eulériennes. Cette description a un sens si on s'intéresse par exemple à l'écoulement d'un fluide dans une structure (point d'observation fixé) mais n'a pas de sens si on s'intéresse à la modélisation d'un problème dont on connaît le domaine initial mais pas nécessairement le domaine final. On l'utilisera donc dans notre cas en représentation lagrangienne. La loi de conservation de la quantité de mouvement, également appelée *équation du mouvement*, est décrite en variables eulériennes. Si l'on utilise l'équation de continuité pour modifier et simplifier cette expression, on obtient :

$$\overrightarrow{\text{div}} \vec{\sigma} + \rho \vec{f} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}. \quad 2.(68)$$

Cette équation est une généralisation de la loi de la dynamique et deux cas peuvent être considérés selon que l'on cherche à poser les conditions d'équilibre (le second terme est alors nul et on parlera d'équation d'équilibre) ou selon que l'on cherche à aborder un problème d'évolution (l'équation est alors considérée dans son intégralité). L'exploitation de la loi de bilan du moment cinétique permet de

démontrer rigoureusement la symétrie du tenseur des contraintes évoquée plus haut ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ). Pour finir, la loi de conservation de l'énergie traduit le fait qu'une variation d'énergie interne est à relier à un apport de chaleur et à une puissance des efforts intérieurs.

Quand on cherche à résoudre un problème en mécanique des solides déformables on l'approche par la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles. Tout ce qui a été énoncé jusqu'ici est très généraliste et complètement indépendant du type de matériau et reste donc valable hors du cadre de notre problème. En considérant 2.(68) nous disposons d'un système de 3 équations, or notre problème de base est décrit par 9 champs inconnus (3 pour le déplacement et 6 pour les contraintes). Il manque donc 6 équations qui sont incorporées en considérant la loi de comportement d'un matériau.

### III. Lois de comportement – Modèles rhéologiques

De manière très générique une loi de comportement (les 6 *équations constitutives* manquantes) permet de relier tenseur des contraintes et tenseur des déformations en fonction de l'intensité d'un chargement. Cette loi est posée sous une formulation fonctionnelle très générale, tandis que l'assignation des coefficients du modèle se fait en général sur la base d'une étude rhéologique permettant de déterminer les propriétés mécaniques macroscopiques du corps grâce à une procédure de régression conduite sur les mesures expérimentales. Ainsi, la *rhéologie* est une branche de la physique qui s'intéresse à la modélisation des caractéristiques physiques des solides déformables. Dans le cas des tissus biologiques les essais mécaniques sont du type *in vivo* et/ou *ex vivo*. Les mesures *ex vivo* posent d'une part moins de conflits éthiques que les mesures *in vivo* mais permettent également une maîtrise totale des conditions aux limites. Néanmoins il a été montré que l'organe ou le tissu n'est plus dans son état naturel (par exemple absence de vascularisation et modification du milieu environnant) et que l'extrapolation de la mesure à des conditions *in vivo* est un point bloquant. Face à ce constat de grande variation selon l'état de l'organe ou du tissu plusieurs équipes ont travaillé sur la mesure *in vivo* des paramètres rhéologiques, que ce soit par résonance magnétique nucléaire ou par

ultrasons. Quelle que soit la démarche mise en œuvre, une mesure quantitative absolue est recherchée et constitue encore à ce jour un verrou à lever. Au cours de cette étape des approximations sont introduites au moment de la spécification d'un modèle de comportement (introduction d'une connaissance *a priori*) et du paramétrage de ce modèle à partir de mesures conduites *in vivo* et/ou *ex vivo*.

Un matériau peut par exemple être du type *élastique*, ce qui signifie que l'état de déformation disparaît totalement lorsque la sollicitation est levée. D'un autre côté, un matériau peut par opposition être du type *plastique*, ce qui signifie que l'état de déformation ne disparaît pas totalement lorsque la sollicitation est levée. Le domaine de l'*élasticité* traite du premier type de comportement, tandis que le domaine de la *plasticité* traite du second. En outre, un matériau peut être *anisotrope* s'il possède des propriétés variables selon la direction considérée, ou *isotrope* dans le cas où les propriétés sont invariantes en direction. En toute rigueur un matériau isotrope constitue un cas particulier des conditions d'anisotropie.

**Définition 2.11 :** un modèle de comportement très souvent rencontré est le *modèle linéaire élastique isotrope* qui réunit les conditions d'isotropie, de réversibilité de la transformation et de linéarité. La première condition est généralement supposée valide, faute d'informations robustes. La deuxième traduit le fait que les différents chargements n'entraîneront pas de déformation permanente du matériau et que celui-ci reviendra à sa forme initiale une fois les sollicitations levées. Il apparaît évident que cette deuxième condition sera remplie pour le cas que nous considérons. La dernière condition exprime le fait que la relation entre les chargements et la réponse est du type linéaire, et se traduit par une relation de proportionnalité entre les tenseurs des contraintes et des déformations. Dans ce cas-là l'HPP est valide et il n'y a pas de phénomène d'hystérésis ce qui conduit à une courbe de chargement rigoureusement identique à la courbe de déchargement. Ce modèle est gouverné par la loi de Hooke généralisée, et l'on peut écrire :

$$\bar{\sigma}(\vec{x}) = A: \bar{\varepsilon}(\vec{x}), \quad 2.(69)$$

où  $A$  est le tenseur des modules d'élasticité (ordre 4). Dans le cas d'un matériau isotrope, tous les coefficients de  $A$  sont définis à partir du module de Young  $E$  et du

## Chapitre 2

coefficient de poisson  $\nu$ , ou de manière équivalente à partir des constantes de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$  :

$$\bar{\sigma} = 2\mu\bar{\varepsilon} + \lambda \text{tr}(\bar{\varepsilon})I, \quad 2.(70)$$

Et on rappelle également les relations élémentaires liant ces deux constantes au module de Young  $E$  et au coefficient de Poisson  $\nu$  :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad 2.(71)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad 2.(72)$$

Le module de Young, la contrainte et les deux constantes de Lamé sont définis en unité de pression, *i.e.* en Pa, tandis que la déformation est adimensionnelle (gamme  $[0 - 1]$  ou plus souvent exprimée en pourcentage). Le coefficient de Poisson est également adimensionnel et appartient à la gamme  $[-1 ; 0,5]$ , respectivement pour des matériaux auxétiques anisotropes ( $-1$ ) et des matériaux incompressibles de type caoutchouc ( $0,5$ ). Le module de Young est également appelé *module d'élasticité*, tandis que le second coefficient de Lamé  $\mu$  est également appelé *module de cisaillement* et parfois noté  $G$ .

**Définition 2.12 :** le terme *non-linéarité matérielle* fait référence à l'utilisation d'une loi constitutive pour laquelle la contrainte et la déformation ne sont plus reliées de manière linéaire, par opposition à 2.(69). Un exemple d'une telle situation est la considération des lois du type hyperélastique [Attard, 2003] [Wineman, 2004], utilisées par exemple pour la modélisation du caoutchouc, des polymères tels que l'élastomère ou encore de certains tissus biologiques. Ces matériaux peuvent subir de très grandes déformations et les études prennent généralement également en compte les *non-linéarités géométriques* du problème (invalidité de l'HPP 2.(62) et remplacement des tenseurs). Un matériau de ce type suppose l'existence d'une *énergie de déformation*  $W$  (ou énergie libre) qui s'exprime en fonction des coefficients intervenant sous forme linéaire. Cette énergie peut s'exprimer sous forme quasi-incompressible (tolérance dans la variation de volume) ou sous forme

## Chapitre 2

strictement incompressible ( $J = \det \bar{\bar{F}} = 1$ ). Pour le cas strictement incompressible le troisième invariant  $I_3$  du tenseur de Cauchy-Green droit  $\bar{\bar{C}}$  est alors unitaire. Afin de s'affranchir de problèmes numériques sévères, on décompose la transformation globale en deux composantes : une *composante dite volumique*, qui autorise le changement de volume sans tolérer de changement de forme, et une *composante dite isochore* (ou encore déviatorique), qui autorise le changement de forme sans tolérer de variation de volume. On a ainsi la forme générale d'énergie de déformation :

$$W = W_{vol} + W_{iso} = [\alpha (J - 1)^2] + \sum_{p,q=0}^{\infty} C_{p,q} (I_1^{C^*} - 3)^p (I_2^{C^*} - 3)^q, \quad 2.(73)$$

où le premier terme correspond aux transformations volumiques tandis que le second terme correspond aux transformations isochores. Dans cette expression  $\alpha$  est une constante du matériau et  $I_1^{C^*}, I_2^{C^*}$  sont les deux premiers invariants (ou invariants réduits) du tenseur de Cauchy-Green déviatorique donné par  $\bar{\bar{C}}^* = J^{-2/3} \cdot \bar{\bar{C}}$ . Il s'agit ici d'une forme de Mooney-Rivlin généralisée pouvant conduire aux formes particulières de Signorini, de Saint Venant-Kirchhoff ou néo-hookéenne. Parmi les différents modèles hyperélastiques disponibles, les modèles hyperélastiques néo-hookéen sont obtenus pour la configuration  $p = 1$  et  $q = 0$ , soit :

$$W = [\alpha (J - 1)^2] + C_{10} (I_1^{C^*} - 3). \quad 2.(74)$$

Pour des raisons de consistance avec la formulation linéaire élastique on posera en général  $\alpha = \mu/2$  et  $C_{10} = \frac{K}{2} = \frac{\lambda}{2} + \frac{2\mu}{6}$  où on retrouve les coefficients de Lamé  $\lambda, \mu$  et où  $K$  est appelé module d'élasticité isostatique (en unité de pression).

Nous venons de présenter les connaissances de base nécessaires à la formulation d'un modèle théorique simple. Par soucis de clarté, de nombreux aspects de la méthode ne sont pas détaillés, tels que les aspects de formulation forte, faible et variationnelle, d'éléments finis isoparamétriques et d'interpolation sur l'élément, ainsi que l'aspect de discrétisation des équations et le choix d'un schéma de résolution numérique. Un exemple tout à fait général (et simple) de formulation forte d'un problème quelconque est toutefois présenté en annexe. Certaines notions spécifiques au problème que nous considérons (conditions de contact, non-linéarités du problème...) seront explicitées ultérieurement au moment de la formulation

théorique des conditions de compression rencontrées en mammographie numérique. Avant d'aborder cette étape de formulation théorique, intéressons-nous aux modélisations proposées dans la littérature.

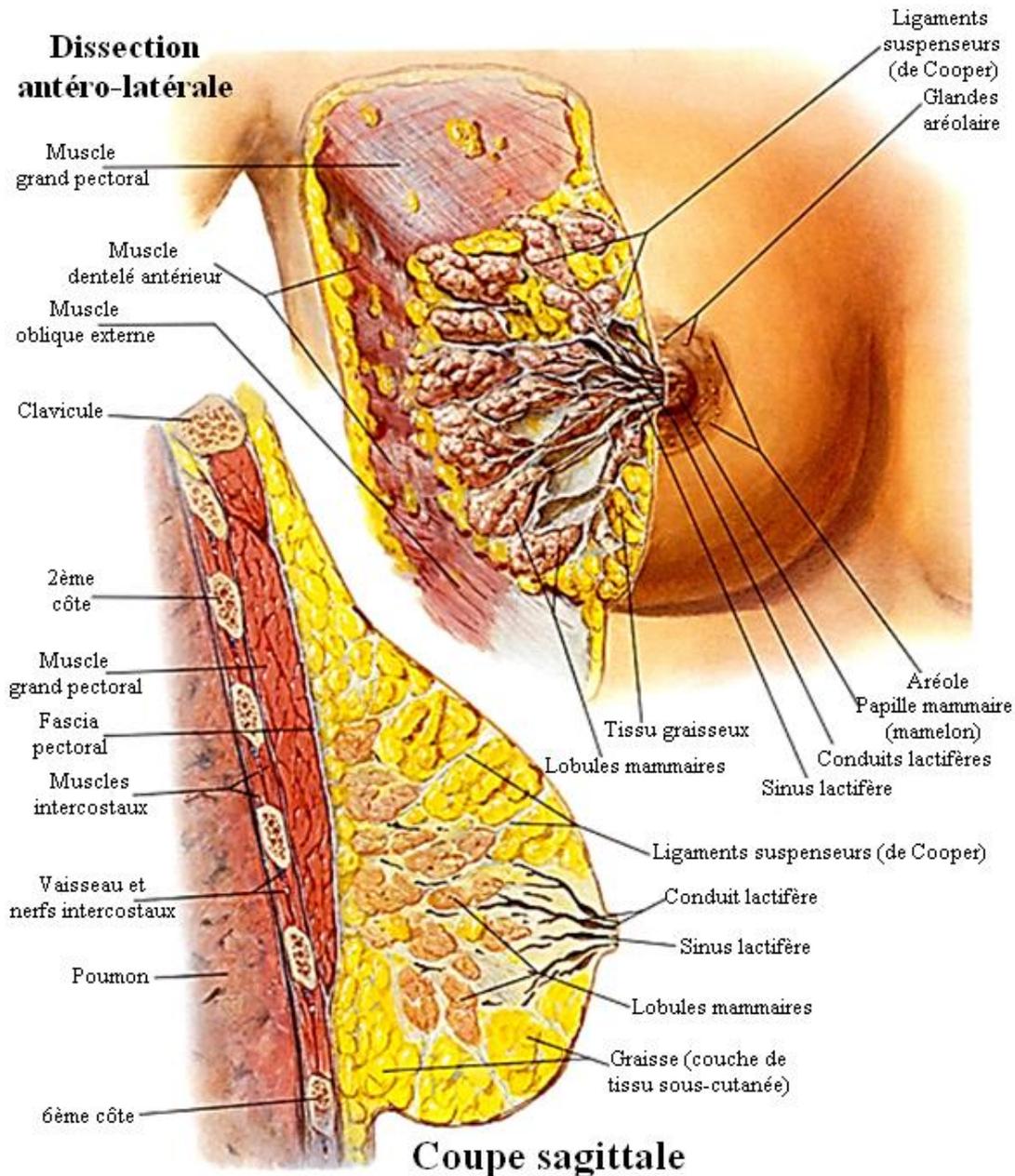
### **C. Modélisations biomécaniques du sein**

#### **I. État de l'art**

La modélisation biomécanique du sein est un domaine de recherche en plein essor qui présente la particularité de pouvoir être employé dans un grand nombre d'applications reliées à la santé. Ces applications spécifiques comportent notamment les volets chirurgie/biopsie guidées par IRM [Azar *et al.*, 2000], le recalage entre données d'IRM et de mammographie [Schnabel *et al.*, 2003] [Ruiter *et al.*, 2006], les applications de chirurgie d'augmentation ou de réduction mammaire [Roose *et al.*, 2005] [Roose *et al.*, 2006b] [Del Palomar *et al.*, 2008], les applications d'évaluation des algorithmes de reconstruction en élastographie, ou encore la considération du problème inverse pour cette même modalité [Liu *et al.*, 2003] [Ou *et al.*, 2008] [Bhatti and Sridhar-Keralapura, 2012]. L'utilisation de ces modèles biomécaniques peut être vue comme l'introduction d'une connaissance *a priori* permettant de décrire les transformations que l'on peut attendre, permettant ainsi d'ajouter une contrainte sur les solutions attendues sur la base d'une formulation physique du problème. On impose ainsi la production d'une ou de plusieurs solutions physiquement plausibles, ce qui est un atout certain. Néanmoins, plusieurs challenges restent encore à ce jour des points bloquants ne trouvant pas nécessairement de réponse(s) satisfaisante(s). On citera en exemple les faiblesses liées à la caractérisation expérimentale des propriétés rhéologiques individuelles, à la représentation précise des conditions initiales, aux limites et de chargement ou encore les réflexions restant à conduire pour atteindre une validation adéquate des modèles. De plus, et toujours dans l'optique d'un transfert clinique aisé, une ultime réflexion reste à conduire concernant le déploiement, le maniement et l'acceptation de tels outils, qui manquent aujourd'hui de convivialité et de simplicité.

### **a. Anatomie et mécanique du sein normal**

La connaissance des propriétés du sein est un point important permettant une meilleure compréhension des effets de la chirurgie plastique et permettant également de s'intéresser au problème de design d'implants mammaires. Dans le cadre de notre problématique cette connaissance mécanique est utilisée dans la partie physique de la modélisation. De manière assez surprenante il n'y a que peu d'informations dans la littérature concernant les effets des chargements et les propriétés mécaniques reportées manquent bien souvent de consistance et de cohérence. On citera tout de même un travail concernant la mécanique du sein normal qui a pour objectif l'étude des efforts agissant sur l'organe au cours de diverses activités de la vie quotidienne [Gefen and Dilmoney, 2007]. D'un point de vue anatomique (Fig. 31) le sein est une structure matérielle hétérogène qui s'étend de la 2<sup>ème</sup> ou 3<sup>ème</sup> côte (limite supérieure) à la 6<sup>ème</sup> ou 7<sup>ème</sup> côte (limite inférieure). L'organe couvre une partie importante de la cage thoracique et trois muscles peuvent être distingués sur la face postérieure : le grand pectoral sur lequel glisse la structure glandulaire, le petit pectoral et le subclavier. Au niveau superficiel l'organe est recouvert de peau et ses limites ne sont pas clairement définies. Au niveau interne on observe essentiellement la présence d'un tissu adipeux et d'un tissu glandulaire. La glande mammaire forme un cône dont la base est située du côté de la cage thoracique tandis que son sommet est situé du côté du mamelon. La glande mammaire est constituée de lobes (15 à 20 chez l'adulte) convergeant vers le mamelon par l'intermédiaire de conduits (2 à 4,5 mm de diamètre) entourés de tissu conjonctif dense. La couche superficielle de la glande mammaire est séparée de la structure peau par une couche de graisse sous-cutanée. Au sein de cette couche, on dénote également la présence de ligaments de Cooper, partiellement responsables du maintien et du soutien de l'organe.



**Fig. 31 Anatomie du sein normal. Extrait de [Netter, 2011].**

Les dimensions physiques et la masse de l'organe peuvent varier de manière conséquente entre individus, avec par exemple des masses reportées allant de moins de 500 g à des valeurs reportées pouvant atteindre 1000 g [Grassley, 2002], [Pamplona and de Abreu Alvim, 2004]. La taille et la forme présentent également une variabilité intra-individu, notamment en raison des phases du cycle menstruel, de la grossesse ou encore de la ménopause [Azar, 2001]. Ainsi, on observera par exemple une atrophie et une disparition du tissu glandulaire au moment de la ménopause. La connaissance des propriétés mécaniques des tissus contenus dans le

sein ou qui supportent la structure de l'organe est importante pour toute tentative de modélisation biomécanique mais également pour les applications de design d'implants biocompatibles. Ces propriétés ont été étudiées essentiellement pour le tissu glandulaire, le tissu adipeux et également pour la structure peau. Tous les tissus composant l'organe peuvent être considérés comme incompressibles ou quasi-incompressibles (*i.e.* la variation de volume est nulle durant la transformation), ce qui se traduit par un coefficient de Poisson avoisinant la valeur  $\nu \sim 0,5$ . Nous reviendrons plus loin dans ce manuscrit sur cette caractéristique de quasi-incompressibilité et sur les conséquences au niveau d'une résolution par la méthode des éléments finis.

### **i. Structure peau**

La peau est constituée de trois couches : l'épiderme (50 à 100  $\mu\text{m}$ ), le derme (1 à 3 mm) et l'hypoderme (gamme très large, 40  $\mu\text{m}$  à 6 mm selon la localisation du site). Les propriétés mécaniques de la peau sont fortement non-linéaires, viscoélastiques et anisotropes, et varient également en fonction de l'âge, de l'hydratation, du surpoids ou de l'obésité mais également de la localisation considérée. En outre, le processus de vieillissement altère considérablement sa structure et ses propriétés mécaniques, et conduit à un matériau moins élastique et moins extensible. De nombreuses études se sont intéressées aux propriétés de la peau en fonction de l'âge [Escoffier *et al.*, 1989], [Magenat-Thalmann *et al.*, 2002] [Krueger *et al.*, 2011], que ce soit à partir de mesures ultrasonores [de Rigal *et al.*, 1989] ou à partir d'essais conduits *in vitro* [Daly and Odland, 1979]. Les différentes études semblent néanmoins s'accorder sur deux points : la part élastique dans la déformation totale de la peau se réduit quand l'âge de la patiente augmente et la déformation totale tend également à diminuer avec ce même facteur. D'un point de vue physique, le module de Young est donc augmenté. On rapporte généralement des modules élastiques compris dans la gamme [0,2 – 3] MPa et une augmentation d'environ 30% avec le facteur âge. On notera d'emblée que la gamme de variation reportée est très grande puisqu'il y a un facteur 15 entre le minimum et le maximum. On notera également que la peau du sein peut être considérée comme un matériau linéaire élastique isotrope pour des déformations inférieures à 50% [Samani *et al.*, 2001].

### ii. Structure adipeuse

La forme adipeuse rencontrée dans le sein est principalement constituée d'un fluide lipidique (fraction de 60 à 85% de la masse), d'eau (fraction de 5 à 30% de la masse) et de protéines (fraction de 2 à 3% de la masse). La plupart des informations disponibles dans la littérature concernant les propriétés mécaniques de la structure adipeuse sont issues de mesures conduites sur des spécimens de sein humain [Samani and Plewes, 2004] [Van Houten *et al.*, 2003] et ont été réalisées soit à l'aide d'essais mécaniques soit à l'aide d'une élastographie. La mesure instantanée du module de cisaillement renvoie des valeurs appartenant à la gamme [0,5 – 25] kPa [Kruse *et al.*, 2000] [McKnight *et al.*, 2002]. Néanmoins, la structure adipeuse est davantage liquéfiée à la température nominale du corps humain et il est tout à fait probable que le module élastique soit moins important *in vivo* en comparaison des mesures *in vitro* conduites à température ambiante. De plus on notera que pour des déformations supérieures à 15% la rigidité de la structure adipeuse se rapproche de la rigidité du tissu glandulaire. On notera également qu'un facteur 50 sépare les valeurs minimale et maximale de la gamme reportée.

### iii. Structure glandulaire

L'utilisation de valeurs quantitatives relatives fournies par une élastographie rapporte généralement une rigidité des tissus glandulaires plus élevée que celle des tissus adipeux. Ici également les résultats exhibent une grande variation en fonction des spécificités propres à chaque individu mais également en fonction de la méthode de mesure déployée et de l'amplitude des déformations impliquées. A titre d'exemple, on trouve dans la littérature des rigidités 5 à 50 fois plus importantes [Sarvazyan *et al.*, 1995], 6,7 fois plus importante [Wellman, 1999] [Samani and Plewes, 2004], 4,5 fois plus importante [Krouskop *et al.*, 1998], 2,3 fois plus importante [McKnight *et al.*, 2002], 1,2 fois plus importante [Bakić, 2000] ou même équivalente à la rigidité de la structure adipeuse [Azar *et al.*, 2002]. En conséquence de ces différentes études on peut déduire que le module d'élasticité appartient à la gamme [2 – 66] kPa, soit des valeurs extrêmes séparées par un facteur 33. On remarquera également que la plupart des études dédiées à la modélisation biomécanique du sein retiennent des

valeurs de l'ordre de 10 kPa pour le module élastique du tissu glandulaire ou fibroglandulaire.

Le tableau Tab. 4 présenté ci-dessous synthétise les caractéristiques mécaniques des trois constituants d'intérêt dans ce travail et a été construit à partir des valeurs rapportées dans la littérature.

	Structure peau	Structure adipeuse	Structure glandulaire
Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	1,1	0,928	1,035
Ratio de Poisson (SU)	0,49 – 0,495	0,49 – 0,495	0,49 – 0,495
Module de Young (kPa)	200 – 3000	0,5 – 25	2 – 66

**Tab. 4** Caractéristiques mécaniques rapportées pour les trois structures d'intérêt du sein.

Des données mécaniques concernant les côtes, les ligaments de Cooper ainsi que les structures musculaires sont également disponibles mais ne seront pas considérées dans le cadre de cette étude [Gefen and Dilmoney, 2007].

### **b. Approches de modélisation biomécanique**

Les premiers travaux développés dans l'optique d'appliquer des transformations contraintes par les lois de la physique sont imputés à Kita [Kita *et al.*, 1998], [Kita *et al.*, 2001] [Kita *et al.*, 2002]. Ces premiers modèles ne peuvent pas être qualifiés de strictement biomécaniques et étaient plutôt géométriques. Dans ces travaux un cylindre déformable est utilisé pour tenir compte des transformations cinématiques et le tissu est supposé se déformer uniformément sous l'action d'une compression mais les conditions d'équilibre ne sont pas posées. Depuis ces premiers travaux quelques groupes ont lancé des projets exploratoires visant au développement de modèles biomécaniques plus convaincants selon des optiques différentes, des solutions numériques différentes et également des caractéristiques de modélisation différentes. Un tableau récapitulatif des approches et applications visées a été extrait de [Rajagopal *et al.*, 2010] et est présenté en Tab. 5.

## Chapitre 2

Lead Author	Application/Mode of Deformation	Computational Technique	Material Characteristics	Performance
Roose et al.	Temporal registration of breast MRI and breast augmentation	Small strain, via mass-tensor models using finite element methods (FEM)	Homogeneous, linear elastic material	Breast augmentation planning errors in range of 2.5 mm to 3.5 mm
Ruiter et al.	Register MRI to x-ray mammogram	Finite strain, continuum mechanics, FEM	Tested different heterogeneous model combinations—linear elastic to exponential	Predicted center of lesion lay within actual lesion volume from image
Zygantidis and Bliznakova	Register CC and MLO x-ray mammograms	Small strain, spring system modeling	Heterogeneous, linear elastic materials	Validation not reported
Zhang et al.	Register CC and MLO x-ray mammograms	Small strain, continuum mechanics, FEM	Homogeneous, linear elastic material	Avg distance between actual and predicted lesion location was 2.2 mm
Del Palomar et al.	Simulation of gravity loading for surgical planning	Finite strain, continuum mechanics, FEM	Heterogeneous, fat, fibrous (neo-Hookean) and skin (polynomial function)	Avg distance between model surface and real surface was 2.4 mm
Tanner et al.	MR-mammography	Finite strain, continuum mechanics, FEM with statistical techniques	Heterogeneous model consisting of linear elastic and exponential material models	Statistical deformation models captured deformations to within 2.5 mm
Carter et al.	MR-guided surgery	Finite strain, continuum mechanics, FEM	Homogeneous, neo-Hookean function	5 mm error in predicted tissue movement during surgery
Pathmanathan et al.	Gravity, and compression	Finite strain, continuum mechanics, FEM	Heterogeneous model for fat, fibro (polynomial equation) and skin (exponential)	Validation not reported
Rajagopal et al.	Gravity and compression	Finite strain, continuum mechanics, FEM	Individual-specific, homogeneous, neo-Hookean model	Predicted feature location to within 4–6 mm

**Tab. 5** Tableau récapitulatif des différentes approches de modélisation biomécanique. Extrait de [Rajagopal *et al.*, 2010].

Si l'on examine ce tableau et que l'on essaye d'en donner des compléments informatifs (non exhaustifs) :

- La méthode des éléments finis est aujourd'hui la plus employée. La formulation s'appuie sur une discrétisation (double) des équations de la mécanique des milieux continus et peut donc laisser espérer un grand réalisme physique. Néanmoins, ce grand réalisme est conditionné par la considération d'un modèle géométrique réaliste, d'un modèle de matériau et d'une assignation de paramètres rhéologiques réalistes et également par la considération de conditions initiales, aux limites et de chargement réalistes. Ces trois aspects vont gouverner la précision de la prédiction de la modélisation, et le compromis précision/coût calculatoire devra être

## Chapitre 2

systématiquement considéré à chaque étape. De même, on rappellera également qu'en toute logique, la précision recherchée est dictée par l'application que l'on souhaite adresser.

- Les applications de chirurgie/biopsie guidées nécessitent une mise à jour du modèle la plus rapide possible ainsi que le couplage à un retour haptique, et en vertu du compromis vitesse/précision c'est donc la vitesse qui sera privilégiée. Le modèle discret du type masse-ressort a été employé pour ce type d'applications [Zyganitidis *et al.*, 2007], mais celui-ci souffre d'un manque de réalisme et si les ressources de calcul nécessaires sont disponibles on lui préférera la méthode des éléments finis. Roose *et al.* [Roose *et al.*, 2006a] ont ainsi montré que le système masse-ressort conduit à des phénomènes locaux qui n'ont pas de sens physique lorsqu'il est employé pour la modélisation des grandes déformations. Pour ces applications nécessitant une résolution pseudo temps-réel on travaillera à l'aide des équations de la dynamique (les effets d'inertie ne sont plus supposés négligeables) et on approchera une résolution en temps de ces équations d'évolution. Plusieurs schémas de discrétisation des équations sont possibles et le choix d'un schéma est très important. Les algorithmes implémentés dans la plupart des solveurs commerciaux reposent sur une formulation lagrangienne mise à jour pour laquelle toutes les variables sont définies au regard de la configuration courante du système (*i.e.* en référence au dernier pas de temps évalué). L'avantage est la simplicité de la description incrémentale mais l'inconvénient majeur est que toutes les dérivées par rapport aux coordonnées spatiales doivent être recalculées à chaque pas de temps car la configuration de référence évolue. Pour ces applications temps-réel, l'utilisation d'une formulation lagrangienne totale est donc privilégiée. Au sein de celle-ci toutes les variables sont définies au regard de la configuration initiale du système et toutes les dérivées par rapport aux coordonnées spatiales pourront donc être pré-recalculées.
- On observe une grande diversité en terme de modélisation mathématique du comportement des matériaux déformables, allant de la plus simple qui est du type homogène, linéaire et élastique (*i.e.* loi de Hooke), à plus raffiné avec par exemple l'utilisation d'un modèle hyperélastique (Mooney-Rivlin, néo-hookien

## Chapitre 2

ou autre). De même l'assignation de coefficients à ce modèle spécifié comme un *a priori* relève d'une grande heuristique. Ces coefficients sont destinés à représenter les différentes propriétés rhéologiques individuelles et une large gamme de valeur a déjà été exposée en Tab. 4.

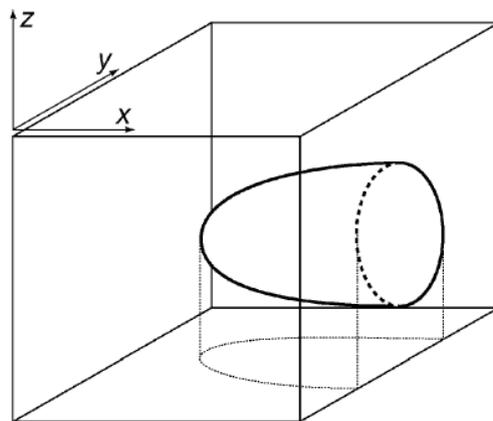
- L'approche sous l'hypothèse HPP qui utilise le tenseur des déformations HPP est relativement facile à implémenter et relativement peu gourmande en terme de coût calculatoire mais ne permet pas de représenter de manière réaliste les grandes déformations associées à certaines modalités de sénologie dont notamment la compression en mammographie. Ces approches peuvent conduire à des erreurs inacceptables comme, par exemple, quand on cherche à localiser une zone tumorale en inter-modalités [Whiteley *et al.*, 2007].
- Il existe également une grande heuristique au niveau de la spécification des conditions initiales, aux limites et de chargement. Les positionnements associés aux diverses modalités sont radicalement différents, allant d'un chargement sous l'effet de la gravité en IRM (en supposant que le frottement entre la peau est la surface de l'antenne soit négligeable) à la grande compression de l'organe entre deux plaques rigides au cours d'un examen de mammographie. Si on détaille un peu plus ce dernier positionnement, on peut dire qu'il existe un contact entre les plaques et la peau, éventuellement une force de friction statique ou dynamique et la plaque supérieure est animée d'une certaine vitesse au moment de l'impact tandis que la plaque inférieure est immobile.

On ajoute également que de manière assez logique on souhaiterait pouvoir comparer les modèles entre eux de même qu'on aimerait pouvoir garantir les propriétés d'existence, d'unicité et de stabilité de la solution. De plus, la propriété d'indépendance au maillage est également souhaitée de même que la capacité d'évaluation de l'erreur commise. Ces quelques points permettent d'illustrer les difficultés rencontrées au cours d'un processus de modélisation complexe comme celui qui est considéré dans ce travail. L'approche permettant la comparaison entre prédictions analytiques et résultats expérimentaux est appelée analyse de sensibilité et consiste en une modification des hypothèses du modèle et de la paramétrisation

tant que la corrélation entre prédiction et expérience est jugée insuffisante [Mottershead *et al.*, 2011]. Les erreurs commises peuvent être reliées à la caractérisation du modèle lui-même (simplification de certaines structures, mauvaise description des conditions, mauvais maillages...), à la discrétisation du modèle (maillage pas assez dense, problème de convergence...) ou encore à la paramétrisation (mauvaises valeurs du module de Young, de la densité...). Dans l'optique de proposer la modélisation la plus réaliste possible nous reprenons point par point les différents items dans les sections suivantes.

### i. Géométrie de compression et conditions de chargement

Les approches de modélisation de la compression les plus anciennes exploitent l'utilisation d'éléments finis bidimensionnels décrivant la surface de l'organe [Watanabe *et al.*, 2003] ou d'éléments finis hexaédriques exploitant la représentation voxélique associée à la segmentation d'un volume clinique [Samani *et al.*, 2001]. Un exemple de géométrie de compression est présenté en Fig. 32 et a été extrait de [Kellner *et al.*, 2007].

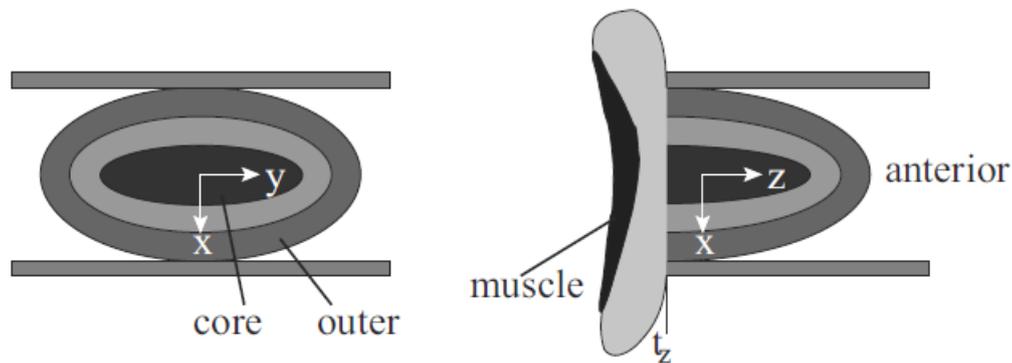


**Fig. 32 Géométrie de compression du sein : l'organe est embarqué dans un volume cubique d'air. Extrait de [Kellner *et al.*, 2007].**

Comme expliqué par Kellner, l'organe est embarqué dans un volume cubique d'air et est supposé être constitué de trois phases indépendantes (structures peau, adipeuse et glandulaire). Le modèle rhéologique est supposé linéaire élastique et isotrope pour chaque phase et la loi de Hooke est donc appliquée. L'approche est quasi-incompressible avec des coefficients de Poisson égaux à 0,49. Les éléments situés du

côté de la cage thoracique sont contraints par une condition d'encastrement imposant la nullité des déplacements. On suppose ici que le volume d'air entourant le sein est un matériau à module de Young très faible et à coefficient de Poisson nul. La compression est assurée en imposant une déformation sur les faces supérieures et inférieures du volume d'air, assurant ainsi le transfert des forces de compression à la modélisation de l'organe. Des évaluations ont été réalisées par Kellner *et al.* sur des volumes élémentaires simples et également sur des données cliniques. Cette approche constitue les prémisses de la modélisation biomécanique de l'organe.

Une seconde approche très souvent mise en œuvre consiste à employer un modèle basé sur une condition de déplacement imposée en surface. Une telle géométrie est présentée en Fig. 33.

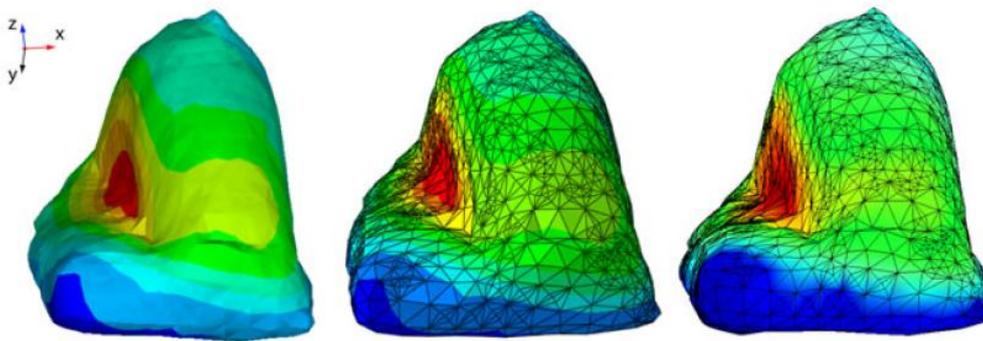


**Fig. 33** Modèle de compression basé sur une condition de déplacement imposée en surface. Extrait de [Tanner *et al.*, 2011].

Pour ce type de modèle les plaques sont virtuelles. L'ensemble des points équidistants des deux plaques est donné par les coordonnées spatiales  $(x = 0, y, z)$ . Le mouvement des plaques jusqu'à une position  $p_x > 0$  est modélisé en déplaçant dans la direction  $x$  les nœuds surfaciques situés dans la région  $R = \{(x, y, z) | x \geq p_x, z \geq t_z\}$ . L'approche est itérative, et le déplacement global est décomposé en une sommation de déplacements infinitésimaux. La compression est simulée par action sur les plaques virtuelles supérieure et inférieure, tandis que la face arrière est contrainte par une condition d'encastrement. Ce type de modèle est usuellement résolu dans le cadre d'une étude stationnaire (résolution des équations d'équilibre et effets d'inertie négligés) et l'approche conduite est qualifiée de quasi-statique. On sous-tend ainsi l'hypothèse de validité de la condition de staticité qui sera vérifiée si les chargements sont appliqués suffisamment lentement jusqu'à une intensité

maximale au-delà de laquelle ils vont demeurer constants. Dans ce cadre-là, la vitesse et l'accélération de chaque particule valent zéro et il est alors possible de négliger la force d'inertie et la force d'amortissement. De même, les déplacements provoqués par les chargements sont suffisamment petits pour n'engendrer que peu de changements sur la matrice de raideur. Plusieurs auteurs ont utilisé cette modélisation de la compression et on citera en exemple les travaux en approche quasi-statique [Tanner *et al.*, 2006 ] [Tanner *et al.*, 2009 ] [Tanner *et al.*, 2011] [MacArthur *et al.*, 2011] ou encore en approche dynamique [Han *et al.*, 2010].

La Fig. 34 met en évidence les configurations déformées pouvant être obtenues par ces approches imposant des conditions de déplacement en surface d'un maillage et donc par l'utilisation de plaques fictives (conditions de contacts non explicitement modélisés).



**Fig. 34 Configurations déformées obtenues selon une condition de déplacement imposée en surface du maillage. Les plaques sont ici fictives. Extrait de [Han *et al.*, 2010].**

On peut en toute légitimité s'interroger sur le réalisme et la précision fournie par cette deuxième approche de modélisation, compte tenu en particulier de la considération de plaques virtuelles. Afin de pallier à ces limitations la troisième approche de modélisation propose l'inclusion d'une modélisation explicite des contacts plaques-peau, les plaques ne sont alors plus virtuelles mais physiques. Pour ce faire deux paires de contact doivent être définies (paires supérieure et inférieure). On considère les plaques comme des entités rigides, tandis que le sein est considéré comme un corps déformable. L'interaction plaques-peau peut se faire sans friction [Han *et al.*, 2012] ou peut également inclure un coefficient de friction du type statique ou encore dynamique [Chung *et al.*, 2008]. L'introduction d'un coefficient inconnu supplémentaire qu'il serait souhaitable de pouvoir estimer pose une fois de plus la question du manque de connaissance de la caractérisation des propriétés des

matériaux. La Fig. 35 met en évidence les configurations déformées pouvant être obtenues par ces approches incluant une modélisation explicite des contacts plaques-peau.

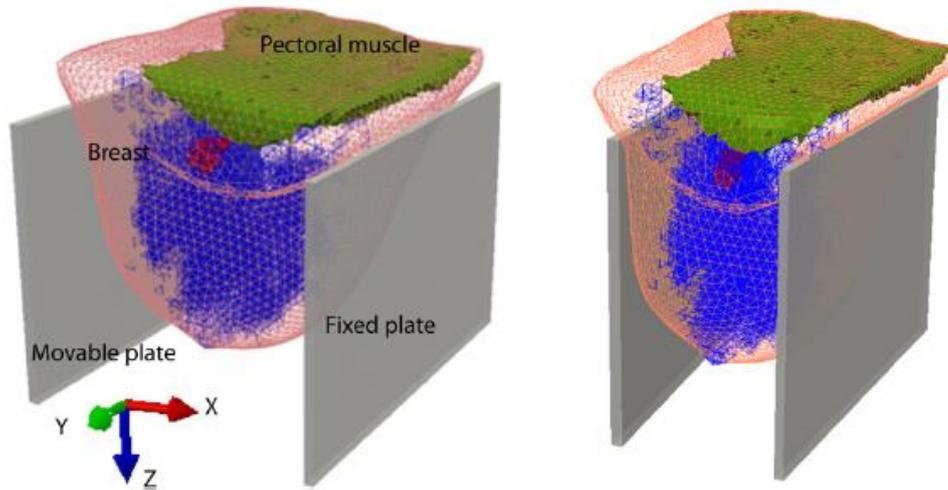


Fig. 35 Configurations déformées obtenues avec modélisation explicite des contacts. Extrait de [Han *et al.*,2012].

## ii. Modèles rhéologiques et paramétrisation

Nous avons déjà mis en évidence la grande diversité de caractéristiques mécaniques assignées aux différents tissus (Tab. 4). En plus de cet aspect, il existe également une grande diversité de relations constitutives dans la littérature, comme souligné par Del Palomar, et présenté en Tab. 6. [Del Palomar *et al.*, 2008]. Ainsi, un modèle linéaire élastique isotrope et anisotrope est utilisé par Tanner au sein d'un modèle employant une condition de déplacement imposée en surface [Tanner *et al.*, 2009] [Tanner *et al.*, 2011]. D'autres travaux définissent un module de Young approché par un modèle exponentiel dépendant de la déformation, du type  $E(\varepsilon) = b \exp(m\varepsilon)$  où  $b$  et  $m$  sont des constantes [Krouskop *et al.*, 1998] [Wellman, 1999] [Azar *et al.*, 2000]. Samani a également utilisé un modèle hyperélastique polynomial [Samani *et al.*, 2004] tandis que Azar a corrigé les coefficients trouvés par Wellman dans le cas du tissu adipeux. En essayant de prendre un peu de recul sur ces constats de grande diversité de modèles spécifiés et d'assignation de coefficients au modèle, certains auteurs se sont intéressés à l'impact au niveau de la précision attendue. Ainsi, Ruitter et son équipe se sont intéressés au ratio de rigidité entre les structures glandulaire et adipeuse et ont conclu que la variation des résultats de la

simulation n'est pas statistiquement significative au regard de la précision attendue [Ruiter *et al.*, 2002]. Ils proposent ainsi d'ignorer les différences entre ces deux composantes tissulaires et affirment également que les modèles exponentiels et néo-hookéen sont des approximations suffisamment robustes tandis que les modèles linéaires élastiques sont moins bien adaptés à représenter la déformation. Une autre approche consiste à essayer de comparer plusieurs modèles. Ainsi, Tanner a montré que dans le cas d'une compression inférieure à 20% les effets d'une modification des propriétés rhéologiques étaient moins pénalisants que les effets d'une mauvaise définition des conditions de la simulation. Cette étude a été conduite sur un modèle reposant sur une condition de déplacement imposée en surface et une erreur moyenne inférieure à 2,5 mm a été estimée grâce à la pose de fiduciaires à la surface de la peau durant les acquisitions cliniques [Tanner *et al.*, 2006]. Néanmoins, et quelles que soient les modèles retenus, les différents auteurs s'accordent sur le fait que les tissus sont quasi-incompressibles et que le coefficient de poisson est donc voisin de 0,5.

Reference	Constitutive model	Fat	Fibroglandular
Tanner et al.	Elastic	$E = 1 \text{ kPa}$	$E = 1:20 \text{ kPa}$
	Neo-Hookean	$C_1 = 0.13:3.5 \text{ kPa}$	$C_1 = 0.13:105 \text{ kPa}$
		$C_{10} = 46.4 \pm 10 \text{ kPa}$	$C_{10} = 26.07:263.1 \text{ kPa}$
		$C_{01} = -31.7 \pm 7 \text{ kPa}$	$C_{01} = -15.56:-231.32 \text{ kPa}$
	Polynomial	$C_{11} = 1.96 \pm 0.64 \text{ kPa}$	$C_{11} = 1.71:55.81 \text{ kPa}$
		$C_{20} = 37 \pm 3.1 \text{ kPa}$	$C_{20} = 8.1:387.5 \text{ kPa}$
$C_{02} = 0.08 \pm 2 \text{ kPa}$		$C_{02} = -0.02:0.52 \text{ kPa}$	
Azar et al.	Exponential	$b = 4460 \text{ Pa}; m = 10$	$b = 15,100 \text{ Pa}; m = 10$
Roose et al.	Elastic	$E = 1.7:500 \text{ kPa}$	$E = 1.7:500 \text{ kPa}$
Samani et al.	Polynomial	$C_{10} = 0.31 \pm 0.03 \text{ kPa}$	$C_{10} = 0.33 \pm 0.04 \text{ kPa}$
		$C_{01} = 0.3 \pm 0.02 \text{ kPa}$	$C_{01} = 0.28 \pm 0.03 \text{ kPa}$
		$C_{11} = 2.25 \pm 0.3 \text{ kPa}$	$C_{11} = 4.49 \pm 0.8 \text{ kPa}$
		$C_{20} = 3.8 \pm 0.6 \text{ kPa}$	$C_{20} = 7.7 \pm 1.1 \text{ kPa}$
		$C_{02} = 4.7 \pm 0.7 \text{ kPa}$	$C_{02} = 9.45 \pm 1.3 \text{ kPa}$

Tab. 6 Modèles rhéologiques et caractéristiques mécaniques assignées. Extrait de [Del Palomar *et al.*, 2008].

### iii. Limitations des approches

Après avoir décrit les différentes approches de modélisation biomécanique du sein et avant de proposer notre modèle de déformation, passons en revue les limitations de celles-ci :

Au niveau de la modélisation de la géométrie de l'organe: les structures glandulaire et adipeuse peuvent être relativement bien identifiées à partir d'un volume IRM mais d'autres structures telles que les ligaments de Cooper ne se traduisent pas par un signal IRM. Ces ligaments sont responsables du maintien et du soutien de l'organe car ils introduisent un renforcement de la structure. Leur présence se traduit mécaniquement par l'introduction d'une forme d'anisotropie (non-linéarité) avec une rigidité selon l'axe antérieur-postérieur différente de la rigidité selon les deux autres plans. Un tel comportement peut bien sûr être modélisé par la méthode FEM à condition que l'on soit en mesure de paramétrer un modèle rhéologique. En raison de ce problème d'identification cette non-linéarité n'est quasiment jamais modélisée même si la prise en compte du phénomène a déjà été proposée [Tanner *et al.*, 2009]. L'utilisation d'échantillons histologiques pourrait aider à cette identification [Guinebretiere *et al.*, 2005], de même que la définition d'un nouveau protocole d'acquisition IRM. La modélisation de la structure peau et de ses interactions avec les structures internes peut être approchée soit par définition d'une couche additionnelle d'éléments tridimensionnels, soit par définition d'éléments bidimensionnels (modélisation de la surface moyenne à l'aide d'éléments de membrane) couplés aux structures internes. Il s'agit ici d'un problème de dimensions relatives entre la peau et les autres structures et la présence de cette condition d'interface défavorable est susceptible d'introduire erreurs et instabilités numériques. Ce remplacement d'éléments 3D par des éléments 2D a un sens pertinent au niveau de la méthode FEM mais il a été montré que l'erreur commise par cette approximation peut être considérable [Solves Llorens *et al.*, 2012].

Au niveau de la caractérisation des propriétés mécaniques: la difficulté d'obtention de mesures robustes a été mise en évidence précédemment et on ajoutera qu'il reste une part conséquente de travail à faire au niveau des mesures qu'elles soient conduites *in vitro* ou *in vivo*. Ce dernier aspect nécessitera sans doute le développement d'une instrumentation adéquate ou encore la conduite de réflexions concernant le délicat passage entre *in vitro* et *in vivo*. Idéalement les mesures sont recherchées en absolu mais les mesures relatives apportent également un sens. La recherche d'une grande déformation (notre cas) complexifie encore l'approche car l'approximation linéaire élastique devient alors physiquement invalide (même si elle est couramment utilisée). De même, l'estimation d'une variabilité des propriétés mécaniques, à la fois intra-

## Chapitre 2

individu au cours du temps et inter-individus, n'a pas été rigoureusement conduite et on peut alors se demander quelle est sa part contributive dans la large gamme de valeurs reportées.

Au niveau des conditions initiales, de chargement et aux limites: celles-ci sont relativement complexes et il sera très difficile de les déterminer exactement. À titre d'exemple, le cycle respiratoire n'a jamais été pris en compte dans la littérature et il induit pourtant des conditions qui varient au cours du temps, ce qui complexifie encore le problème initial. Même s'il sera difficile d'atteindre un tel degré de réalisme, certaines améliorations telles qu'une modélisation explicite des contacts plaques/peau avec la définition d'un coefficient de frottement permettent néanmoins de mieux représenter les conditions réelles.

Au niveau de la validation de ces modèles: la validation de ces modèles est aujourd'hui approchée sur la base de la pose de fiduciaires suivis au cours des transformations ou encore sur la base de l'utilisation de fantômes souples à la géométrie simpliste. Pour la première approche le nombre et la position spatiale des fiduciaires influera grandement sur la robustesse de la validation, tandis que pour la seconde approche la simplicité conduit par définition à des transformations ne pouvant être raisonnablement rapprochées du comportement d'un organe complexe. Pour les deux approches, la difficulté de définition de modèles et de paramètres rhéologiques réalistes sera sous-jacente.

Nous ne pouvons malheureusement pas répondre de manière satisfaisante à tous ces points de questionnement mais avons tout de même essayé de proposer une modélisation *la plus réaliste possible* des conditions de compressions observées au cours d'un examen de mammographie. Ce modèle s'appuie autant que faire se peut sur une justification physique apportée par la théorie fondatrice de la méthode des éléments finis et se veut en ce sens le plus rationnel possible. Dans la suite de ce chapitre nous proposons une modélisation théorique du problème de compression en mammographie numérique. Ce modèle sera d'abord appliqué sur une structure simple, permettant ainsi de s'interroger de manière objective sur l'influence des différents paramètres de la simulation, puis sera extrapolé sur la déformation d'une structure complexe telle qu'un organe complet.

## **D. Modélisation de la compression mécanique d'un examen de mammographie par la méthode des éléments finis**

En accord avec la communauté éléments finis, nous désignerons par *non-linéarité géométrique* la recherche d'une solution numérique à un problème de grande déformation. Nous appellerons également *non-linéarité matérielle* la prise en compte d'un modèle rhéologique au sein duquel contrainte et déformation ne sont pas liées par un coefficient de proportionnalité. Enfin, la *non-linéarité de contact* désignera la modélisation explicite du contact entre surfaces, le qualificatif non-linéaire étant employé car les conditions aux limites sont alors changeantes au cours de la simulation. La distinction entre un matériau *quasi-incompressible*  $\nu \sim 0,5$  et *incompressible*  $\nu = 0,5$  est également faite dans ce manuscrit. De plus et afin de favoriser la consistance de ce qui a été présenté jusqu' alors, la logique en quatre étapes énoncée précédemment sera suivie. Pour rappel, ces étapes sont : modélisation de la géométrie continue du problème ; discrétisation spatiale de la géométrie continue ; spécification des propriétés des matériaux et spécification des conditions initiales, aux limites et de chargement.

### **I. Choix d'un modèle théorique**

#### **a. Modélisation de la géométrie continue du problème**

La géométrie à comprimer que nous avons retenue est une boule définie par un centre  $C_B$  et un rayon  $R_B$ . Cette géométrie présente l'avantage de porter un groupe de symétrie sphérique et donc une invariance par rotation autour de son centre. L'exploitation des symétries du problème tridimensionnel permet de reformuler celui-ci comme une étude bidimensionnelle de déformation d'un cercle de centre  $C_C$  et de rayon  $R_C$  permettant par la même occasion une réduction importante du coût calculatoire. De plus, puisque la description d'un cercle correspond au cas particulier d'une ellipse dégénérée, c'est la déformation de ce dernier domaine qui a été étudiée. La géométrie du problème considéré pour une modélisation de la compression est présentée en Fig. 36 et comprend donc :

- Deux domaines décrits par des rectangles et qui modélisent respectivement le Bucky (1) et la plaque de compression (2).
- Un objet constitué de trois domaines ellipsoïdaux (3a, 3b et 3c) décrits chacun par un centre  $C_e$  (les trois centres sont ici identiques), un demi-petit axe  $b$  et un demi-grand axe  $a$ , et qui modélisent l'objet déformable. Des opérations de logique booléenne entre domaines permettent de supprimer les intersections inter-ellipses, de façon à ce que la géométrie finale n'admette aucun recouvrement, on a donc  $3_i \cap 3_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$ . De l'extérieur vers l'intérieur les trois couches vont représenter : la structure peau, la structure adipeuse et la structure glandulaire. On se donne deux critères de suivi des phénomènes au cours de la compression : un critère global de variation des différentes surfaces, et un critère local de suivi d'un ensemble de points  $\{A, \dots, L\}$ .

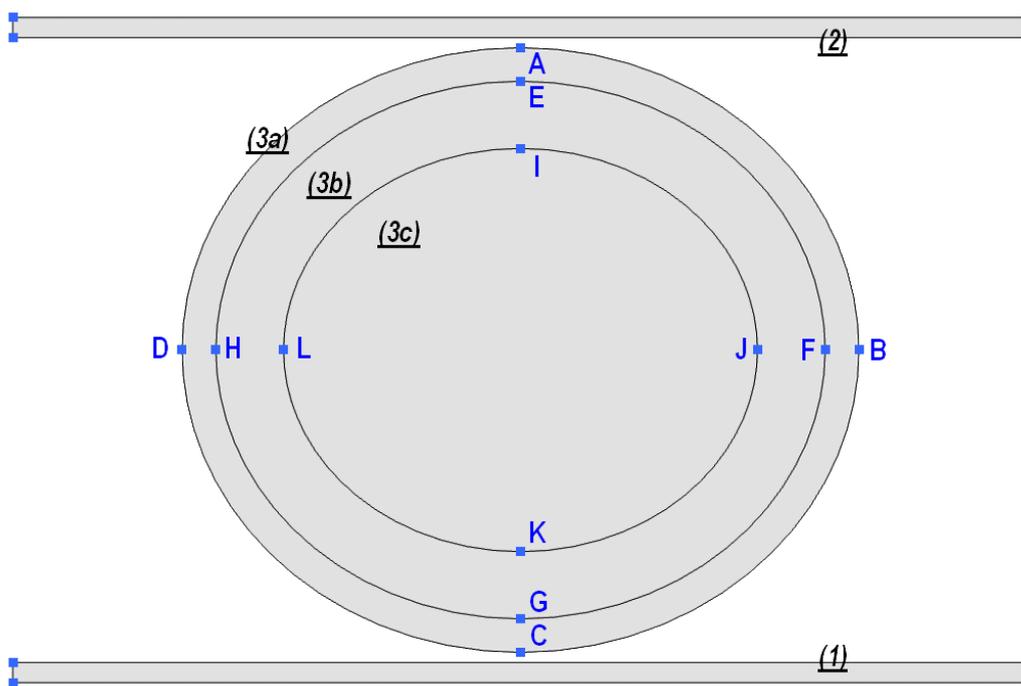


Fig. 36 Géométrie continue de la compression mécanique cranio-caudale d'un examen de mammographie.

Il n'y a pas de contact physique entre domaines à l'instant initial. Pour une étude aussi simple il serait possible de considérer la géométrie finale comme étant l'union de l'ensemble des domaines. Cette approche permettrait de définir de manière naturelle différents domaines séparés par des frontières et imposerait également une continuité des champs dans la structure. Néanmoins, en vue de l'étude de la

## Chapitre 2

compression d'une géométrie plus complexe la géométrie finale est ici considérée comme une collection de parties indépendantes les unes des autres pour lesquelles les hypothèses de couplage aux frontières doivent être spécifiées. Il résulte de ce choix à la fois un problème plus complexe et un coût calculatoire plus important mais l'approche retenue va notamment permettre la modélisation de deux contacts entre les plaques et l'ellipse de la structure peau ainsi que la prise en compte d'éventuelles forces de friction. Concernant les deux ellipses les plus internes la définition de deux paires d'identités au niveau des frontières permet d'imposer une continuité des champs entre régions de propriétés différentes. Cette condition reflète l'idée que même s'il s'agit d'un objet composé de trois couches, il n'y a aucune raison physique d'observer une discontinuité des champs de déplacement et de contrainte au sein de la structure. Les côtes géométriques des trois domaines ellipsoïdaux, la surface continue théorique et les différentes fractions ont été reportés en Tab. 7.

	Grand axe (cm)	Petit axe (cm)	Surface continue (cm <sup>2</sup> )	Fraction (%)
Peau	$a_{peau} = 5,0$	$b_{peau} = 4,5$	$S_{peau} = 14,11$	~20
Graisse	$a_{graisse} = 4,5$	$b_{graisse} = 4,0$	$S_{graisse} = 23,56$	~33
Glande	$a_{glande} = 3,5$	$b_{glande} = 3,0$	$S_{glande} = 32,98$	~47
Plaques	X	X	$S_{plaques} = 2 \times 4,50$	X
Géométrie	X	X	$S_{tot} = 79,56$	X

**Tab. 7** Côtes géométriques du problème continu considéré et fractions surfaciques associées.

Même si le problème considéré peut sembler relativement simple, sa résolution ne peut pas être obtenue par les équations classiques issues de mécanique des milieux continus et nous allons donc logiquement exploiter la méthode des éléments finis. Comme expliqué précédemment on recherche une solution globale approchée sous la forme d'un champ de déplacements défini par morceaux sur un domaine discret. Pour ce faire, les équations différentielles gouvernant l'étude doivent être discrétisées et la géométrie continue doit également être discrétisée au cours de l'étape de *discrétisation géométrique* ou *maillage*.

**b. Discrétisation spatiale ou maillage**

Dans le cas bidimensionnel, les éléments quadrangles et triangles sont les plus utilisés. Pour ce qui concerne notre géométrie nous avons opté pour une solution de maillage dit mixte. Ainsi, les plaques seront maillées à l'aide d'éléments quadrangles uniformément distribués (maillage structuré) tandis que les trois ellipses seront maillées à l'aide de triangles isoparamétriques linéaires de densité variable. Afin de valider l'hypothèse de résultats non dépendants du maillage (la caractéristique de consistance est essentielle), deux discrétisations géométriques ont été mises en œuvre (numérotées 1 pour la plus grossière et 2 pour la plus fine). Pour ces deux discrétisations, certaines caractéristiques telles que le nombre d'éléments triangles et quadrangle, la surface approximée par le maillage, les qualités minimales et moyenne ainsi que les différentes erreurs de discrétisation (vis-à-vis de la géométrie continue) ont été évaluées. Ce qui est appelé ici qualité des éléments est un scalaire reflétant la qualité d'une discrétisation et compris dans l'intervalle  $[0 - 1]$ , respectivement dans les cas d'un élément dégénéré et d'un élément uniforme. Ces caractéristiques sont présentées en Tab. 8 et Tab. 9, respectivement pour les discrétisations spatiales numéro 1 et 2. En plus de ces caractéristiques numériques, un tracé de la distribution spatiale de la qualité des éléments est également proposé en Fig. 37 et Fig. 38.

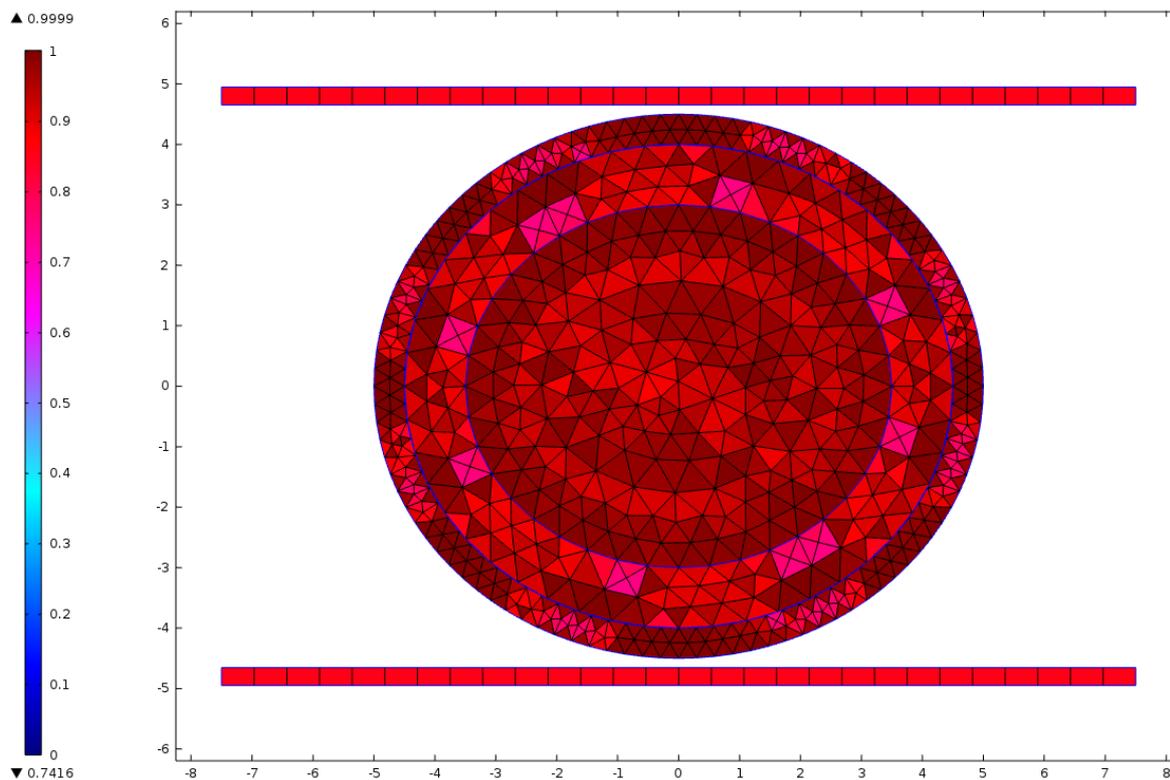
	Peau	Graisse	Glande	Plaques	Ensemble
Nombre d'éléments	462	264	338	56	1120
Nombre de triangles	462	264	338	0	1064
Nombre de quadrangles	0	0	0	56	56
Qualité minimale	0,746	0,742	0,878	0,853	0,742
Qualité moyenne	0,924	0,906	0,960	0,853	0,927
Surface maillée (cm <sup>2</sup> )	14,13	23,54	32,85	9	79,52
Erreur de discrétisation (%)	+0,14	-0,08	-0,39	0,00	-0,20

**Tab. 8** Caractéristiques numériques de la discrétisation spatiale n°1. Le maillage résultant est constitué de 1120 éléments.

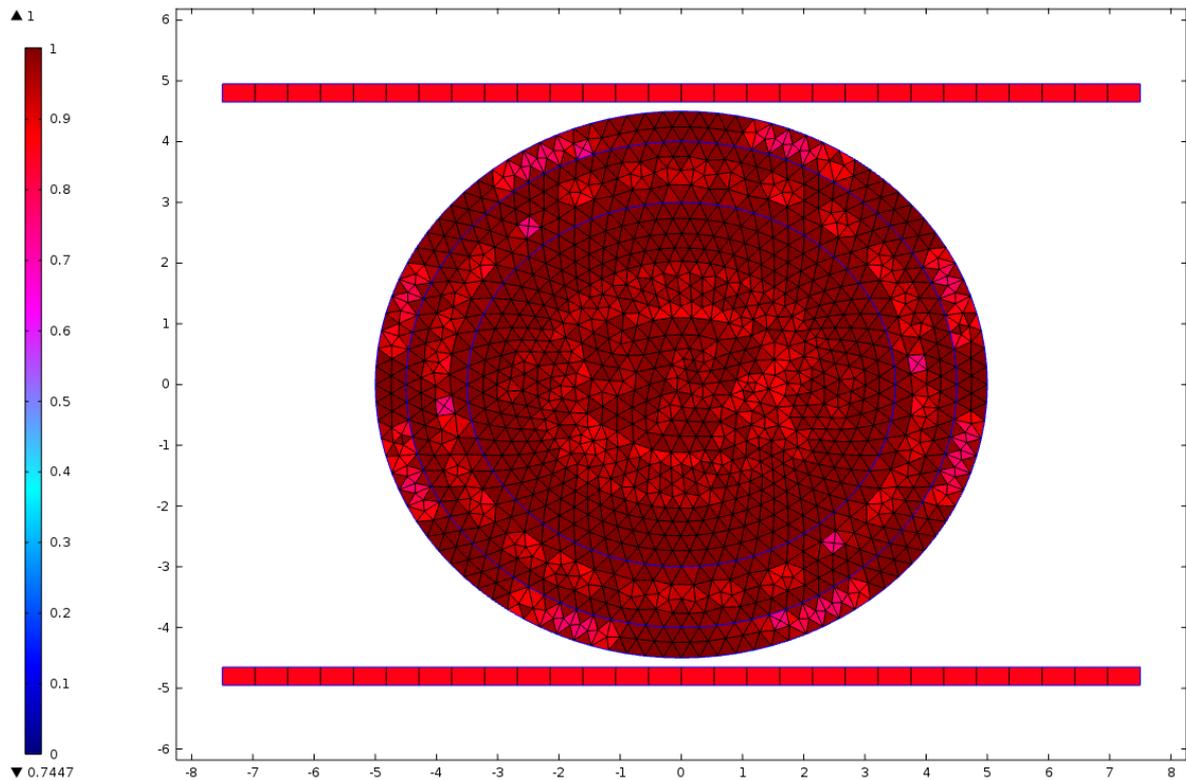
## Chapitre 2

	Peau	Graisse	Glande	Plaques	Ensemble
Nombre d'éléments	462	716	1206	56	2440
Nombre de triangles	462	716	1206	0	2384
Nombre de quadrangles	0	0	0	56	56
Qualité minimale	0,746	0,745	0,866	0,853	0,745
Qualité moyenne	0,924	0,960	0,971	0,853	0,956
Surface maillée (cm <sup>2</sup> )	14,13	23,57	32,94	9	79,64
Erreur de discrétisation (%)	+0,14	+0,04	-0,12	0,00	-0,05

**Tab. 9** Caractéristiques numériques de la discrétisation spatiale n°2. Le maillage résultant est constitué de 2440 éléments.



**Fig. 37** Discrétisation spatiale n°1 et distribution spatiale de la qualité des éléments.



**Fig. 38** Discrétisation spatiale n°2 et distribution spatiale de la qualité des éléments.

Si on analyse les deux précédents tableaux et les deux précédentes figures, plusieurs choses peuvent être notées. On notera tout d'abord l'utilité des éléments triangles dans la description des géométries complexes, puisqu'on constate ici de faibles erreurs de discrétisation (toutes inférieures à 1%), ce qui traduit le fait que les maillages retenus constituent une bonne approximation de la surface réelle continue que l'on cherche étudier. Intéressons-nous à présent aux qualités minimale et moyenne. D'abord il faut noter que les valeurs proches de 1 constituent un facteur important pour une bonne résolution des équations gouvernant le problème et vont notamment faciliter une convergence des méthodes de résolution (sans toutefois la garantir). Ainsi on observe de bons facteurs de qualités pour les deux discrétisations étudiées. La principale différence entre les deux maillages réside dans la densité d'éléments retenue pour les structures adipeuse et glandulaire avec une discrétisation plus lâche au sein de ces zones pour la première discrétisation. L'idée sous-jacente est qu'il s'agit de zones dites non critiques dans l'analyse car les déformations y sont moindres et qu'il est donc possible de relâcher le maillage. La comparaison de deux discrétisations spatiales va permettre de mettre en évidence une consistance ou une inconsistance de la solution approximée.

**c. Modèles rhéologiques et paramétrisation des modèles**

Les masses volumiques des trois matériaux biologiques sont considérées comme étant égales à (en g/cm<sup>3</sup>) :

$$\rho_{peau} = 1,1, \rho_{graisse} = 0,928, \rho_{glande} = 1,035. \quad 2.(75)$$

Comme reporté dans la littérature, nous avons considéré que les matériaux biologiques exhibent un comportement de quasi-incompressibilité, ce qui se traduit par un coefficient de Poisson (SU) tel que :

$$\nu_{peau} = \nu_{graisse} = \nu_{glande} = 0,495. \quad 2.(76)$$

Dans l'optique d'affecter des coefficients à un modèle rhéologique spécifié *a priori* et compte tenu des larges étendues de variation reportées, nous avons choisi de considérer trois cas distincts, dénommés cas 1, 2 et 3. Les coefficients assignés au cas 2 ou encore cas dénommé moyen correspondent à la moyenne des gammes de valeurs observées, tandis que les deux cas extrêmes sont obtenus en considérant respectivement de faibles ratios (cas 1) et des ratios élevés (cas 2) entre structures adjacentes. Ainsi à titre d'exemple, la peau présente un module d'élasticité 8 fois supérieur à la graisse dans le cas 1, tandis que dans le cas 3 cette valeur est 200 fois supérieure. Faute d'information supplémentaire, les matériaux sont supposés isotropes. Les coefficients assignés pour les différentes configurations étudiées sont présentés en Tab. 10. À titre de comparaison, et afin de quantifier l'impact de l'*a priori* spécifié au moment du choix d'un modèle rhéologique, le problème a été résolu dans le cas d'un modèle linéaire élastique donné par 2.(69) et pour lequel l'hypothèse HPP est valide, puis dans le cas d'un comportement hyperélastique néo-hookien donné par 2.(74), et ce pour les trois cas considérés en Tab. 10 et les deux maillages présentés précédemment. En effet, le premier modèle est très souvent employé dans la littérature pour aborder le problème des grandes déformations et est généralement associé à un coût calculatoire raisonnable lié à la linéarisation des tenseurs. Le second modèle semble davantage approprié à aborder le problème des grandes déformations mais présente un coût calculatoire plus important et donc si l'apport par rapport au premier modèle est négligeable son emploi devient injustifié. Comme indiqué précédemment cette assertion n'a jamais été tranchée dans la littérature.

## Chapitre 2

L'objectif de cette démarche est de tenter de répondre à plusieurs questions, qui sont :

- L'utilisation d'un modèle linéaire élastique en théorie valide exclusivement sous l'hypothèse HPP nous permet-elle d'approcher de manière raisonnable les problèmes de grandes déformations ? L'incompressibilité est-elle correctement représentée ? Si non, est-il plus juste d'approcher la solution par un comportement hyperélastique ?
- Quel-est l'impact de la spécification d'un modèle et du choix d'un jeu de paramètres au niveau de la déformation ?
- La solution proposée est-elle consistante et présente-elle une indépendance au maillage employé ?

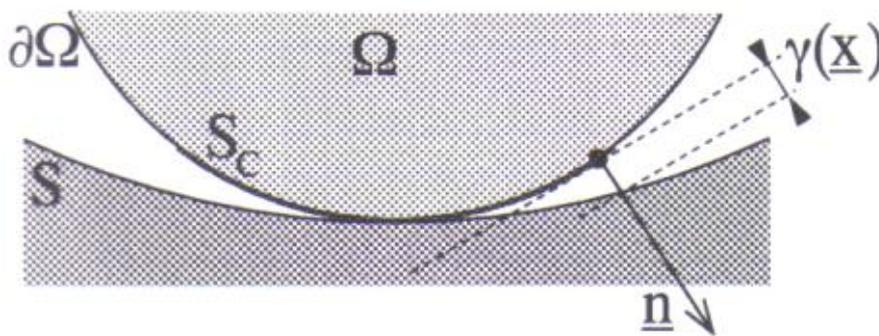
		Module de Young (kPa)	Premier coefficient de Lamé $\lambda$ (kPa)	Module de cisaillement $\mu$ (kPa)
Cas 1	Peau	200,0	6622,1	66,9
	Graisse	25,0	827,8	8,4
	Glande	66,0	2185,3	22,1
Cas 2	Peau	1600,0	52976,6	535,1
	Graisse	12,75	422,2	4,3
	Glande	34,0	1125,7	11,4
Cas 3	Peau	2000,0	66220,1	668,9
	Graisse	10,0	331,1	3,3
	Glande	66,0	2185,3	22,1

Tab. 10 Coefficients rhéologiques assignés pour les différentes configurations étudiées.

### d. Conditions initiales, aux limites et de chargement

En lieu et place des conditions très souvent proposées dans la littérature, nous avons décidé de mettre en œuvre une modélisation explicite des deux contacts plaques-peau ce qui permet de prendre en compte les forces de frottement. Sur le plan

physique il s'agit d'un phénomène dit dissipatif. Le problème que l'on se donne présente alors ce que l'on appelle une *non-linéarité de contact*. La non-linéarité introduite s'explique aisément puisqu'on considère de manière intrinsèque deux états différents qui sont : des conditions aux frontières initiales (*i.e.* l'absence de contact) et des conditions de contact qui imposent en particulier des contraintes cinématiques permettant d'interdire l'interpénétration des régions entre elles. La réponse d'une structure astreinte à ce type de contrainte dépend alors de façon non-linéaire du chargement appliqué même si le matériau constitutif considéré est du type linéaire élastique. On remarquera également qu'en fonction de l'évolution temporelle du chargement les conditions aux limites, et notamment la surface effective du contact, vont varier. Dans le cadre de la modélisation proposée ici nous avons deux solides rigides (les plaques) en contact avec un solide déformable (l'ellipsoïde représentant la structure peau), ce dernier étant lui-même astreint à des conditions de continuité avec les ellipses les plus internes. Deux parties sont considérées au cours de la modélisation d'un contact : une source (ou partie maitresse) et une destination (ou partie esclave), ce qui définit une paire du type axisymétrique. De manière générale, et afin de favoriser la convergence des solveurs, la source doit être plus rigide que la destination, et la destination doit être maillée plus finement que la source. Si on considère par exemple un solide déformable qui occupe au repos le domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  entrant en contact avec un solide rigide  $S$  (Fig. 39). On appelle  $S_c \subset \Omega$  la portion de frontière pouvant entrer en contact avec le support.



**Fig. 39 Modélisation explicite d'un contact axisymétrique: un solide déformable occupe au repos le domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  et entre en contact avec un solide rigide  $S$ .**

Sur cette surface  $S_c$  de contact potentiel, le déplacement  $\vec{u}$  et le vecteur contrainte  $\vec{T} = \bar{\sigma} \cdot \vec{n} = \sigma \vec{n} + \tau \vec{\tau}$  vérifient les quatres conditions suivantes :

## Chapitre 2

$$\vec{T} = \sigma \vec{n} \quad 2.(77)$$

$$\sigma \leq 0 \quad 2.(78)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{n} - \gamma \leq 0 \quad 2.(79)$$

$$[\vec{u} \cdot \vec{n} - \gamma] \sigma = 0 \quad 2.(80)$$

où  $\gamma$  désigne l'écart initial entre  $S_c$  et  $S$  mesuré le long de la direction normale. La première condition correspond à une condition d'absence de frottement, le vecteur contrainte ne possède alors qu'une composante normale (le cisaillement est nul). Les deuxième et troisième conditions correspondent à la résistance à la pénétration et à la non-pénétration cinématique. La dernière condition, dite de complémentarité (ou de Signorini) permet de prendre en compte les deux situations possibles pour un point : situation de contact *i.e.*  $\vec{u} \cdot \vec{n} = \gamma$  ou situation de non contact *i.e.*  $\sigma = 0$ . Ainsi, la surface de contact effective sera donc un sous ensemble de la surface de contact potentiel.

### e. Résultats sur modèle théorique

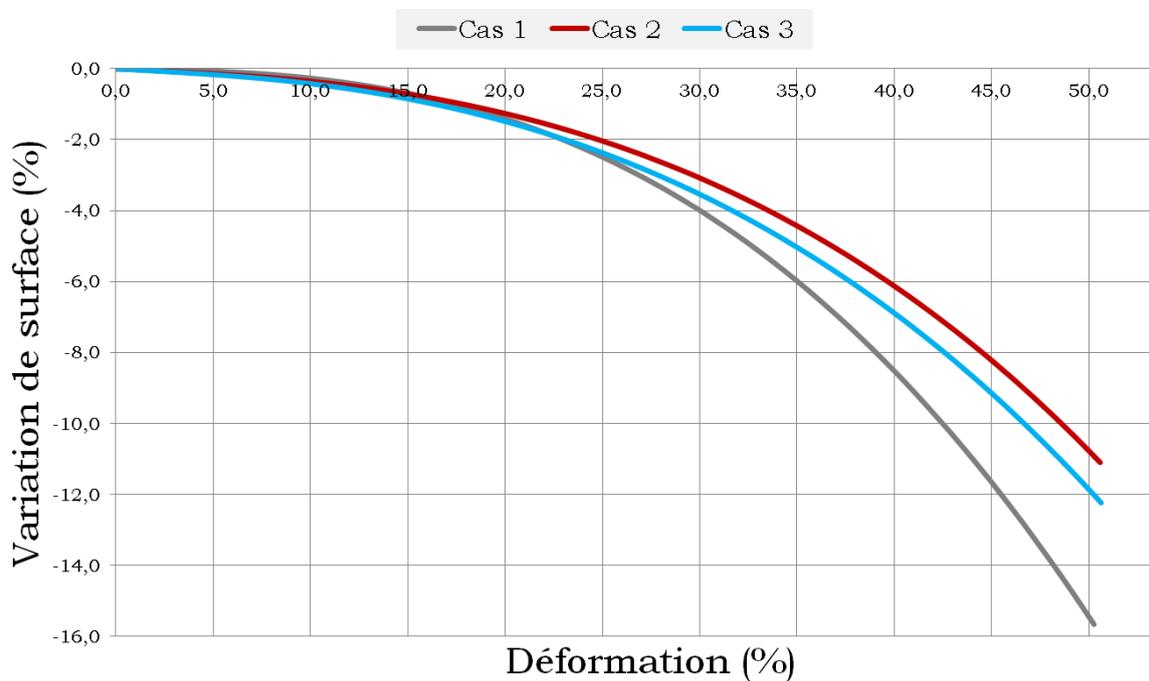
#### i. Considération d'un modèle rhéologique linéaire élastique

Les simulations ont tout d'abord été conduites sur la base d'un modèle rhéologique linéaire élastique classiquement utilisé dans la littérature. On inclut ici également des conditions de contact sans coefficient de friction tandis que l'incompressibilité est approchée à l'aide d'un coefficient de Poisson  $\nu = 0,495$ . On a ainsi les équations :

$$\begin{cases} \overline{\text{div}} \vec{\sigma} + \rho \vec{f} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \\ \vec{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} + \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right)^T \right] \\ \vec{\sigma} = 2\mu \vec{\varepsilon} + \lambda \text{tr}(\vec{\varepsilon}) I \end{cases} \quad 2.(81)$$

## Chapitre 2

On exploite donc en dynamique le tenseur des déformations linéarisé, le tenseur des contraintes de Cauchy, ainsi qu'un modèle rhéologique linéaire élastique isotrope. La seule non-linéarité du problème est la non-linéarité de contact. Le champ inconnu est le champ de déplacement. On suppose en outre que le déplacement et la vitesse initiaux sont nuls, que la plaque inférieure obéit à une condition d'encastrement, que des paires de continuité lient les ellipses entre elles et que les deux paires de contacts sont sans friction. Pour les trois jeux de paramètres considérés en Tab. 10, pour les deux discrétisations spatiales décrites en Tab. 8 et Tab. 9, la variation de surface globale au cours de la déformation a été évaluée et son évolution dans le cas du second maillage est présentée en Fig. 40.

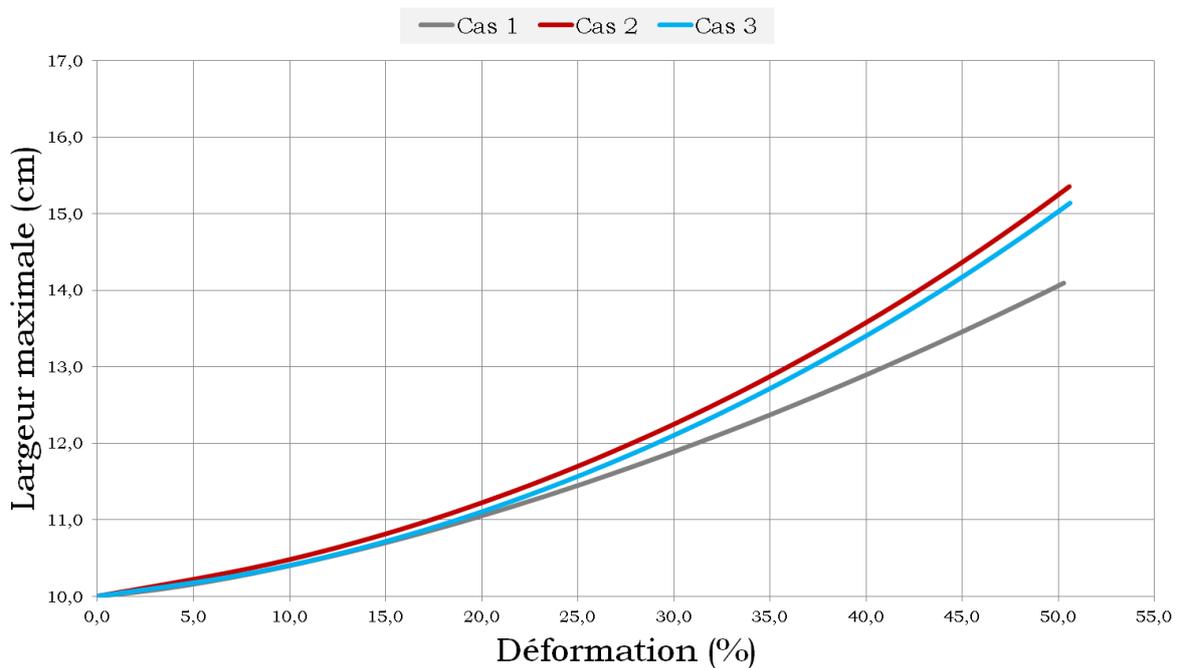


**Fig. 40** Modèle linéaire élastique : variation du critère de surface en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale.

Dans le cas des tissus biologiques la bonne conservation de ce critère global au cours de la déformation est essentielle. Sous conditions de compression, le volume (cas tridimensionnel) ou la surface (cas bidimensionnel) des matériaux tend à diminuer, et cette conjecture simple est retrouvée pour les trois cas considérés. Si à présent on se donne un seuil de tolérance sur la conservation de surface, et qu'on accepte un compromis de l'ordre de 5%, la validité du modèle linéaire élastique peut être étendue jusqu'à des déformations égales à 32, 37 et 34%, respectivement pour la considération des jeux de paramètres rhéologiques 1, 2 et 3. Pour le cas des grandes

déformations, c'est-à-dire pour des déformations de l'ordre de 50%, les variations enregistrées sont respectivement égales à 16, 11 et 12% pour les trois mêmes cas. Le seuil de tolérance fixé n'est pas respecté et le modèle est donc inadapté à représenter les grandes déformations. De plus, on notera que l'influence du jeu de paramètre sélectionné apparaît plus marquée dans la gamme des fortes déformations.

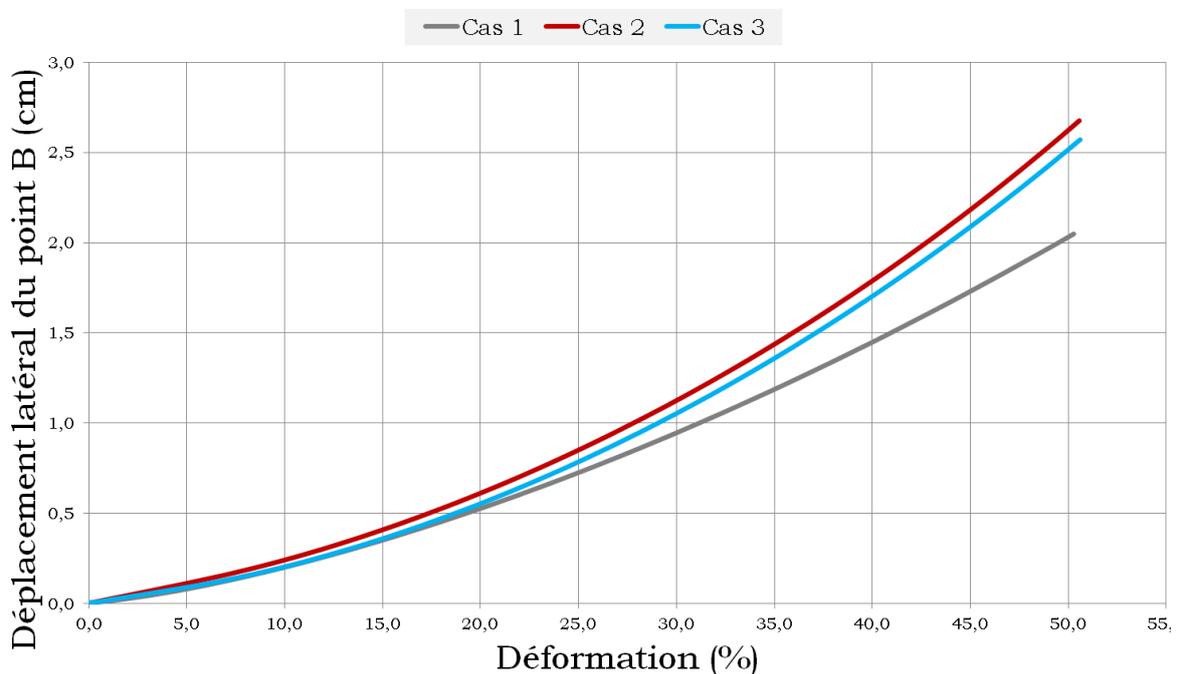
Intéressons-nous à présent à un critère plus local comme la largeur maximale de la structure c'est-à-dire à la longueur du segment  $BD$ . L'évolution de ce critère est présentée en Fig. 41. Pour la gamme des faibles et moyennes déformations, c'est-à-dire jusqu'à une valeur de 30%, la largeur maximale reportée est égale à 11,9, 12,3 et 12,2 cm respectivement pour les cas 1, 2 et 3, tandis que ce critère atteint les valeurs 14,1, 15,3 et 15,1 cm pour des déformations de l'ordre de 50%. La différence maximale enregistrée s'élève donc à 4 mm et à 1,2 cm respectivement pour les valeurs 30% et 50%. Comme pour les variations de surfaces, l'influence du jeu de paramètres apparaît également plus marquée en grande déformation.



**Fig. 41** Modèle linéaire élastique : évolution du critère de largeur maximale en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale.

## Chapitre 2

On s'intéresse à présent au critère du suivi du déplacement d'un point unique, par exemple au suivi du point *B* comme présenté en Fig. 42. Le déplacement à chaque pas est évalué en référence à la position initiale du point. Pour une déformation de l'ordre de 30%, les déplacements des trois cas considérés ont été évalués à 0,9, 1,1 et 1,0 cm, soit une différence maximale de 2 mm, tandis que pour une déformation de l'ordre de 50%, les déplacements sont égaux à 2,0, 2,7 et 2,6 cm, soit une différence maximale de 7 mm. Les critères locaux ne portent pas d'information discriminante, mais confirment bien les observations notées pour les critères plus globaux. De plus, si l'on admet la méconnaissance des caractéristiques mécaniques et que l'on s'intéresse au suivi d'un objet plus ponctuel (par exemple une tumeur en vue d'une biopsie), ce critère local met bien en évidence les erreurs commises à fortes déformations. Après s'être penché sur ces divers critères, on peut à présent s'intéresser aux différentes configurations obtenues et aux déplacements enregistrés pour des déformations de l'ordre de 50%. Ces configurations déformées sont présentés en Fig. 43, Fig. 44, et Fig. 45 pour les trois cas que nous avons considérés dans cette étude. Les frontières entre les trois structures (peau, graisse et glande) ont également été tracées en blanc.



**Fig. 42** Modèle linéaire élastique : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point B.

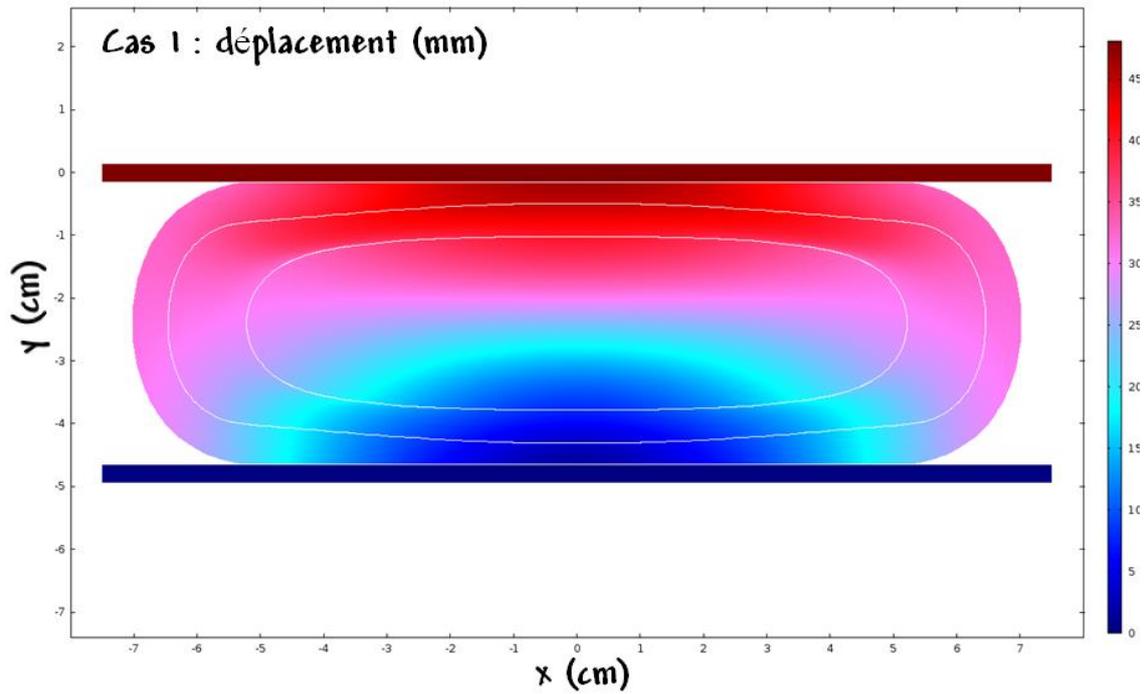


Fig. 43 Modèle linéaire élastique : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du premier jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale.

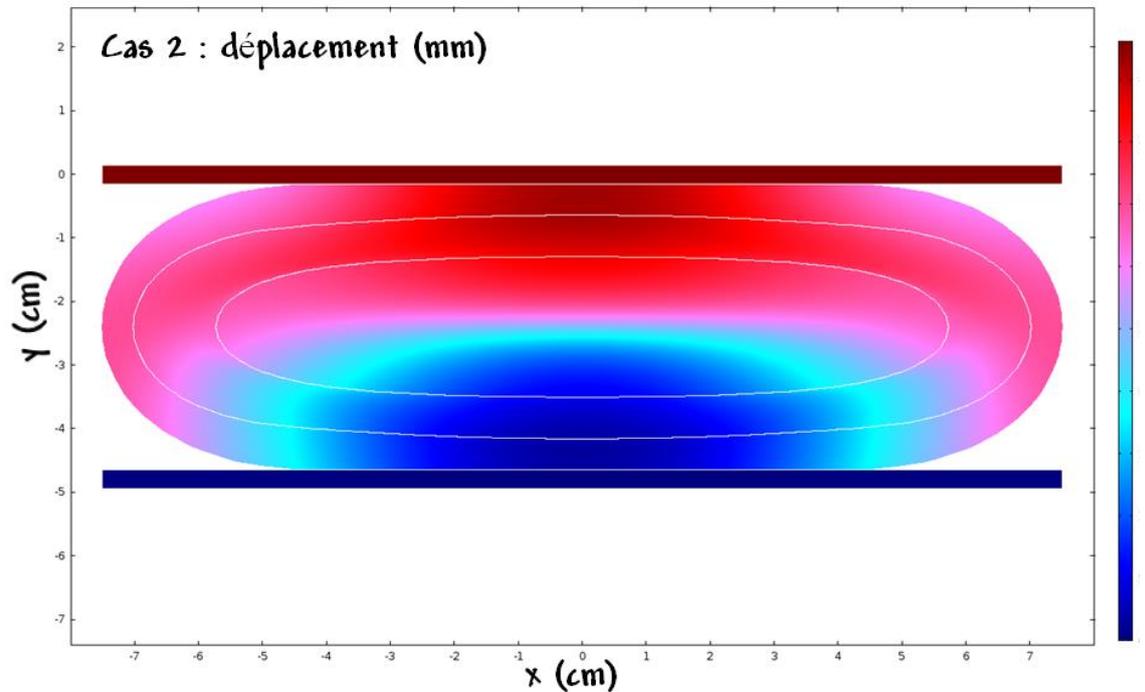
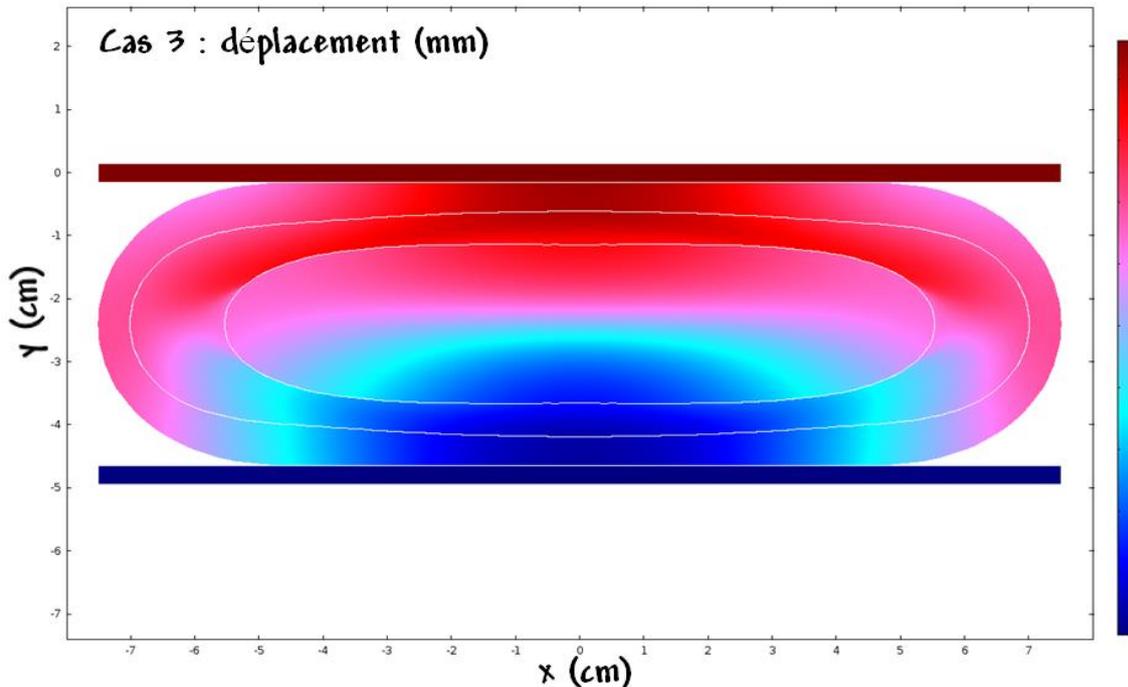


Fig. 44 Modèle linéaire élastique : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du deuxième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale.



**Fig. 45** Modèle linéaire élastique : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du troisième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale.

Ces trois figures mettent en évidence à la fois l'influence et l'importance du choix d'un jeu de paramètres et du gradient des modules d'élasticité entre les différentes couches, avec par exemple :

- Des différences notables observables au niveau des formes et des surfaces obtenues que ce soit au niveau de l'ensemble de la structure ou au niveau des déformations de différentes couches (frontières tracées en blanc).
- Des différences notables au niveau de la répartition spatiale de l'amplitude des déplacements. Concernant ce point, et malgré la condition de continuité imposée entre couches, le premier cas semble davantage respecter cette hypothèse, et il est également celui qui présente les ratios inter-couches les plus faibles. Même si ce fait semble plaider en faveur de l'utilisation de cette configuration, on notera d'une part que la configuration produite ne semble pas visuellement réaliste pour un matériau du type quasi-incompressible et que ce point est appuyé par l'importante diminution de surface qui a été enregistrée.

Pour conclure cette étude sur l'utilisation des modèles linéaires élastiques dans le cadre de la modélisation des grandes déformations des matériaux incompressibles ou quasi-incompressibles, on retiendra :

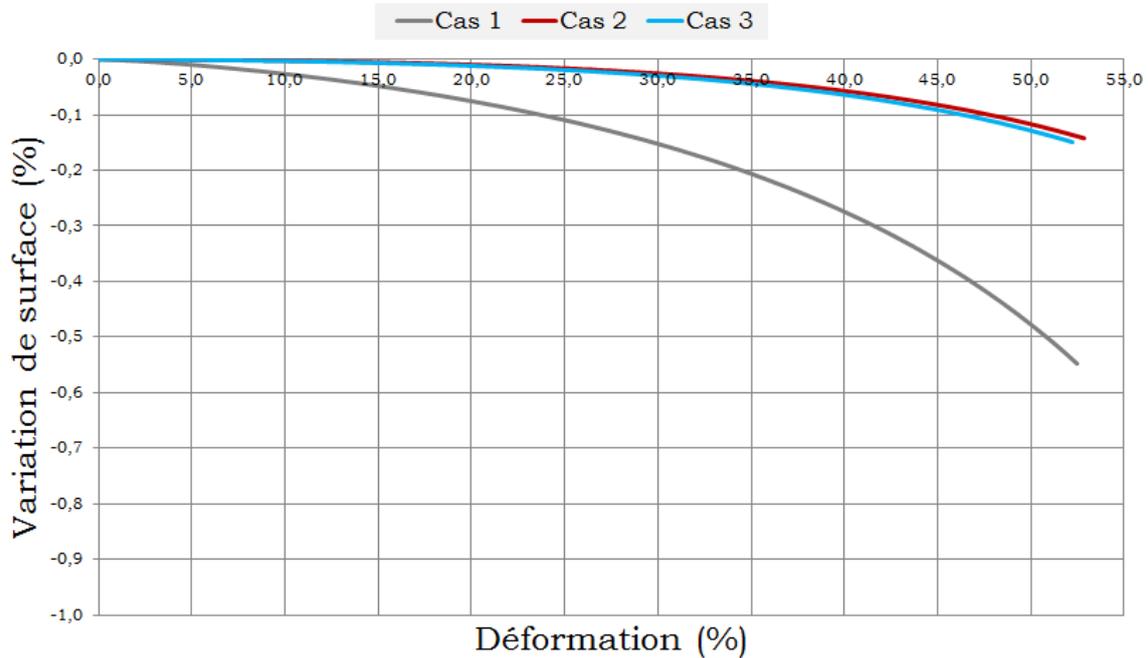
- Que la quasi-incompressibilité des matériaux est modélisée correctement pour des déformations pouvant atteindre la valeur de 30% (tolérance inférieure à 5% sur le critère de variation de surface). Au-delà de ce seuil, et par exemple pour des déformations atteignant la valeur de 50%, on observe des variations de surface supérieures à 10%. Ainsi, on pourra étendre le modèle linéaire élastique sous hypothèse HPP jusqu'à cette valeur de 30%, tandis qu'au-delà de cette borne le tenseur des déformations ne pourra pas être utilisé sous sa forme linéarisée.
- Que l'influence du choix des paramètres rhéologiques est moins marquée dans la gamme des faibles et moyennes déformations, tandis que les différences sont bien plus importantes au-delà du seuil de 30% de déformation. Le modèle linéaire élastique n'est pas valide au sein de cette gamme et inférer une conjecture ou une conclusion sur l'impact du choix des paramètres serait donc clairement erronée.

Les résultats sont présentés ici pour la seconde discrétisation spatiale mais ont également été évalués sur le premier maillage. Aucune disparité notable n'a été observée, ce qui permet de confirmer l'indépendance des résultats vis-à-vis des deux maillages proposés, mais également d'avoir une certaine confiance dans la stabilité de la solution produite.

### **ii. Considération d'un modèle rhéologique hyperélastique néo-hookien**

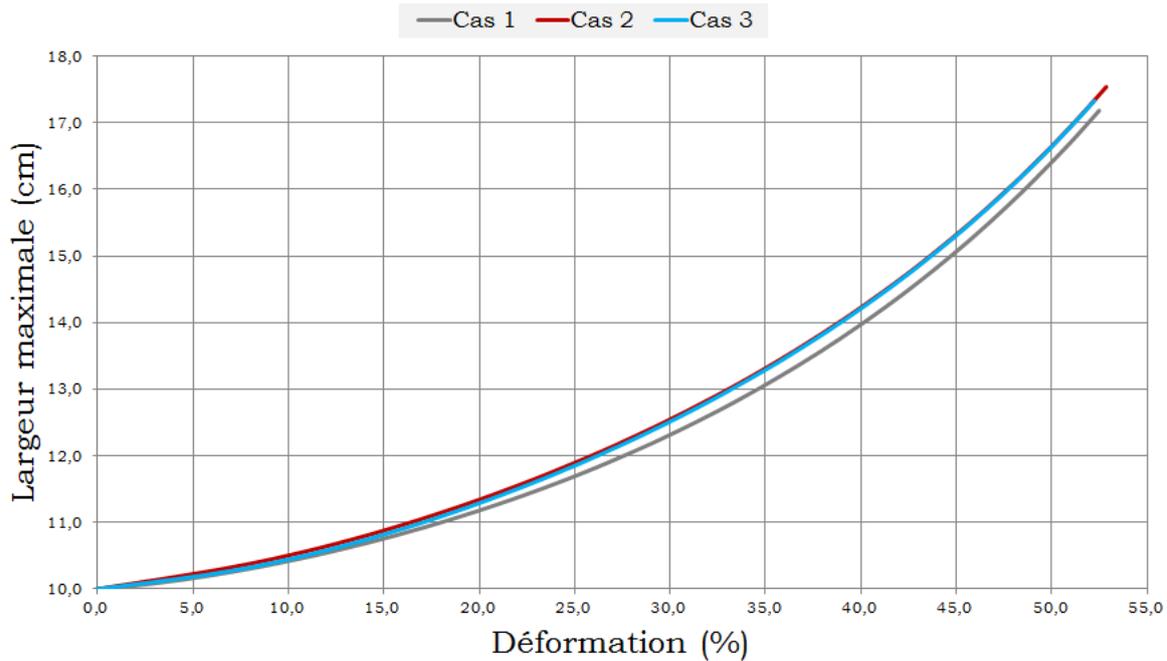
Puisque nous venons de montrer que le modèle linéaire élastique est impropre à la représentation des grandes déformations, nous proposons de conduire exactement la même démarche d'étude mais cette fois ci en considérant un modèle rhéologique hyperélastique néo-hookéen (2.(74)), ou autrement dit en considérant une non-linéarité matérielle et une non-linéarité géométrique (2.(53)) au sein du

problème. La variation de surface globale au cours de la déformation a été évaluée et son évolution dans le cas du second maillage est présentée en Fig. 46.



**Fig. 46** Modèle hyperélastique néo-hookien : variation du critère de surface en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale.

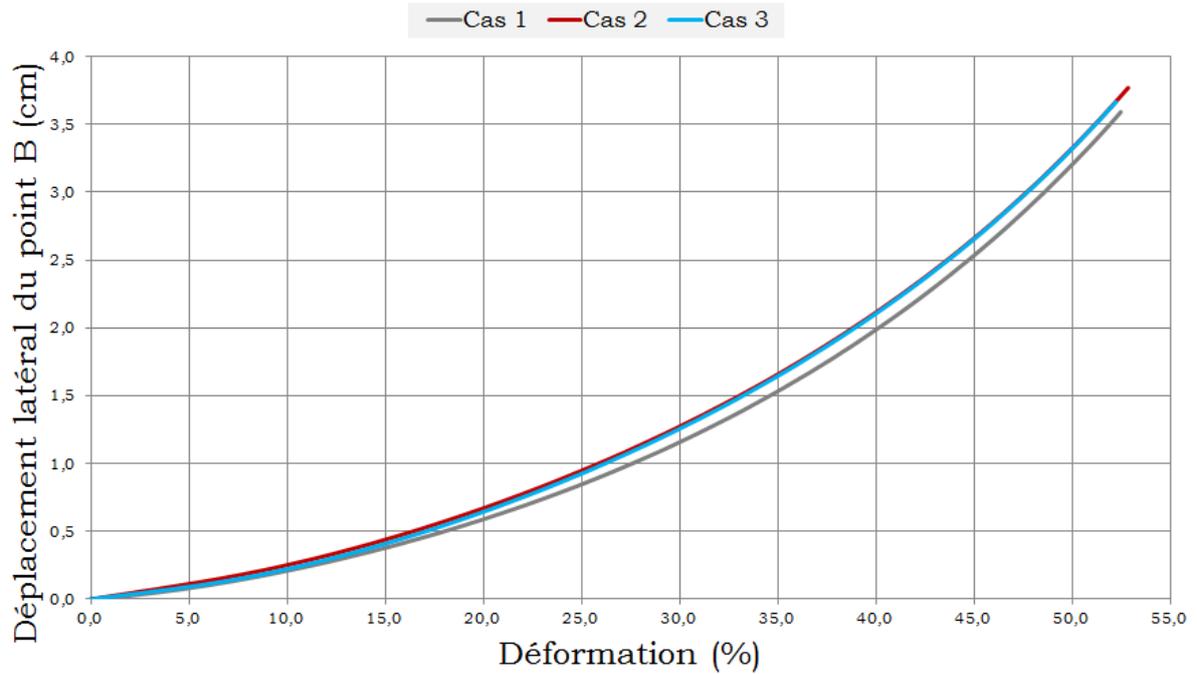
Le modèle considéré est hyperélastique néo-hookéen et une formulation mixte a été employée. Si on se donne un seuil de tolérance de l'ordre de 1% sur le critère de conservation de la surface, la validité du modèle n'est jamais mise en défaut ici et ce même dans le cas de grandes déformations. De plus, on notera que l'impact de l'utilisation des différents jeux de paramètres n'est pas significatif au regard des faibles différences enregistrées. Comme précédemment on s'intéresse au critère de longueur du segment  $BD$ , et son évolution au cours de la déformation est montrée en Fig. 47. Pour une valeur de déformation de l'ordre de 50% cette longueur atteint les valeurs 16,4, 16,8 et 16,8 cm, soit une différence maximale enregistrée de 4 mm. Comme pour la variation de surface, l'influence du jeu de paramètres n'est pas significative.



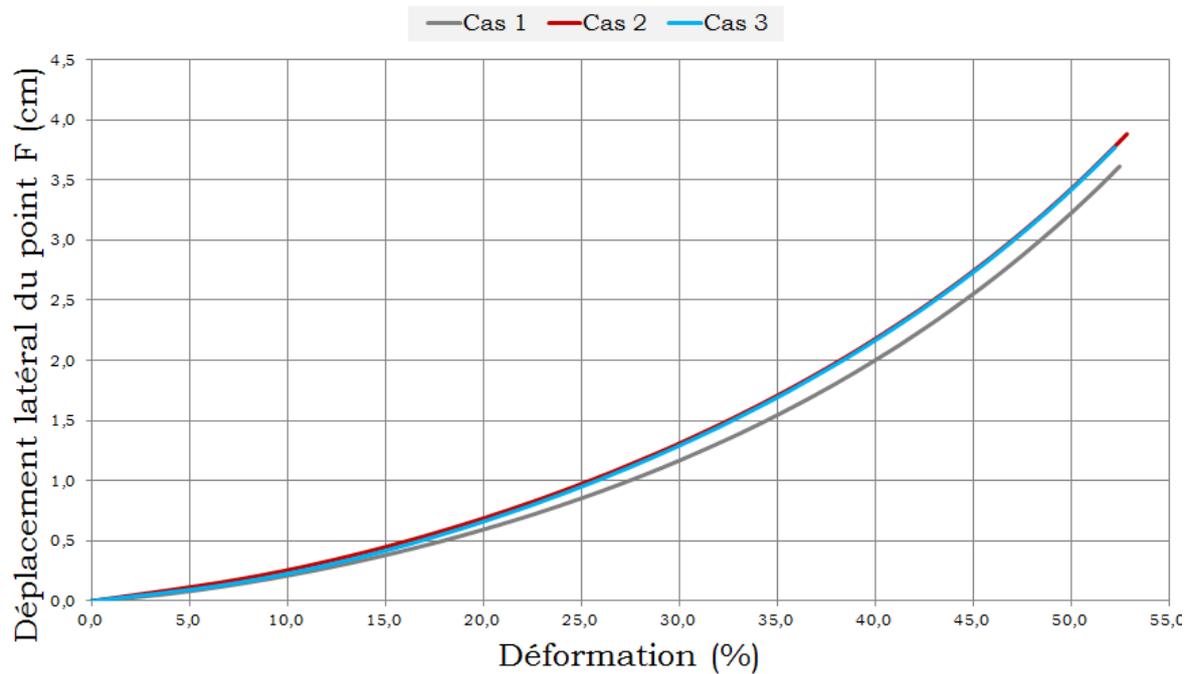
**Fig. 47** Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère de largeur maximale en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale.

Le critère du suivi du déplacement d'un point unique est présenté en Fig. 48, Fig. 49, Fig. 50 respectivement pour le suivi des points *B*, *F* et *J*. Le déplacement à chaque pas est évalué en référence à la position initiale du point. Pour une déformation de l'ordre de 50% et pour le point *B* (Fig. 48), les déplacements des trois cas considérés ont été évalués à 3,2, 3,4 et 3,4 cm, soit une différence maximale entre cas de 2 mm. De même, pour le point *F* (Fig. 49) les déplacements des trois cas ont été évalués à 3,2, 3,5 et 3,5 cm, soit une différence maximale entre cas de 3 mm. Pour finir, pour le point *J* (Fig. 50) les déplacements des trois cas ont été évalués à 3,1, 3,4 et 3,3 cm, soit une différence maximale entre cas de 3 mm. Comme pour l'évolution de la surface, les différences observées ici sont très faibles et ce même en grande déformation. Le modèle semble présenter des déformations proches quel que soit le jeu de paramètres utilisé, ce qui suggère que l'influence de la spécification d'un modèle rhéologique *a priori* semble plus importante que l'assignation des paramètres à ce même modèle. De plus et contrairement au modèle linéaire élastique, l'utilisation du modèle hyperélastique néo-hookien en formulation mixte semble être une voie pertinente pour aborder les problèmes de grande déformations.

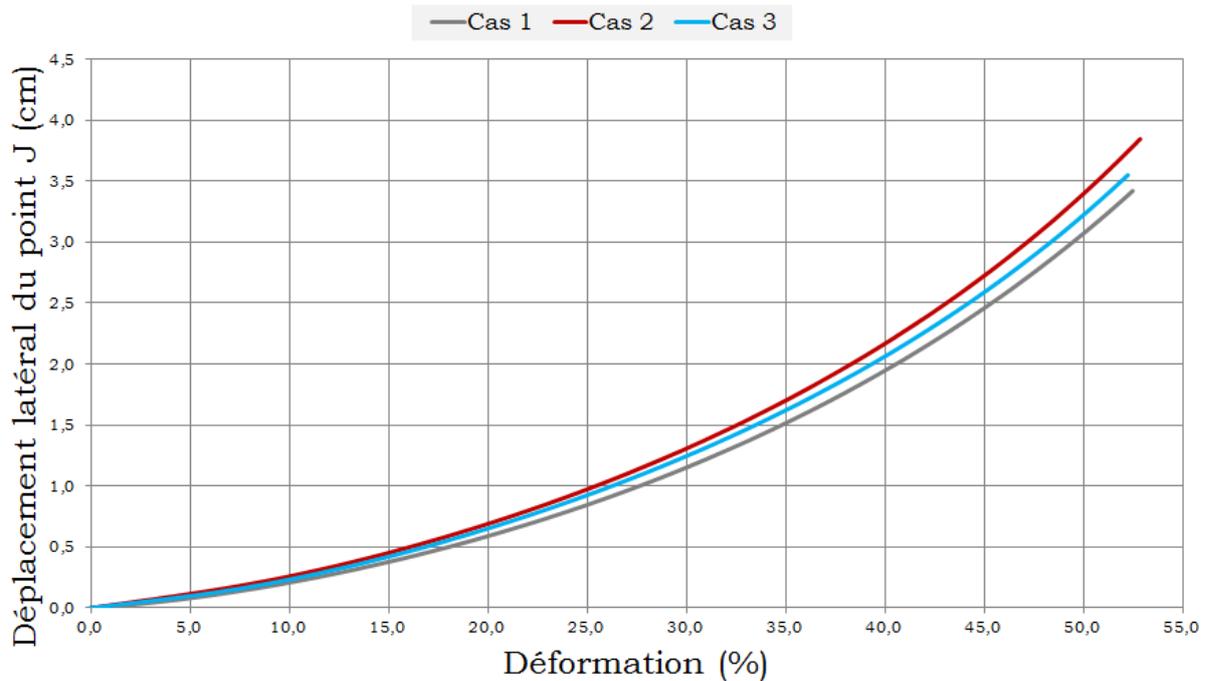
## Chapitre 2



**Fig. 48** Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point B.



**Fig. 49** Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point F.



**Fig. 50** Modèle hyperélastique néo-hookien : évolution du critère du suivi d'un point unique en fonction de la déformation pour les trois jeux de paramètres retenus et dans le cas de la seconde discrétisation spatiale. Exemple particulier du point J.

Les différentes configurations obtenues et les déplacements enregistrés pour des déformations de l'ordre de 50% sont présentés en Fig. 51, Fig. 52, et Fig. 53 pour les trois jeux de paramètres considérés. Les frontières entre les trois structures (peau, graisse et glande) sont également tracées en blanc. Le premier constat à reporter est effectivement une certaine homogénéité des configurations déformées. Quelques différences subsistent localement, mais celles-ci sont mineures et doivent être rapprochées uniquement de la valeur du jeu de paramètres rhéologiques considérés et non de la validité du modèle de déformation. Au niveau de la répartition spatiale de l'amplitude des déplacements il existe également des différences locales comme par exemple pour la couche peau qui présente un arrondi plus ou moins marqué, mais on constate cependant que les conditions de continuité et de transitions douces sont parfaitement respectées quel que soit le cas considéré. Les trois modèles proposés semblent tout à fait réalistes pour la modélisation des matériaux du type incompressible ou quasi-incompressible et ce point est appuyé également par l'ensemble des critères étudiés en amont.

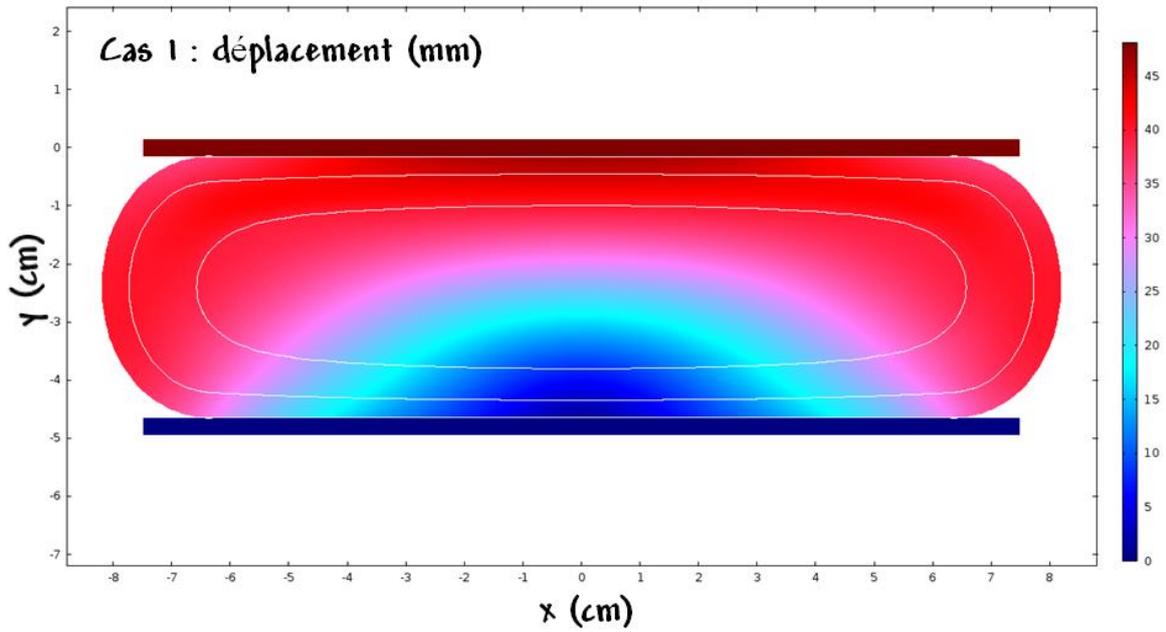


Fig. 51 Modèle hyperélastique néo-hookien : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du premier jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale.

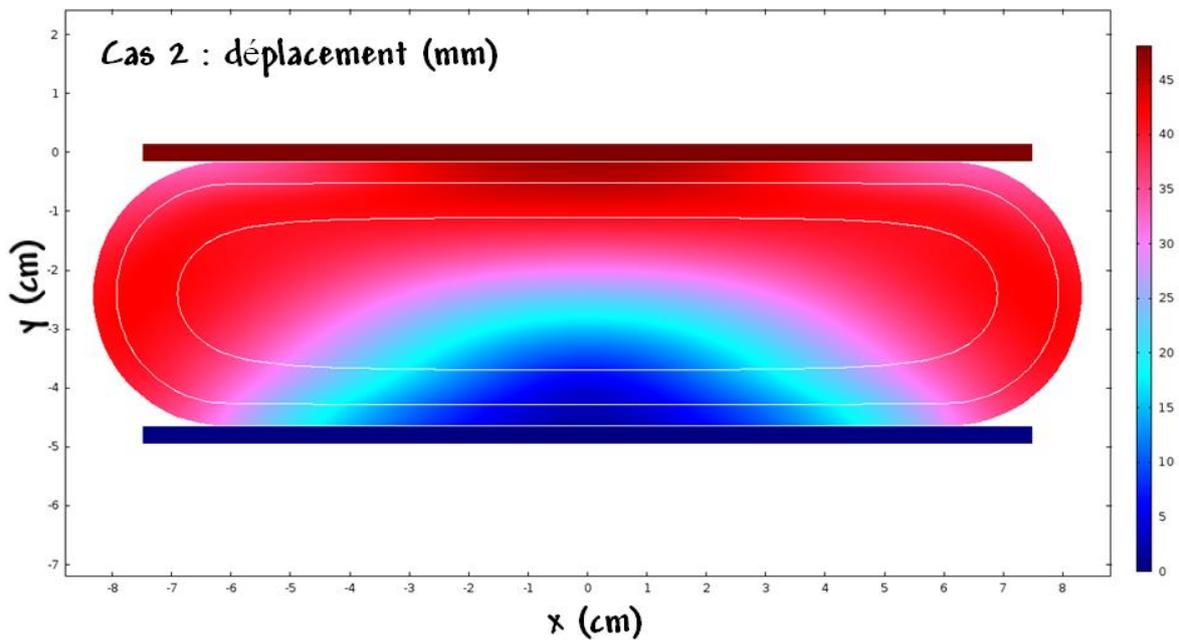
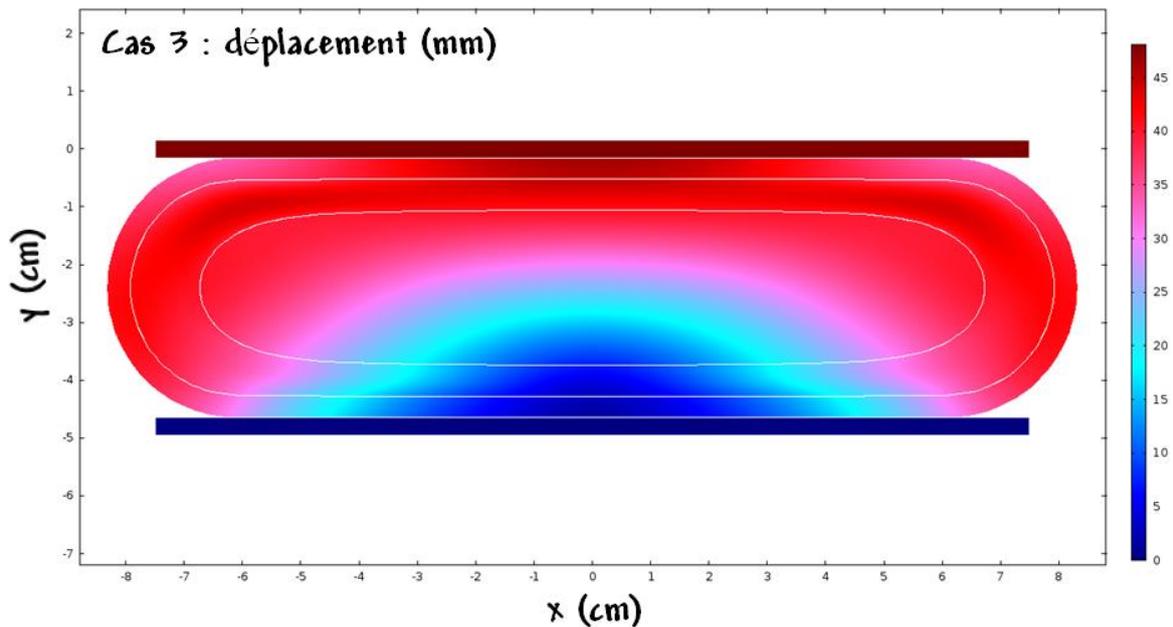


Fig. 52 Modèle hyperélastique néo-hookien : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du deuxième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale.



**Fig. 53** Modèle hyperélastique néo-hookien : configuration déformée et déplacements dans le cas d'une déformation de l'ordre de 50%. Considération du troisième jeu de paramètres et de la seconde discrétisation spatiale.

Pour conclure cette étude sur l'utilisation des modèles hyperélastiques néo-hookien dans le cadre de la modélisation des grandes déformations des matériaux incompressibles ou quasi-incompressibles on retiendra :

- Que l'incompressibilité ou la quasi-incompressibilité des matériaux est modélisée correctement pour des déformations pouvant atteindre la valeur de 50% (tolérance inférieure à 1% sur le critère de variation de surface). L'utilisation d'un modèle hyperélastique décrit par une énergie libre fonction du tenseur des déformations de Green-Lagrange (en lieu et place du tenseur linéarisé pour le modèle linéaire HPP) permet de refléter le comportement de matériaux pouvant subir de très grandes déformations élastiques (comme par exemple le caoutchouc).
- Que l'influence du choix des paramètres rhéologiques est relativement peu marquée pour toute la gamme de déformation explorée et qu'il apparaît que commettre une erreur sur le modèle de déformation a davantage d'impact que de commettre une erreur sur l'assignation des paramètres rhéologiques.

Les résultats sont présentés ici pour la seconde discrétisation spatiale mais ont également été évalués sur le premier maillage. Aucune disparité notable n'a été observée, ce qui permet de confirmer une certaine stabilité de la solution vis-à-vis du maillage. Puisque le modèle proposé ici nous apparaît adapté à la représentation des conditions de compression en mammographie (physiquement réaliste et adapté à l'étude des grandes déformations), nous proposons de l'étendre en trois dimensions sur les maillages construits à partir de la segmentation des données cliniques (chapitre 1).

### **f. Passage aux données construites à partir d'une IRM mammaire**

Puisque nous venons de montrer la pertinence de l'utilisation d'un modèle rhéologique du type hyperélastique néo-hookien dans la représentation des grandes déformations nous proposons de conserver cette approche sur les données cliniques. Le problème inclut donc une non-linéarité de contact, une non-linéarité matérielle ainsi qu'une non-linéarité géométrique avec utilisation du tenseur de Green-Lagrange. À la différence du modèle précédent, une condition d'encastrement des frontières postérieures a été posée afin de traduire l'immobilité de l'organe. Nous avons également montré que l'influence de la paramétrisation du modèle était moindre que l'influence de la spécification d'un *a priori* et nous avons décidé de garder uniquement le premier jeu de paramètres. La compression subie au cours d'un examen peut atteindre une valeur de 50% et les configurations déformées sont donc montrées ici pour cette valeur particulière. Les résultats sont présentés en Fig. 54 et Fig. 55, pour la considération de deux angles de vue différents. En raison de limitations méthodologiques et réglementaires, aucune validation quantitative de ce modèle de déformation ne sera proposée dans ce travail. En effet, ces modèles sont usuellement validés grâce à la pose et au suivi spatio-temporel de fiduciaires au cours d'un examen, et ce processus n'a pas pu être mis en œuvre. On notera également que ces méthodes de validation souffrent potentiellement d'un manque de robustesse au regard du nombre et de la position des fiduciaires. Néanmoins, nous venons de mettre en évidence que le modèle de déformation proposé peut être appliqué à la grande déformation d'objets complexes tels que les maillages produits au chapitre 1 de ce manuscrit. On notera en outre que l'inspection visuelle suggère que les

déformations produites sont assez réalistes, bien que ce critère soit purement subjectif.

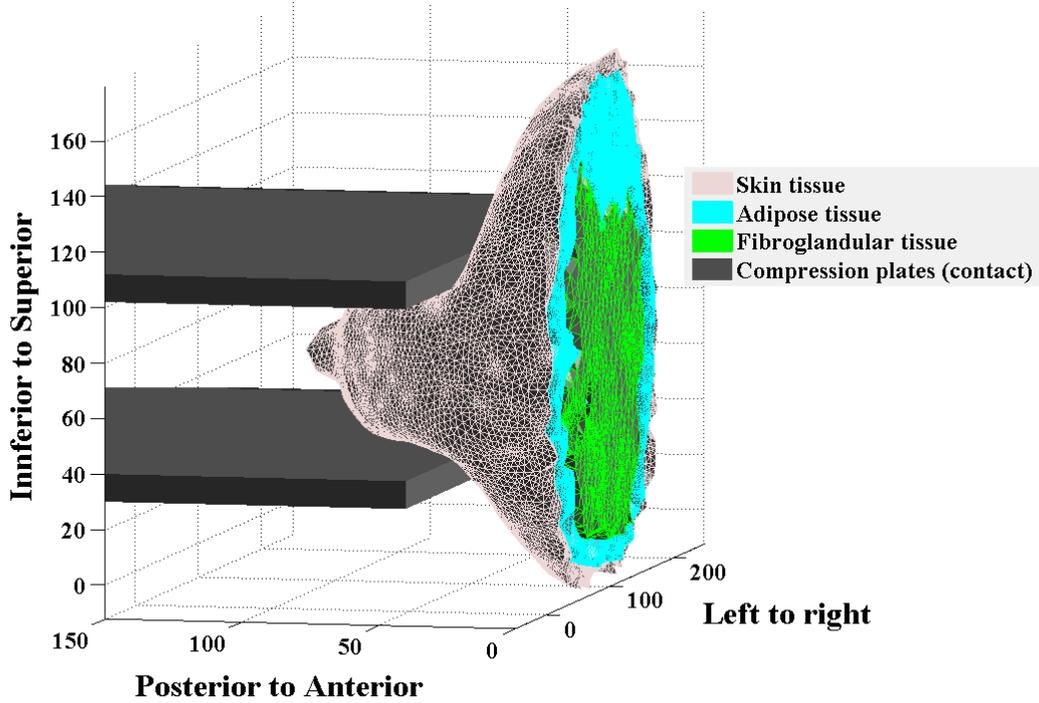


Fig. 54 Compression mécanique cranio-caudale d'un examen de mammographie : considération d'une déformation de 50%.

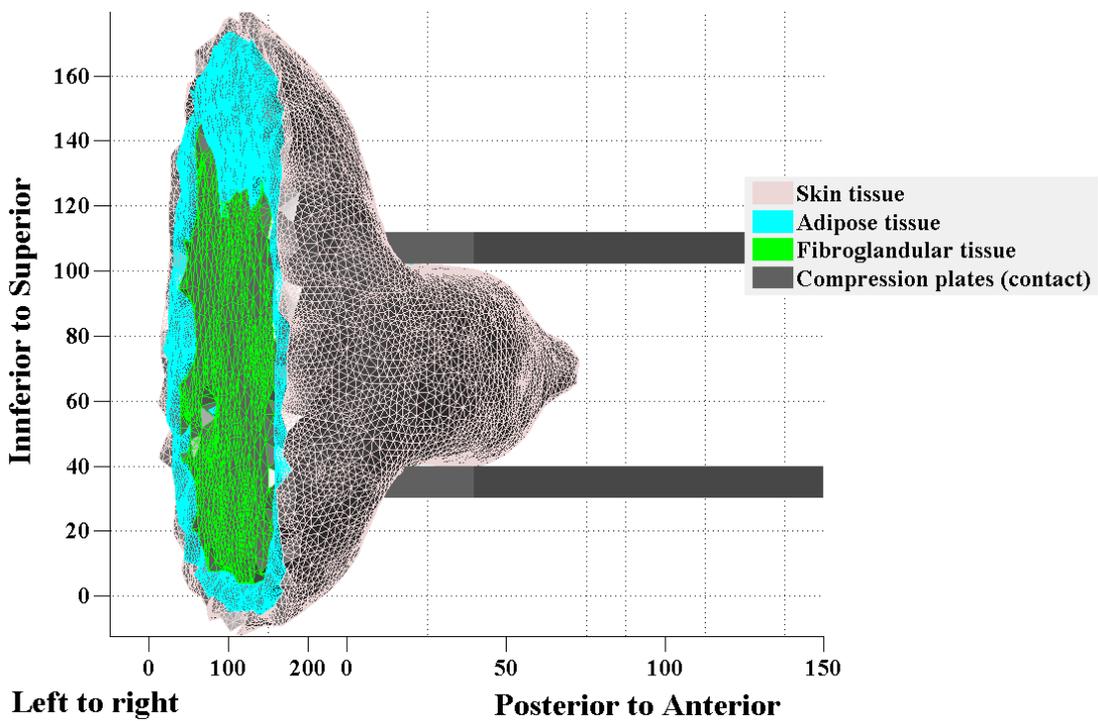


Fig. 55 Compression mécanique cranio-caudale d'un examen de mammographie : considération d'une déformation de 50% (second angle de vue).

### II. Discussions et perspectives

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la formulation théorique de la modélisation des conditions de compression d'un examen de mammographie, d'abord sur un modèle simplifié, puis sur données cliniques. Nous avons mis en évidence plusieurs points :

- Les potentialités de la méthode des éléments finis qui trouve ses fondements sur la théorie de la mécanique des milieux continus. Ce point particulier permet de donner un sens physique à la modélisation ce qui constitue un atout certain sous réserve que l'on soit capable de modéliser et de paramétrer le plus justement possible.
- Nous avons mis en évidence qu'il est difficile de décrire des conditions réalistes, de même qu'il est difficile de choisir un modèle rhéologique et de le paramétrer. Dans le cadre de la compression du sein au cours d'un examen, plusieurs approches de modélisation ont été proposées dans la littérature. Pour les plus anciennes d'entre elles il paraît évident que les limitations calculatoires ont grandement influé sur la proposition du modèle. Ce point n'est plus vrai aujourd'hui et l'on peut se permettre d'atteindre davantage de réalisme physique, comme nous l'avons montré avec le modèle que nous proposons.
- Nous avons donc proposé un modèle de compression incluant non-linéarités de contact, non-linéarités matérielles et non-linéarités géométriques. Ce modèle est clairement moins simple que certaines approches de la littérature qui retiennent par exemple l'utilisation de l'hypothèse des petites perturbations. Cette dernière approche présente l'avantage d'un coût calculatoire raisonnable mais n'a pas de réalisme physique au-delà des déformations supérieures à 10% (littérature, 30% avec considération d'un seuil de tolérance). Nous avons mis en évidence ce point particulier à travers le calcul de plusieurs configurations déformées correspondant à plusieurs paramétrisations rhéologiques sous cette hypothèse de petites perturbations. Nous avons également mis en évidence que l'inclusion des trois non-linéarités

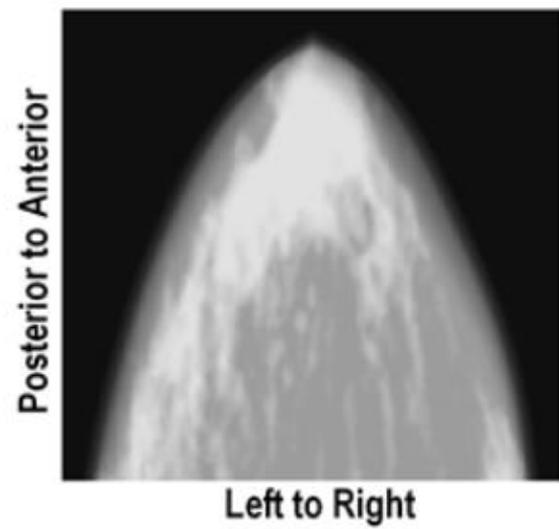
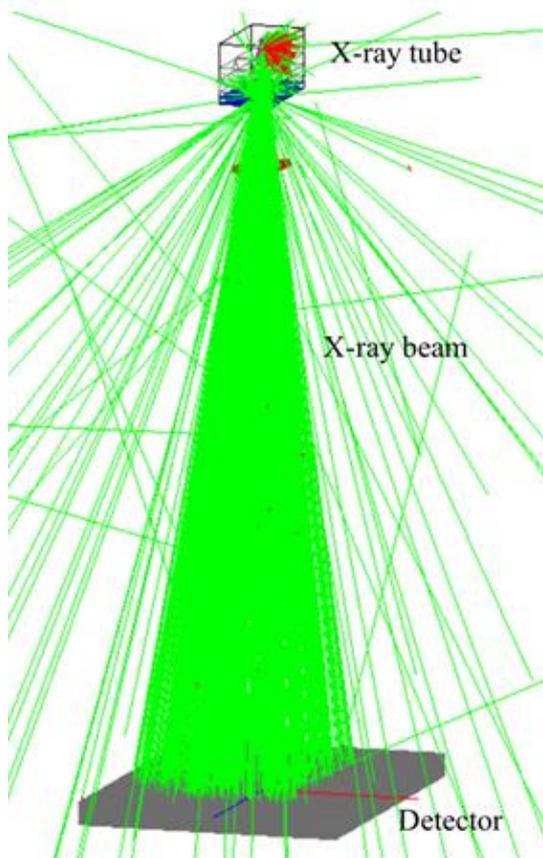
## Chapitre 2

précitées permet une réconciliation des configurations déformées qui présentent alors un plus grand réalisme physique ainsi qu'une certaine consistance même en cas de paramétrisations rhéologiques très différentes.

- Il semble assez évident que la mesure même des propriétés rhéologiques et le manque de robustesse des mesures sont aujourd'hui des points ne trouvant pas de réponse satisfaisante. Il est en particulier difficile d'extrapoler la mesure *in vitro* à la caractéristique *in vivo* et d'obtenir des mesures absolues *in vivo*. Nous n'avons pas apporté de solution à ce fait, mais nous avons tout de même montré que l'impact d'une mauvaise paramétrisation est moindre que l'impact d'une mauvaise modélisation. On peut finalement se demander si le problème de paramétrisation ne pourrait pas être considéré selon un autre angle point de vue en proposant par exemple l'utilisation de méthodes alternatives nécessitant une connaissance moindre et fournissant des informations moins spécifiques mais plus robustes à une mauvaise connaissance (comme par exemple des intervalles garantis qui bornent une solution).
  
- Toujours à propos de ce dernier point proposant de regarder les données et les simulations sous un autre angle de vue, les développements actuels et pourtant méconnus visant à développer les méthodes éléments finis non déterministes (approches probabilistes, approches floues et éléments finis intervallistes) semblent représenter de manière plus honnête les méconnaissances du problème [Gao *et al.*, 2010] [Moens and Hanss, 2011]. La théorie reste entièrement à poser et n'existe pas pour des problèmes complexes tels que celui qui est considéré ici mais l'approche semble réellement prometteuse.

### Chapitre 3 :

« Vers un concept d'individualisation de la dose absorbée en mammographie numérique ? »





**A**près avoir exposé les principes permettant la conception automatique de fantômes hybrides individuels à partir de données cliniques d'IRM mammaire (chapitre 1) et après avoir proposé pour ces entités une modélisation numérique de la transformation permettant le passage du référentiel géométrique de l'IRM au référentiel géométrique de la mammographie (chapitre 2), le dernier chapitre de ce manuscrit s'intéresse à la problématique : *est-t-il possible de déterminer une dose individuelle absorbée en mammographie numérique ?* Pour ce faire, l'intégralité du travail présenté jusqu'à présent est utilisée comme base de départ et nous proposons d'intégrer les configurations déformées de l'organe au sein d'une simulation de Monte-Carlo d'une chaîne de mammographie numérique. Un banc de ce type est constitué notamment d'un tube à rayons  $X$  adapté aux spécificités de l'imagerie sénologique, et avant de chercher à adresser la dose individuelle absorbée il nous faudra donc définir la distribution énergétique et les caractéristiques du faisceau de photons utilisé pour conduire l'examen. Nous commencerons donc ce chapitre par une description de la chaîne de mammographie numérique ainsi que par l'exposition des réglementations en vigueur applicables pour un calcul de dose absorbée avant de proposer une solution alternative à ce calcul sur la base d'une simulation de Monte-Carlo intégrant une configuration déformée.

## **A. Principes physiques, objectifs et compromis d'un examen**

Au cours d'un examen de mammographie le sein de la patiente est irradié par une source quasi-ponctuelle de rayons  $X$  et le signal recueilli par le capteur en sortie du sein est le résultat des interactions entre les rayons  $X$  et les tissus rencontrés. Les principes physiques de la formation d'un cliché de mammographie sont présentés au chapitre 3 du rapport 82 de l'ICRU<sup>29</sup> [ICRU, 2009] ou encore dans le travail de Dance [Dance, 2007]. La mammographie exploite les rayonnements indirectement ionisants de basse énergie, et compte tenu de la potentielle nocivité de l'examen (ou plutôt de leur répétition) il est nécessaire de veiller à satisfaire simultanément plusieurs objectifs parfois antagonistes :

---

<sup>29</sup> ICRU : *International Commission on Radiation Units & Measurements.*

### Chapitre 3

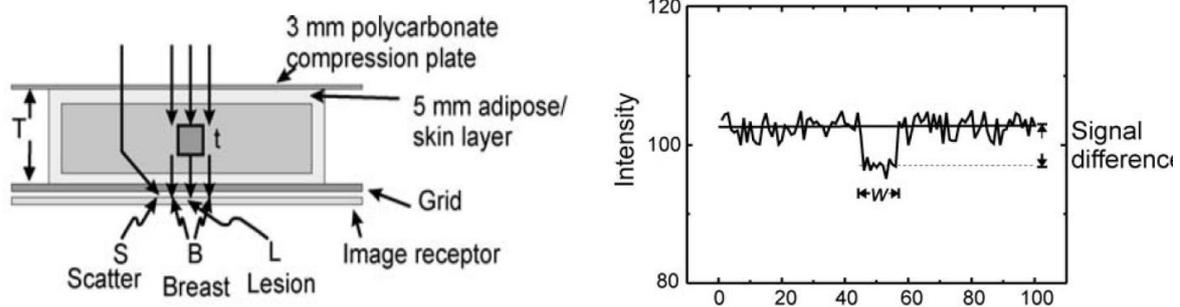
- Fournir un contraste adéquat dans l'image et ce quelle que soit la structure d'intérêt et la localisation spatiale considérée. Cet objectif traduit le fait qu'il sera nécessaire de pouvoir détecter à l'aide du dispositif clinique la présence d'une différence d'atténuation des rayons  $X$  entre tissus normaux et tissus cancéreux. Plus spécifiquement, le contraste en mammographie est issu de la différence entre les coefficients d'atténuation associés aux divers constituants de l'organe et le dispositif clinique devra donc idéalement être doté d'une gamme dynamique et d'une résolution en contraste permettant un rendu de ces différences subtiles.
- Obtenir une résolution spatiale suffisante à la visualisation de détails fins pouvant traduire la suspicion de présence d'un cancer. On souhaite ainsi, à titre d'exemple, être capable de distinguer un détail structurel d'une taille de l'ordre de  $50\ \mu\text{m}$ .
- Produire une image dont le niveau de bruit ne perturbe pas l'identification de zones suspectes et donc être capable de contrôler ce niveau de bruit.
- Maintenir la dose absorbée par la patiente au niveau le plus faible possible sans toutefois dégrader les trois objectifs énoncés ci-dessus. On rappelle en particulier que cet examen est aujourd'hui l'examen de première intention avec la plus haute sensibilité pour la détection précoce des cancers du sein et qu'il s'adresse en grande majorité à des patientes asymptomatiques suivies dans le cadre d'un programme national de dépistage. En vertu de ce dernier point, et compte tenu du risque faible mais significatif de développement d'un cancer radio-induit [Hendrick, 2010] [Yaffe and Mainprize, 2011], on veille donc à respecter scrupuleusement les principes d'optimisation et de justification de la dose absorbée (principes ALARA<sup>30</sup>).

Afin d'illustrer ces concepts, on peut considérer un modèle mathématique simple d'épaisseur  $T$  constitué d'un mélange homogène uniformément distribué contenant

---

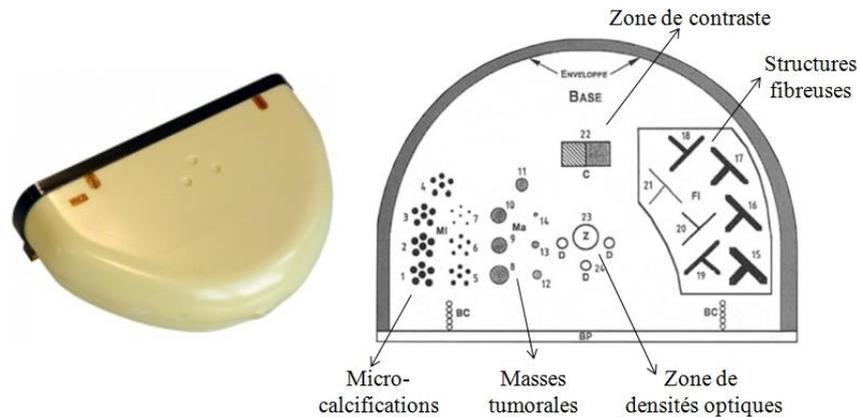
<sup>30</sup> ALARA : *As Low As Reasonably Achievable*.

une lésion d'intérêt notée  $t$  et s'intéresser au profil de transmission à travers ce modèle comme illustré en Fig. 56, respectivement à gauche pour la géométrie, et à droite pour le profil de transmission à travers celle-ci. Comme illustré sur la courbe du profil de transmission, le dispositif clinique doit posséder une résolution spatiale suffisante à la localisation des contours de la lésion (largeur  $W$ ) mais doit également être capable de fournir une détectabilité (contraste) suffisante malgré la présence de fluctuations statistiques (différence d'intensité), et ceci à moindre dose absorbée pour la patiente.



**Fig. 56** Principes de base de formation de l'image en mammographie numérique : considération d'une géométrie simple contenant une lésion à détecter (à gauche) et profil de transmission à travers ce modèle (à droite). Extrait de [ICRU, 2009].

Dans l'optique de s'assurer des bonnes pratiques, des procédures de contrôle de qualité des dispositifs cliniques ont été définies puis mises à jour par deux fois [JOR, 2006] [JOR, 2010] [JOR, 2012]. Ces procédures décrivent l'ensemble des points à contrôler (contrôles interne et externe), la fréquence des contrôles ainsi que les procédures à respecter en cas de détection d'anomalies. Le fantôme physique utilisé en France pour réaliser certains de ces contrôles est le fantôme *MTM100* [Noel and Stines, 1998], présenté en Fig. 57. C'est un fantôme semi-circulaire en matériau équivalent-tissu de composition 50% équivalent tissu-glandulaire et 50% équivalent tissu-adipeux. Il représente un sein comprimé d'une épaisseur de 4,5 cm et inclut des équivalents micro-calcifications, des équivalents masses tumorales, des équivalents structures fibreuses ainsi qu'une plage de mesure du contraste. Dans l'optique de contrôle de la qualité, ce fantôme est utilisé dans le calcul d'un score de qualité image, obtenu par addition des scores partiels relatifs à la visualisation des différents groupes d'objets présents dans le dispositif.



**Fig. 57 Fantôme *MTM100* utilisé pour le contrôle qualité des installations de mammographie : détails des structures présentes dans le fantôme et utilisées pour calculer un score descriptif de la qualité image.**

Le sein est un organe radiosensible<sup>31</sup> [ICRP, 1990] [ICRP, 2007] et il a été montré que la probabilité d'occurrence d'un cancer radio-induit croît avec la dose absorbée par l'organe. À ce titre, il est important de rechercher d'une part l'obtention d'une image de qualité optimale, et donc d'optimiser le dispositif clinique ainsi que le protocole d'acquisition, mais également de rechercher cette qualité à moindre dose absorbée par la patiente, ceci afin de minimiser ce risque. La dose absorbée constitue donc un facteur à part entière des programmes de contrôle de qualité des dispositifs, mais est également un paramètre clé que ce soit pour l'évaluation des nouveaux systèmes cliniques<sup>32</sup> ou encore pour la comparaison des performances inter-dispositifs ou inter-centres. De plus, si l'on se réfère aux définitions fondamentales, la dose absorbée doit représenter une mesure de risque permettant de qualifier le détriment subit et doit donc également être une grandeur permettant de justifier au regard des bénéfices attendus la mise en place des programmes de dépistage ou la réalisation d'actes diagnostics. Dans le cas des programmes de dépistage la dosimétrie est d'un intérêt tout particulier puisque les actes concernent en grande majorité des patientes asymptomatiques pour lesquelles le bénéfice direct est nul en cas d'absence de pathologie. Les nombreux débats traitant de la balance bénéfico-risque des programmes de dépistage ne sont pas clos à ce jour [USPSTF, 2009] [Hendrick and Helvie, 2011] [Jørgensen *et al.*, 2011]. Quelles que soient les réponses à ce débat on

<sup>31</sup> Le facteur de pondération tissulaire du sein qui permet de tenir compte de la radiosensibilité de l'organe a été rehaussé de 0,05 à 0,12 entre les publications 60 et 103 de la CIPR, ce qui place cet organe au même niveau de sensibilité aux rayonnements que la moelle osseuse, le colon, les poumons ou encore l'estomac.

<sup>32</sup> La dose a par exemple été utilisée comme figure de mérite lors de la mise au point de la tomosynthèse.

recherche systématiquement un bénéfice supérieur au risque et un des points clés permettant de juger cette efficacité est le critère de dose absorbée. Pour toutes les raisons énoncées jusqu'ici, il apparaît donc essentiel d'avoir une connaissance la plus juste possible de la dose absorbée.

D'un point de vue historique les premières tentatives de quantification de la dose absorbée concernaient les technologies de mammographie analogique et exploitaient la mesure de la grandeur d'exposition à l'entrée. Même si ces approches étaient inexactes<sup>33</sup>, elles montraient déjà une variation notable de l'exposition à l'entrée suivant la distribution énergétique du faisceau, et montraient également une variation notable inter-dispositifs et inter-techniques [Fitzgerald *et al.*, 1981]. Il a depuis été montré qu'une mesure d'exposition à la surface d'entrée ne constitue pas un indicateur fiable dans la représentation du détriment. Ainsi, plusieurs autres mesures ont été proposées telles que la dose à mi-épaisseur, l'énergie totale impartie ou encore la dose moyenne au tissu glandulaire. La dose doit représenter une mesure de risque et il est en particulier admis que le tissu glandulaire est celui qui présente le plus haut risque d'induction de cancer. Ainsi, il a donc été recommandé par l'ICRP<sup>34</sup> que la dose glandulaire moyenne (notée *MGD*) soit la grandeur d'intérêt dans la qualification du détriment et cette grandeur a donc été incluse dans les protocoles nationaux d'évaluation dosimétrique. D'un point de vue qualitatif on peut dire que la dose absorbée par l'organe :

- Sera pour une fraction non négligeable déposée au sein de la peau, de la graisse et des fibres de soutien. On admet dans la littérature que ces tissus sont moins radiosensibles que la composante glandulaire et ils n'entrent donc pas dans le calcul de *MGD* qui correspond à une évaluation de la dose moyenne absorbée par ce dernier tissu. Néanmoins, la fraction glandulaire de l'organe présente une grande variabilité inter-individus et les fractions associées aux différents constituants (essentiellement structures peau, adipeuse et glandulaire) ainsi que leurs compositions chimiques élémentaires respectives influenceront donc le calcul de *MGD*.

---

<sup>33</sup> Le kerma dans l'air est la bonne grandeur, privilégiée dans les travaux postérieurs.

<sup>34</sup> ICRP : *International Commission on Radiological Protection*.

- Va diminuer de manière notable en fonction de la profondeur en raison de la faible énergie du faisceau de photons utilisé pour conduire l'examen. Ce point nous ramène d'une part à la forte influence de la distribution énergétique du faisceau mais également à l'influence de la compression appliquée au cours de l'examen (et donc à l'épaisseur de l'organe sous compression). Concernant ce dernier point, une grande variabilité d'épaisseur sous compression et de force de compression est également reportée.

On retiendra donc que la dose absorbée va dépendre principalement de trois facteurs qui sont : le spectre de rayons  $X$  utilisé pour conduire l'examen (*i.e.* la distribution énergétique du faisceau), la composition chimique élémentaire du sein et l'épaisseur sous compression. Nous commencerons donc ce chapitre par une description de la chaîne de mammographie numérique avec une attention particulière portée sur l'élément central qui est l'unité de production de rayons  $X$ , puis nous présenterons la méthode analytique usuellement employée dans la tâche de détermination de la dose glandulaire moyenne.

## **B. Chaîne de mammographie numérique**

### **I. *Sénographe Essential* de GE healthcare**

#### **a. Éléments de la chaîne de mammographie numérique**

Le dispositif clinique utilisé dans ce travail est un *Sénographe Essential* commercialisé par *GE Healthcare* [GE Healthcare, 2005a], et est montré en Fig. 58. La chaîne de mammographie numérique est constituée :

- D'un générateur de tension HF qui alimente le tube à rayons  $X$ .
- D'un tube à rayons  $X$  qui a été développé pour répondre aux besoins spécifiques de la mammographie et dont les caractéristiques sont détaillées ci-dessous en section b.

### Chapitre 3

- D'une palette de compression souple en PMMA<sup>35</sup> qui sert au bon positionnement du sein pour garantir l'obtention d'une image de qualité optimale à moindre dose absorbée. Le dispositif nous donne accès à deux grandeurs qui sont l'intensité de la force de compression exercée par la plaque et exprimée en daN et l'épaisseur du sein sous compression exprimée en mm, et cette dernière sera prise en compte dans le calcul d'un indice de dose glandulaire moyenne. Conformément à la réglementation en vigueur [JOR, 2012] la dose glandulaire moyenne calculée par approche analytique est reportée sur chaque compte-rendu d'examen.
- D'une partie haute du Bucky qui comprend un support du sein en plexiglas et une grille anti-diffusante.
- D'un détecteur numérique à conversion indirecte constitué d'un scintillateur d'iodure de césium activé au thallium (CsI(Tl)) couplé à une matrice de photodiodes en silicium amorphe (a-Si). La taille du pixel élémentaire est de 100  $\mu\text{m}$  et le champ de vue disponible est de 24 x 31  $\text{cm}^2$ . Les caractéristiques de ce détecteur en termes de fonction de transfert de modulation (FTM), d'efficacité quantique de détection (DQE) et de densité spectrale de bruit ont été étudiées en particulier par Ghetti [Ghetti *et al.*, 2008].



**Fig. 58 Sénographe Essential de GE Healthcare : vue d'ensemble du dispositif et détails du dispositif de compression mécanique de l'organe.**

<sup>35</sup> PMMA : Polyméthacrylate de méthyle, masse volumique  $\rho = 1.19 \text{ g.cm}^{-3}$ .

## **b. Tube à rayons X du *Sénographe Essential* de GE Healthcare**

### **i. Éléments physiques du tube**

Un tube à rayons  $X$  de mammographie repose sur les mêmes principes physiques qu'un tube de Coolidge utilisé en radiologie diagnostique et son fonctionnement de base ne sera pas rappelé ici [Bushberg and Boone, 2011]. Seules les modifications apportées au tube et qui permettent de répondre aux spécificités de la mammographie sont exposées. Un meilleur contraste dans l'image est obtenu à basse énergie lorsque les différences d'atténuation des rayons  $X$  dans les tissus du sein sont les plus importantes [Johns and Yaffe, 1987] [ICRU, 2009]. Pour obtenir un bon contraste tissulaire dans le sein on travaille donc dans la gamme de tensions de pointe [25 – 35] kV. D'après la documentation technique de *GE Healthcare* [GE Healthcare, 2005b] le tube dispose de deux filaments intégrés dans un dispositif de focalisation des électrons qui sont associés à deux anodes espacées d'environ 6 mm : une anode en molybdène dopée au vanadium (*Mo*, numéro atomique  $Z = 42$ ) et une anode en rhodium (*Rh*, numéro atomique  $Z = 45$ ). Afin de favoriser la dispersion calorifique on utilise une anode tournante mise en rotation grâce à la propriété d'induction magnétique. L'anode présente une inclinaison (ou pente) qui va influencer la forme du faisceau. Ainsi, pour une largeur de filament donnée un petit angle d'anode fournit un foyer quasi-ponctuel qui permet de minimiser le flou géométrique et d'obtenir la résolution spatiale nécessaire à la détection des micro-calcifications mais qui limite également la taille du champ utile. Deux tailles de foyers sont disponibles pour chaque cible (ou anode) selon sa pente : un petit foyer de 0,1 mm pour une anode inclinée de  $6^\circ 30'$  ou un grand foyer de 0,3 mm pour une anode inclinée de  $22^\circ 30'$ . Le spectre énergétique brut en sortie du tube est la somme de deux spectres : un spectre continu (*i.e.* bremsstrahlung) produit suite à un phénomène de freinage des électrons avec la cible et un spectre discret dont les énergies sont caractéristiques des transitions énergétiques qui ont lieu lors d'un réarrangement électronique au niveau de la cible. Les photons de basse énergie qui contribuent à la dose à la peau mais qui n'apportent pas d'information utile dans l'image sont filtrés par une fenêtre de béryllium de 0,69 mm d'épaisseur (*Be*, numéro atomique  $Z = 4$ ) placée à la sortie du tube et qui constitue ce que l'on appelle l'étage

de filtration inhérente ou permanente. Pour plus de convenance l'épaisseur de béryllium est souvent convertie en épaisseur équivalente d'aluminium. En plus de la filtration inhérente on ajoute des filtres amovibles de numéros atomiques  $Z$  élevés dont le but est d'atténuer les photons de haute énergie qui dégradent le contraste, on parle alors de filtration additionnelle. Deux types de filtration additionnelle sont disponibles au niveau du tube du *Sénographe Essential* : soit 0,030 mm de molybdène, soit 0,025 mm de rhodium. La somme des filtrations est quant à elle désignée sous le nom de filtration totale. Le sénographe permet d'utiliser trois couples anode-filtration :  $Mo/Mo$ ,  $Mo/Rh$  ou  $Rh/Rh$  selon la tension de pointe que l'on souhaite utiliser, à savoir  $Mo/Mo$  pour des petits seins (26 kV),  $Mo/Rh$  pour des seins un peu plus denses (27 - 28 kV) et  $Rh/Rh$  pour des seins denses et/ou volumineux (29 kV et plus).

### ii. Paramètres du tube et influence au niveau du spectre

Plusieurs paramètres du tube influencent le spectre obtenu en sortie du sénographe :

- La nature des cibles qui a été déterminée en fonction de l'énergie des rayons  $X$  caractéristiques qu'elles produisent, mais également pour leur numéro atomique  $Z$  élevé qui favorise le rendement de conversion électrons-photons, et aussi pour leur résistance à l'élévation de température produite par les nombreux impacts des électrons. Les rayons  $X$  caractéristiques produits par les cibles usuelles ont des énergies de 17,5 et 19,6 keV pour le molybdène et des énergies de 20,2 et 22,7 keV pour le rhodium, respectivement pour les raies  $K_\alpha$  et  $K_\beta$ .
- La tension de pointe kV du tube qui correspond à la différence de potentiel appliquée entre les deux électrodes mais également à l'énergie maximale que l'on peut attendre des photons produits. Dans le cas d'obtention de cette énergie maximale, il y a alors eut une interaction électron-noyau avec transfert

total d'énergie au niveau de la cible. Plus la tension de pointe est élevée, plus le faisceau est pénétrant et plus la couche de demi-atténuation<sup>36</sup> est importante.

- Le courant dans la cathode et le temps d'exposition : l'intensité électrique (en mA) qui circule dans le filament détermine le nombre d'électrons produits par effet thermoïonique au niveau de la cathode et donc la fluence particulière de photons dans le faisceau. D'après la documentation technique du tube l'intensité entre la cathode et l'anode est fixe ( $i = 100$  mA pour la cible en molybdène et  $i = 75$  mA pour la cible en rhodium) et seule la durée d'exposition est variable pour ajuster la valeur des mA.s définie par :

$$\text{mA.s} = \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt, \quad 3.(82)$$

où  $t_1, t_2$  sont les temps pour lesquels le tube est à 75% de la valeur de la tension de pointe souhaitée, respectivement dans la phase de montée et dans la phase de descente, et où  $i$  est la valeur de l'intensité.

- La filtration totale : comme expliqué précédemment les filtrations inhérente et additionnelle permettent de réduire les composantes de basse et haute énergies qui sont indésirables dans un faisceau de mammographie et influent donc sur les caractéristiques spectrales comme illustré par les Fig. 59, Fig. 60 et Fig. 61 qui mettent en évidence le comportement de la fluence du faisceau au fur et à mesure de la traversée des divers éléments.

### iii. Caractérisation d'un faisceau de basse énergie

Selon les recommandations données dans le chapitre 2 du rapport 74 de l'ICRU [ICRU, 2005] la première couche de demi-atténuation (CDA) correspond en mammographie à l'épaisseur d'aluminium nécessaire pour réduire de moitié la valeur initiale du kerma<sup>37</sup> dans l'air  $K_{air}$  ou du débit de kerma dans l'air  $K'_{air}$ . Cette grandeur est mesurée expérimentalement en faisceau étroit à l'aide d'une chambre d'ionisation plate couplée à un électromètre (par exemple du type RADCAL® ou encore PTW®)

<sup>36</sup> La couche de demi-atténuation (CDA) est un des deux paramètres réglementaires permettant de spécifier la qualité d'un faisceau, l'autre étant la tension de pointe.

<sup>37</sup> Kerma : *Kinetic Energy Released per unit Mass*.

en incrémentant l'épaisseur d'aluminium traversée par le faisceau. De manière générale la CDA apporte une information sur la pénétrabilité des photons mais n'est pas un bon critère pour spécifier la qualité d'un faisceau ou donner une information dosimétrique dans un milieu irradié puisque deux faisceaux peuvent avoir la même CDA mais présenter des distributions spectrales très différentes. Si l'on revient à la définition analytique, le kerma dans l'air pour une énergie  $E$  est donné par :

$$K_{air}(E) = \Phi(E) \cdot E \cdot \left. \frac{\mu_{tr}}{\rho}(E) \right|_{air} \text{ en Gy,} \quad 3.(83)$$

où  $\Phi(E)$  est la fluence particulaire à l'énergie  $E$  et est exprimée en  $\text{mm}^{-2}$ , et où  $\left. \frac{\mu_{tr}}{\rho}(E) \right|_{air}$  est le coefficient de transfert massique de l'air à l'énergie  $E$  et est exprimé en  $\text{mm}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$ . Le kerma s'exprime en unités grays (Gy *i.e.*  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) et l'énergie est donc convertie en joules (J). On précise également que pour des énergies appartenant à la gamme exploitée en mammographie numérique les électrons secondaires mis en mouvement par les photons incidents ont un faible parcours et libèrent très peu de rayonnement de freinage. Il en résulte que l'équilibre électronique est établi et la dose absorbée est assimilable au kerma (on a donc par définition égalité des coefficients de transfert et d'absorption). À partir de la connaissance du kerma, on peut alors calculer la courbe de transmission  $T(x)$  à travers une épaisseur  $x$  d'aluminium :

$$T(x) = \frac{1}{K_T} \sum_{E=0}^{kV} K_{air}(E) \exp(-\mu_{al}(E) \cdot x), \quad 3.(84)$$

Où  $\mu_{al}(E)$  est le coefficient d'atténuation linéique de l'aluminium à l'énergie  $E$  et est exprimé en  $\text{mm}^{-1}$ ,  $x$  est l'épaisseur d'aluminium exprimée en mm et  $K_T$  est le kerma intégré *i.e.* la somme discrète du kerma dans l'air pour la gamme  $[0 - kV]$  et exprimée en Gy. Les coefficients d'atténuation et de transfert massique seront extraits de la base de données du NIST<sup>38</sup>. L'épaisseur d'aluminium nécessaire pour réduire de moitié la valeur initiale du kerma dans l'air est alors obtenue en déterminant la valeur de  $x$  pour laquelle  $T(x) = 1/2$ . Il est également possible de déterminer les deuxième ( $n = 2$ ), troisième ( $n = 3$ ) et plus généralement  $n$ -ièmes couches de demi-atténuation qui correspondent de manière générique à une atténuation du faisceau d'un facteur  $1/2^n$ . Par définition, le coefficient d'homogénéité d'un faisceau

<sup>38</sup> NIST : National Institute of Standards and Technology, <http://www.nist.gov>

correspond au ratio entre la première CDA et la seconde CDA. D'un point de vue réglementaire, la première CDA et la tension de pointe du tube sont les indices classiques de qualification d'un faisceau de rayons  $X$  de basse énergie. En complément de ces paramètres, nous proposons également une évaluation de l'énergie moyenne du faisceau  $E_{moy}$  donnée par définition par :

$$E_{moy} = \frac{\sum_{E=0}^{kV} \Phi(E) \cdot E}{\sum_{E=0}^{kV} \Phi(E)} \text{ en keV.} \quad 3.(85)$$

## II. Modélisations spectrales théoriques du faisceau

Le recueil d'un spectre expérimental produit par un tube à rayons  $X$  est une tâche délicate compte tenu de l'importance du débit de fluence particulière dans le champ de rayonnement ( $10^6$  à  $10^7$  photons.mm<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup> à une distance source-détecteur de 65 cm selon les mesures expérimentales de Bottigli [Bottigli *et al.*, 2006]), de la relative basse énergie des photons à détecter et des problématiques liées à la nature même de la mesure sous conditions cliniques (espacement restreint, nécessaire collimation du détecteur, manque de précision du positionnement...). Cette mise en œuvre n'est donc réalisée que très rarement et a fait l'objet de mon mémoire de Master [Ribes *et al.*, 2012]. Les mesures expérimentales n'étant pas aisément accessibles, des modèles spectraux théoriques ont été mis au point pour différentes gammes d'énergie (mammographie et radiologie diagnostique) et différentes combinaisons anode-filtration. Trois principales techniques de modélisation d'un spectre sont rencontrées dans la littérature et sont présentées dans les sections suivantes : les méthodes semi-empiriques, les méthodes empiriques issues de la théorie de Boone et les simulations de Monte-Carlo.

### a. Modélisation spectrale par méthode semi-empirique

Pour cette catégorie de méthodes la formulation théorique du spectre est obtenue par une modélisation mathématique des phénomènes physiques se produisant au niveau du tube (modélisation du *bremsstrahlung* et des rayons  $X$  caractéristiques) associée à une étape d'adaptation du modèle aux conditions expérimentales. En 1979 Birch et Marshall ont proposé une théorie basée sur ces

deux étapes permettant de modéliser les spectres issus d'un tube à rayons  $X$  pour différentes pentes d'anode et différentes filtrations [Birch and Marshall, 1979]. Les spectres présentés sont valides pour des anodes en tungstène et des tensions de pointe appartenant à la gamme [30 – 150] kV et montrent une bonne adéquation avec les acquisitions expérimentales réalisées à l'aide de spectromètres Ge(Li) et NaI. Cette théorie peut être étendue aux cibles en molybdène et aux énergies utilisées en mammographie. Ces travaux ont été repris par Cranley pour le compte de l'IPeM<sup>39</sup> et nous permettent d'accéder à une base de données spectrales utilisable en mammographie et en radiologie diagnostique [Cranley *et al.*, 1997]. Cette version électronique utilise la bibliothèque de sections efficaces XCOM<sup>40</sup> pour les calculs des coefficients linéiques d'atténuation des divers matériaux. Dans ce catalogue, les spectres non atténués de mammographie sont disponibles pour des cibles en molybdène ou en rhodium, pour des tensions de pointe comprises dans l'intervalle [25 – 32] kV, et pour des pentes d'anode comprises entre 9° et 23°. Les spectres de l'IPeM sont utilisés dans de nombreuses publications comme outil de comparaison soit de mesures expérimentales soit de simulations de Monte-Carlo.

### **b. Modélisation spectrale par méthode empirique**

Pour cette catégorie de méthodes les phénomènes physiques se produisant au niveau du tube ne sont pas considérés et les spectres sont obtenus par une succession d'interpolations polynomiales de coefficients  $a_i$  mesurés expérimentalement par Fewell *et al.*<sup>41</sup> pour chaque énergie d'intérêt. En 1997, et à partir de ces coefficients, Boone *et al.* ont proposé trois modèles empiriques permettant une bonne reproduction des spectres de mammographie : les modèles MASMIP<sup>42</sup>, RASMIP<sup>43</sup> et TASMIP<sup>44</sup> respectivement pour des anodes en molybdène, rhodium et tungstène [Boone *et al.*, 1997] [Boone and Seibert, 1997]. Les spectres obtenus sont réalistes dans la gamme [18 – 40] kV pour les trois types d'anodes spécifiées précédemment.

---

<sup>39</sup> IPeM : *Institute of Physics and Engineering in Medicine*.

<sup>40</sup> Bibliothèque du NIST : <http://www.nist.gov/pml/data/xcom/index.cfm>

<sup>41</sup> T. R. Fewell and R. E. Shuping, *Handbook of mammographic X-ray spectra*, HEW Publication, 1979.

<sup>42</sup> MASMIP : *Molybdenium Anode Spectral Model using Interpolating Polynomials*.

<sup>43</sup> RASMIP : *Rhodium Anode Spectral Model using Interpolating Polynomials*.

<sup>44</sup> TASMIP : *Tungsten Anode Spectral Model using Interpolating Polynomials*.

### Chapitre 3

Pour les deux modèles qui nous concernent (MASMIP et RASMIP), la fluence particulière à l'énergie  $E$  pour la tension de pointe kV est obtenue par l'interpolation :

$$\Phi(E, kV) = a_0(E) + a_1(E).kV + a_2(E).kV^2 + a_3(E).kV^3 , \quad 3.(86)$$

avec  $\Phi(E, kV)$  la fluence particulière donnée en photons.mm<sup>-2</sup> et où les  $a_i$  sont les coefficients d'interpolation. Cette fluence ne tient pas compte des deux étages de filtration présents sur le tube à rayons X, de l'atténuation provoquée par la palette de compression et de l'atténuation des photons dans l'air qui se produit préférentiellement à basse énergie. Pour obtenir le spectre réel perçu au niveau du Bucky il est possible d'inclure ces effets en appliquant la loi de Beer-Lambert avec les coefficients d'atténuation adéquats issus de la base de données du NIST. Trois exemples de modélisations spectrales de Boone bruts et modifiés par la prise en compte des deux étages de filtration, de la palette de compression (épaisseur mesurée de  $3 \pm 0,5$  mm) et de la traversée de l'air (50 cm sont considérés ici) sont présentés en Fig. 59, Fig. 60 et Fig. 61 respectivement pour les couples anode-filtration  $Mo/Mo$ ,  $Mo/Rh$  et  $Rh/Rh$ . Ces trois figures mettent en évidence le comportement de la fluence particulière du faisceau au fur et à mesure de la traversée des divers éléments.

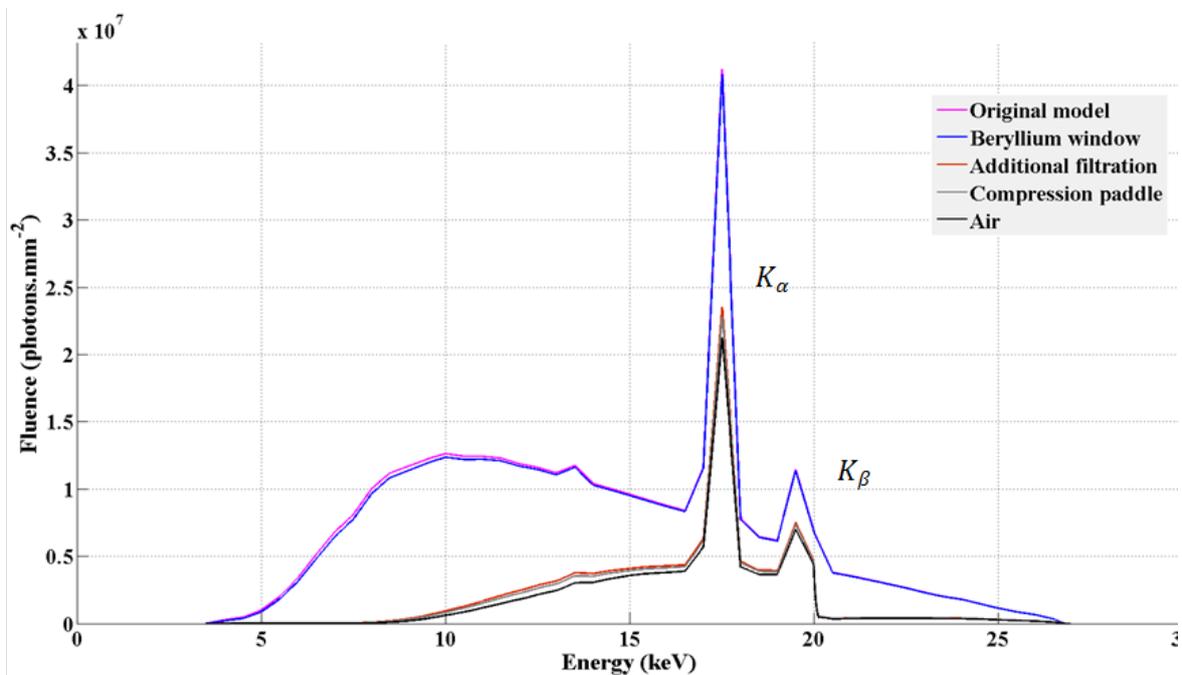


Fig. 59 Exemple d'une modélisation spectrale obtenue à partir du modèle MASMIP de Boone : considération d'un couple anode-filtration  $Mo/Mo$  pour une tension de pointe 27 kV ainsi que de l'atténuation provoquée par la traversée de 3 mm PMMA et de 50 cm d'air.

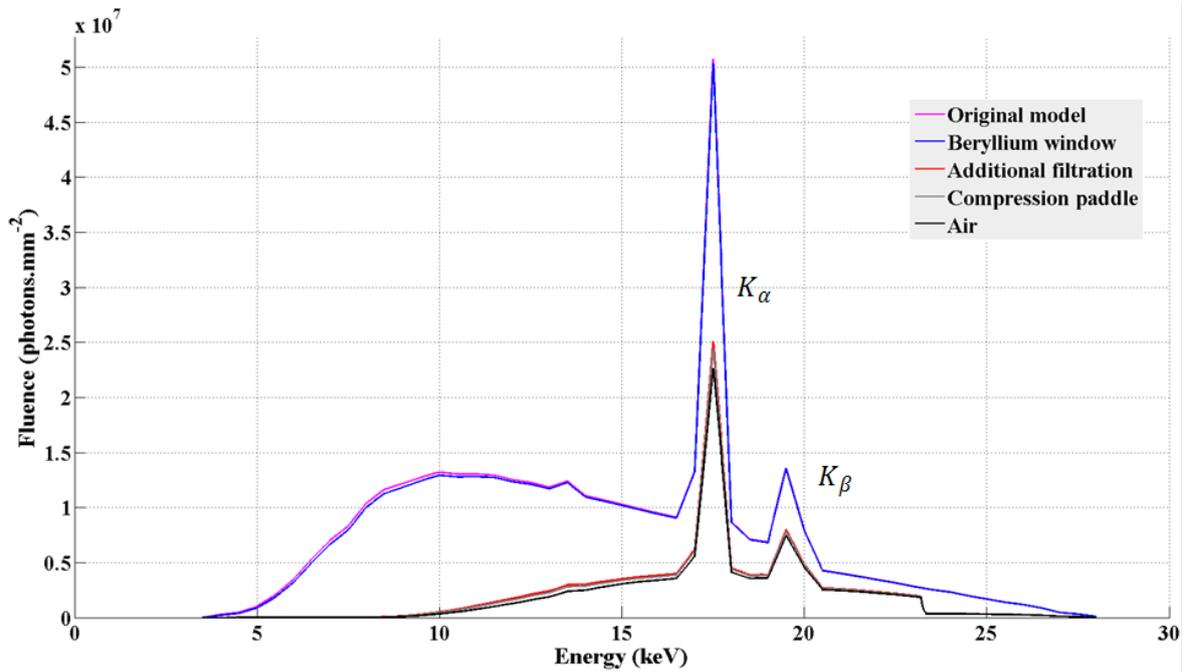


Fig. 60 Exemple d'une modélisation spectrale obtenue à partir du modèle MASMIP de Boone : considération d'un couple anode-filtration *Mo/Rh* pour une tension de pointe 28 kV ainsi que de l'atténuation provoquée par la traversée de 3 mm PMMA et de 50 cm d'air.

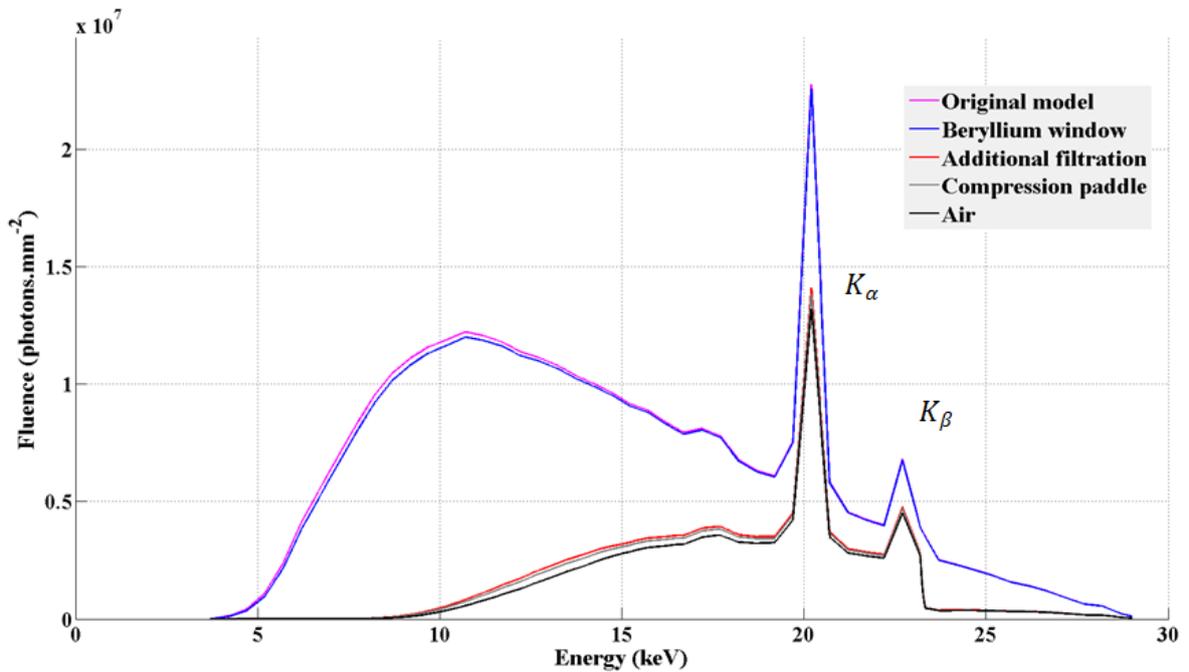


Fig. 61 Exemple d'une modélisation spectrale obtenue à partir du modèle RASMIP de Boone : considération d'un couple anode-filtration *Rh/Rh* pour une tension de pointe 29 kV ainsi que de l'atténuation provoquée par la traversée de 3 mm PMMA et de 50 cm d'air.

### c. Modélisation spectrale par méthode de Monte-Carlo

De manière tout à fait généraliste ces méthodes permettent le calcul de valeurs numériques grâce à la simulation informatique de nombres pseudo-aléatoires. Les divers phénomènes physiques reliés au transport des particules (interactions, dépôts d'énergie, émission...) peuvent être décrits par une formulation stochastique et ces méthodes sont donc parfaitement adaptées à la simulation de tels phénomènes. Dans le domaine de la physique médicale on trouve des applications dans les sous-disciplines de médecine nucléaire [Ljungberg *et al.*, 2012], de radiothérapie [Grevillot *et al.*, 2011a] (hadronthérapie incluse [Grevillot *et al.*, 2011b]) et de radiologie [Li *et al.*, 2011], et avec des objectifs tels que la dosimétrie (interne et externe), la simulation de dispositifs cliniques complets, la simulation du comportement de certains détecteurs [Park *et al.*, 2014] ou encore la génération d'images synthétiques. Un passage en revue des utilisations potentielles de la plateforme de simulation de Monte-Carlo GATE<sup>45</sup> a d'ailleurs été proposé par Sarrut *et al.* [Sarrut *et al.*, 2014]. Les quelques références fournies ici ne sont pas exhaustives car ce domaine est actuellement la source de très nombreux développements.

De nombreux codes de simulation ont été développés, et dans le cadre plus spécifique de la simulation des rayons  $X$  de basse et moyenne énergies les codes EGS4<sup>46</sup> [Bhat *et al.*, 1999], PENELOPE<sup>47</sup> [Llovet *et al.*, 2003] [David *et al.*, 2014], MCNP<sup>48</sup> [Ay *et al.*, 2004], DOSIS<sup>49</sup> [Delis *et al.*, 2005] et GEANT4<sup>50</sup> [Guimaraes *et al.*, 2008] ont par exemple été utilisés avec plus ou moins de succès et de facilité.

Si on s'intéresse plus spécifiquement à la problématique de la simulation spectrale, l'objectif est de chercher à reproduire les divers phénomènes physiques se produisant au niveau d'un tube à rayons  $X$ . On débutera donc par la définition d'une source d'électrons qui viennent percuter une anode présentant une pente fixée selon un angle solide fixé (pour rappel, la dimension du foyer est fixée par la valeur de l'angle solide). On simule un grand nombre d'électrons incidents au niveau de la cible et on

<sup>45</sup> GATE : *GEANT4 Application for Emission Tomography*

<sup>46</sup> EGS4 : *Electron Gamma Shower version 4*, Stanford Linear Accelerator Center

<sup>47</sup> PENELOPE : *PENetration and Energy LOss of Positrons and Electrons*

<sup>48</sup> MCNP : *Monte Carlo N-Particles*, Los Alamos National Laboratory

<sup>49</sup> DOSIS : *DOsimetry Simulation Studies*

<sup>50</sup> GEANT4 : *GEometry And Tracking*, Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

suit alors l'évolution des particules secondaires et des descendants générés par ces électrons primaires grâce à la prise en compte des sections efficaces des différentes interactions. On tiendra compte de tous les phénomènes physiques pouvant se produire durant le transport des particules (effet photoélectrique, diffusions cohérente, incohérente, multiple, fluorescence après un effet photoélectrique, éjection d'électrons Auger...). Toutes les particules chargées sont alors suivies dans l'approximation d'un ralentissement continu<sup>51</sup> jusqu'à ce qu'elles atteignent une énergie minimale dite énergie de coupure et pour laquelle on considère alors que toute l'énergie est déposée localement. Les géométries définies peuvent être relativement complexes et peuvent modéliser les effets des filtrations, la palette de compression et l'air. Grâce à cette modélisation physique exacte, on obtient une information spectrale proche de la réalité, moyennant les approximations de modélisation. Il est donc possible de simuler le champ de rayonnement mais également de s'intéresser plus finement à certains effets relativement peu explorés tels que l'effet talon au niveau de l'anode, les variations spatiales du débit de fluence particulière dans le faisceau selon la nature de la cible et la pente d'anode, ou encore l'étude des répercussions spectrales des ondulations de la tension de pointe comme présenté dans les travaux de Ay *et al.* [Ay *et al.*, 2004]. Afin que les phénomènes soient statistiquement significatifs, il est nécessaire de simuler un grand nombre d'électrons incidents au niveau de la cible ( $10^7$  électrons dans les travaux de Nigaprucke *et al.* [Nigaprucke *et al.*, 2009]) ce qui est coûteux en temps de calcul et qui nécessite donc d'importantes ressources informatiques.

### **C. Approche analytique de détermination d'une dose absorbée en mammographie numérique**

Après cette description de la chaîne de mammographie numérique avec un intérêt particulier porté à l'unité de production de rayons X qui va influencer fortement le calcul de dose absorbée, intéressons-nous à présent à la méthode de référence aujourd'hui employée dans la détermination de la grandeur de dose glandulaire moyenne en mammographie numérique.

---

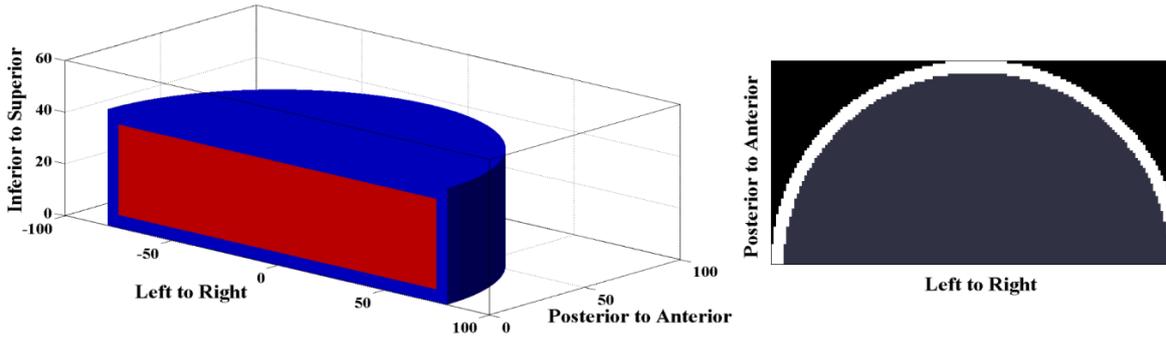
<sup>51</sup> Approximation CSDA : *Continuous Slowing Down Approximation*.

## I. Approches analytiques de détermination

La dose glandulaire moyenne ne peut pas être mesurée directement et sa détermination repose sur l'utilisation de facteurs de conversion permettant le passage d'une grandeur mesurable à la grandeur d'intérêt. Si  $c$  désigne le coefficient de conversion recherché on a donc la relation :

$$c = \frac{\text{quantité dosimétrique}}{\text{quantité de normalisation}} \quad , \quad 3.(87)$$

où la *quantité de normalisation* est une grandeur mesurable (typiquement un kerma) et où la *quantité dosimétrique* est la grandeur d'intérêt qui est non mesurable (typiquement la dose glandulaire moyenne). Les mesures peuvent être par exemple réalisées à l'aide de détecteurs thermo-luminescents, de gels polymères 3D, de chambres d'ionisation ou encore à l'aide de diodes PIN. Dans l'optique de pouvoir accéder à des facteurs de conversion couvrant une large gamme de modèles de sein et de distributions énergétiques de faisceau les approches par simulation de Monte-Carlo ont également été employées en complément des mesures et occupent une place prépondérante parmi les techniques de détermination de ces facteurs. Plusieurs auteurs ont ainsi proposé une évaluation numérique de ces facteurs de conversion [Dance, 1990] [Wu *et al.*, 1994]. Ces approches analytiques de détermination de la dose glandulaire moyenne nécessitent l'utilisation d'un fantôme mathématique équivalent tissu au niveau de sa composition chimique élémentaire (ce qui implique également l'équivalence des coefficients d'atténuation), mais également de forme anatomique et d'épaisseur pouvant correspondre à la gamme d'épaisseurs observables dans la population examinée. Un fantôme représentatif du *sein moyen* très souvent utilisé est le modèle proposé par Dance [Dance, 1990], et est montré en Fig. 62. C'est un demi-cylindre de 4,5 cm d'épaisseur et de 16 cm de diamètre. La région centrale (rouge) est composée d'un mélange homogène de 50% de tissu glandulaire et de 50% de tissu adipeux, tandis que la région externe (bleue) de 0,5 cm d'épaisseur ne contient que du tissu adipeux. D'autres modèles de fantômes ont également été proposés dans le rapport n°48 de l'ICRU et sont couramment utilisés à des fins de contrôle des dispositifs cliniques [ICRU, 1992].



**Fig. 62** Exemple de fantôme utilisé pour l'évaluation de la dose glandulaire moyenne, et projection du fantôme voxelisé selon l'axe supérieur-inférieur. Construit à partir de [Dance, 1990].

Concernant la composition chimique élémentaire des tissus certains auteurs exploitent les données proposées par Hammerstein [Hammerstein *et al.*, 1979], tandis que d'autres utilisent les données de l'ICRU. Nous avons retenu ces dernières et celles-ci sont présentées en Tab. 11.

Constituants	Tissu glandulaire (ICRU 44)	Tissu adipeux (ICRU 44)	Mélange 50 - 50
Hydrogène	0,106	0,114	0,1100
Carbone	0,332	0,598	0,4650
Azote	0,030	0,007	0,0185
Oxygène	0,527	0,278	0,4025
Sodium	0,001	0,001	0,0010
Potassium	0,001	-	0,0005
Soufre	0,002	0,001	0,0015
Chlore	0,001	0,001	0,0010
Densité (g.cm <sup>-3</sup> )	1,020	0,950	0,985

**Tab. 11** Compositions chimiques élémentaires des tissus glandulaires, adipeux et d'un mélange homogène 50-50.

Après avoir fixé une géométrie de fantôme et une composition chimique élémentaire des tissus, les conditions géométriques de simulation de l'exposition sont elles aussi fixées, comme montré en Fig. 63 [ICRU, 2009]. Sur cette figure, les grandeurs de kerma notées  $K_{a,e}$  et  $K_{a,i}$  diffèrent par l'inclusion de rayonnement rétrodiffusé issu du fantôme et sont donc liées par un coefficient de rétrodiffusion  $B$  dépendant du

spectre, de la tension de pointe, de la CDA, de la taille du champ, de l'épaisseur et de la composition de l'organe. On a donc la relation :

$$K_{a,e} = B \cdot K_{a,i} \quad 3.(88)$$

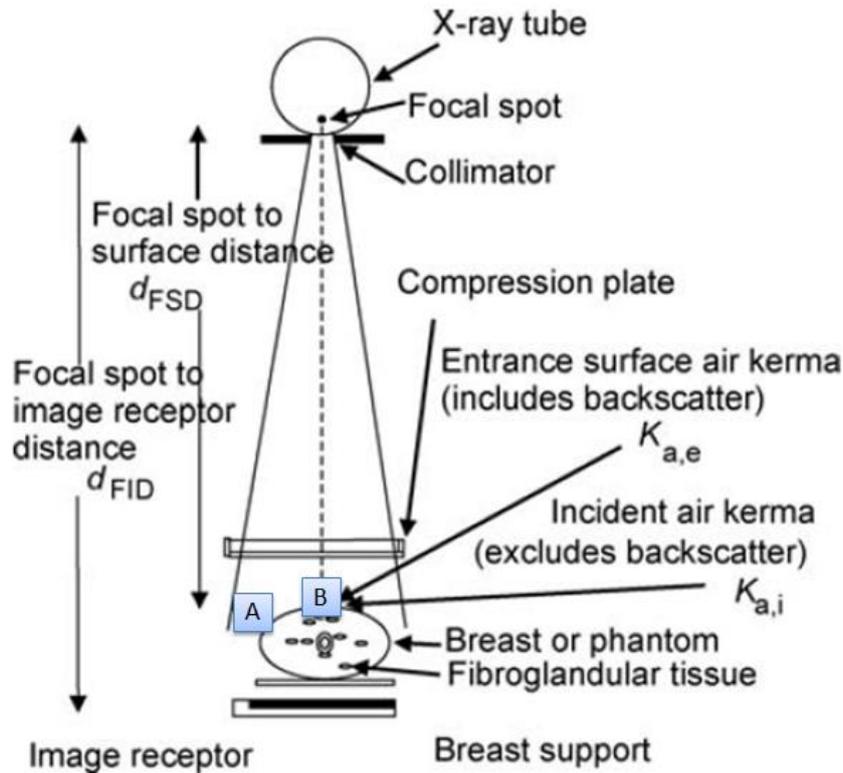


Fig. 63 Recommandations géométriques et dosimétriques pour une détermination de la dose absorbée. Les points expérimentaux de positionnement de la chambre d'ionisation correspondent à une mesure du kerma dans l'air en présence du fantôme (point A) et à une mesure du kerma dans l'air en l'absence du fantôme (point B). Extrait du rapport n°82 de l'ICRU [ICRU, 2009].

Quelques exemples de coefficients de rétrodiffusion pour un fantôme semi-circulaire en PMMA de 10 cm de rayon et de 5 cm d'épaisseur sont présentés à titre indicatif en Tab. 12 [Kramer *et al.*, 2001]. Un calcul de ces facteurs a également été proposé par Vidal à l'aide du code de calcul Géant4 et une comparaison avec les données de Kramer est aussi présentée [Vidal and Gabriela, 2008]. Ce travail permet de valider la concordance entre plusieurs jeux de coefficients mais également de montrer la validité de Géant4 dans la gamme d'énergies considérées.

### Chapitre 3

Tube voltage (kV)	Target: Mo Filtration: 30 $\mu$ m Mo		Target: Mo Filtration: 25 $\mu$ m Rh		Target: Rh Filtration: 25 $\mu$ m Rh	
	HVL <sub>1</sub> /	<i>B</i>	HVL <sub>1</sub> /	<i>B</i>	HVL <sub>1</sub> /	<i>B</i>
	mm Al		mm Al		mm Al	
24	0.282	1.08	0.328	1.09	0.297	1.09
25	0.295	1.09	0.343	1.09	0.316	1.09
26	0.306	1.09	0.356	1.10	0.330	1.10
28	0.325	1.09	0.375	1.10	0.362	1.11
30	0.340	1.10	0.391	1.11	0.391	1.11
32	0.353	1.10	0.403	1.11	0.418	1.12
34	0.364	1.10	0.412	1.11	0.441	1.12
35	0.369	1.11	0.416	1.12	0.452	1.13
36	0.373	1.10	0.420	1.11	0.462	1.13
38	0.381	1.11	0.427	1.12	0.481	1.13
40	0.388	1.10	0.433	1.12	0.497	1.14

**Tab. 12 Exemples de facteurs de rétrodiffusion pour un fantôme semi-circulaire en PMMA, de 10 cm de rayon et de 5 cm d'épaisseur. HVL (*Half Value Layer*) désigne la première CDA. Extrait de [Kramer *et al.*, 2001].**

En accord avec les protocoles la dose glandulaire moyenne est déterminée à partir de [Dance *et al.*, 2009] :

$$D = K_{a,i} \cdot g \cdot s \cdot c , \quad 3.(89)$$

où  $K_{a,i}$  est le kerma incident dans l'air à la surface supérieure du fantôme en l'absence de rayonnement rétrodiffusé issu du sein,  $g$  est un facteur de conversion entre le kerma incident dans l'air et la dose glandulaire moyenne pour une glandularité de 50%,  $c$  est un facteur qui corrige la différence de glandularité par rapport à l'hypothèse du mélange homogène 50 – 50 et  $s$  est un facteur de correction lié au spectre de rayons  $X$  considéré. Les facteurs de conversion de la littérature sont tabulés pour des spectres correspondant aux couples anode-filtration  $Mo/Mo$ ,  $Mo/Rh$ ,  $Rh/Rh$  et  $W/Rh$ , pour des gammes de tensions de pointe allant de 25 à 32 kV, pour des épaisseurs sous compression de la gamme [2 – 11] cm, et pour des glandularités allant de 0,1 à 100% par incrément de 25%. Le facteur de conversion  $g$  calculé pour une glandularité de 50% et tabulé pour différentes épaisseurs sous compression et différentes qualités de rayonnement est présenté en Tab. 13. Ces facteurs de conversion ont été calculés pour un couple anode-filtration particulier ( $Mo/Mo$ ), et l'introduction d'un facteur de conversion  $s$  présenté en Tab. 14 permet

de corriger cette dépendance. On note également que ce facteur  $s$  est indépendant de l'épaisseur sous compression et de la CDA, et que cette simplification introduit des erreurs qui ont également été quantifiées.

Breast thickness (cm)	HVL (mm Al)						
	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60
2	0.390	0.433	0.473	0.509	0.543	0.573	0.587
3	0.274	0.309	0.342	0.374	0.406	0.437	0.466
4	0.207	0.235	0.261	0.289	0.318	0.346	0.374
4.5	0.183	0.208	0.232	0.258	0.285	0.311	0.339
5	0.164	0.187	0.209	0.232	0.258	0.287	0.310
6	0.135	0.154	0.172	0.192	0.214	0.236	0.261
7	0.114	0.130	0.145	0.163	0.177	0.202	0.224
8	0.098	0.112	0.126	0.140	0.154	0.175	0.195
9	0.0859	0.0981	0.1106	0.1233	0.1357	0.1543	0.1723
10	0.0763	0.0873	0.0986	0.1096	0.1207	0.1375	0.1540
11	0.0687	0.0786	0.0887	0.0988	0.1088	0.1240	0.1385

Tab. 13 Facteurs de conversion  $g$  (mGy/mGy) pour des épaisseurs sous compression de 2 à 11 cm et des CDA appartenant à la gamme [0,30 – 0,60] mm d'aluminium. Extrait de [Dance et al., 2000].

Spectrum	$s$ -factor	Maximum error (%)
Mo/Mo	1.000	3.1
Mo/Rh	1.017	2.2
Rh/Rh	1.061	3.6
Rh/Al	1.044	2.4
W/Rh	1.042	2.1

Tab. 14 Facteurs de conversion  $s$  (SU) pour différents couples anode-filtration et erreurs maximales introduites par la considération d'un facteur indépendant de l'épaisseur sous compression et de la CDA. Extrait de [Dance et al., 2000].

Les facteurs de conversion  $c$ , pour différentes glandularités, différentes épaisseurs sous compression, et différentes valeurs de CDA sont présentés en Tab. 15 et Tab. 16. Ces facteurs permettent d'adapter le calcul analytique pour tenir compte de la glandularité de l'organe, mais ne permettent en aucun cas d'individualiser le calcul (géométrie et répartition spatiale en particulier).

### Chapitre 3

HVL (mm Al)	Thickness (cm)	Breast glandularity				
		0.1%	25%	50%	75%	100%
0.30	2	1.130	1.059	1.000	0.938	0.885
0.30	3	1.206	1.098	1.000	0.915	0.836
0.30	4	1.253	1.120	1.000	0.898	0.808
0.30	5	1.282	1.127	1.000	0.886	0.794
0.30	6	1.303	1.135	1.000	0.882	0.785
0.30	7	1.317	1.142	1.000	0.881	0.784
0.30	8	1.325	1.143	1.000	0.879	0.780
0.30	9	1.328	1.145	1.000	0.879	0.780
0.30	10	1.329	1.147	1.000	0.880	0.780
0.30	11	1.328	1.143	1.000	0.879	0.779
0.35	2	1.123	1.058	1.000	0.943	0.891
0.35	3	1.196	1.090	1.000	0.919	0.842
0.35	4	1.244	1.112	1.000	0.903	0.816
0.35	5	1.272	1.121	1.000	0.890	0.801
0.35	6	1.294	1.132	1.000	0.886	0.793
0.35	7	1.308	1.138	1.000	0.886	0.788
0.35	8	1.312	1.140	1.000	0.884	0.786
0.35	9	1.319	1.145	1.000	0.884	0.786
0.35	10	1.319	1.144	1.000	0.881	0.785
0.35	11	1.322	1.142	1.000	0.882	0.784
0.40	2	1.111	1.054	1.000	0.949	0.900
0.40	3	1.181	1.087	1.000	0.922	0.851
0.40	4	1.227	1.105	1.000	0.907	0.825
0.40	5	1.258	1.120	1.000	0.899	0.810
0.40	6	1.276	1.125	1.000	0.890	0.798
0.40	7	1.292	1.132	1.000	0.887	0.793
0.40	8	1.302	1.136	1.000	0.885	0.790
0.40	9	1.308	1.138	1.000	0.884	0.789
0.40	10	1.311	1.138	1.000	0.883	0.788
0.40	11	1.315	1.140	1.000	0.885	0.791
0.45	2	1.099	1.052	1.000	0.948	0.905
0.45	3	1.169	1.080	1.000	0.924	0.858
0.45	4	1.209	1.102	1.000	0.909	0.829
0.45	5	1.248	1.115	1.000	0.898	0.815
0.45	6	1.267	1.125	1.000	0.891	0.801
0.45	7	1.283	1.129	1.000	0.892	0.797
0.45	8	1.298	1.137	1.000	0.887	0.799
0.45	9	1.301	1.135	1.000	0.886	0.792
0.45	10	1.305	1.138	1.000	0.886	0.791
0.45	11	1.312	1.138	1.000	0.885	0.789
0.50	2	1.098	1.050	1.000	0.955	0.910
0.50	3	1.164	1.078	1.000	0.928	0.864
0.50	4	1.209	1.094	1.000	0.912	0.835
0.50	5	1.242	1.111	1.000	0.903	0.817
0.50	6	1.263	1.120	1.000	0.896	0.807
0.50	7	1.278	1.127	1.000	0.890	0.800
0.50	8	1.289	1.132	1.000	0.889	0.794
0.50	9	1.295	1.134	1.000	0.887	0.793
0.50	10	1.302	1.138	1.000	0.886	0.791
0.50	11	1.303	1.140	1.000	0.885	0.789

**Tab. 15** Facteurs de conversion  $c$  tabulés pour des glandularités de 0,1 à 100% des épaisseurs sous compression de 2 à 11 cm et des CDA (noté HVL) appartenant à la gamme [0,30 – 0,60] mm d'aluminium. Extrait de [Dance *et al.*, 2000].

HVL (mm Al)	Thickness (cm)	Breast glandularity				
		0.1%	25%	50%	75%	100%
0.55	2	1.086	1.043	1.000	0.955	0.914
0.55	3	1.154	1.071	1.000	0.932	0.870
0.55	4	1.196	1.093	1.000	0.918	0.843
0.55	5	1.227	1.105	1.000	0.906	0.824
0.55	6	1.252	1.115	1.000	0.900	0.814
0.55	7	1.267	1.122	1.000	0.896	0.805
0.55	8	1.278	1.125	1.000	0.890	0.800
0.55	9	1.285	1.128	1.000	0.890	0.798
0.55	10	1.290	1.133	1.000	0.889	0.796
0.55	11	1.293	1.134	1.000	0.888	0.793
0.60	2	1.089	1.045	1.000	0.959	0.919
0.60	3	1.142	1.065	1.000	0.933	0.874
0.60	4	1.185	1.090	1.000	0.923	0.850
0.60	5	1.216	1.102	1.000	0.910	0.830
0.60	6	1.238	1.113	1.000	0.904	0.820
0.60	7	1.252	1.120	1.000	0.899	0.812
0.60	8	1.266	1.123	1.000	0.894	0.806
0.60	9	1.272	1.124	1.000	0.893	0.801
0.60	10	1.279	1.125	1.000	0.891	0.797
0.60	11	1.284	1.129	1.000	0.893	0.798

**Tab. 16 Facteurs de conversion  $c$  tabulés pour des glandularités de 0,1 à 100% des épaisseurs sous compression de 2 à 11 cm et des CDA (noté HVL) appartenant à la gamme [0,30 – 0,60] mm d'aluminium (suite). Extrait de [Dance *et al.*, 2000].**

Nous venons ici de décrire les principes de l'approche de détermination analytique d'une dose glandulaire moyenne, décrivons à présent les limitations de l'approche.

## II. Limitations de la détermination analytique

Concernant les limitations de l'approche analytique de détermination, le premier point qui mérite d'être souligné concerne l'épaisseur de l'organe comprimé. Afin d'illustrer la variabilité pouvant être rencontrée au sein d'un échantillon significatif de patientes, les données extraites de Thilander *et al.* [Thilander *et al.*, 1992] et reprises par Dance sont montrées en Fig. 64. On constate ici que les épaisseurs sous compression peuvent présenter un ratio supérieur à 4 entre une valeur minimale inférieure à 2 cm et une valeur maximale supérieure à 8 cm. On ajoutera également que ce paramètre physique n'est pas normalisé c'est-à-dire que l'on n'impose pas une épaisseur fixée, qu'il est à la fois patiente et opérateur dépendant, et que de plus l'épaisseur affichée par la machine est parfois mise en défaut [Hogg *et al.*, 2013].

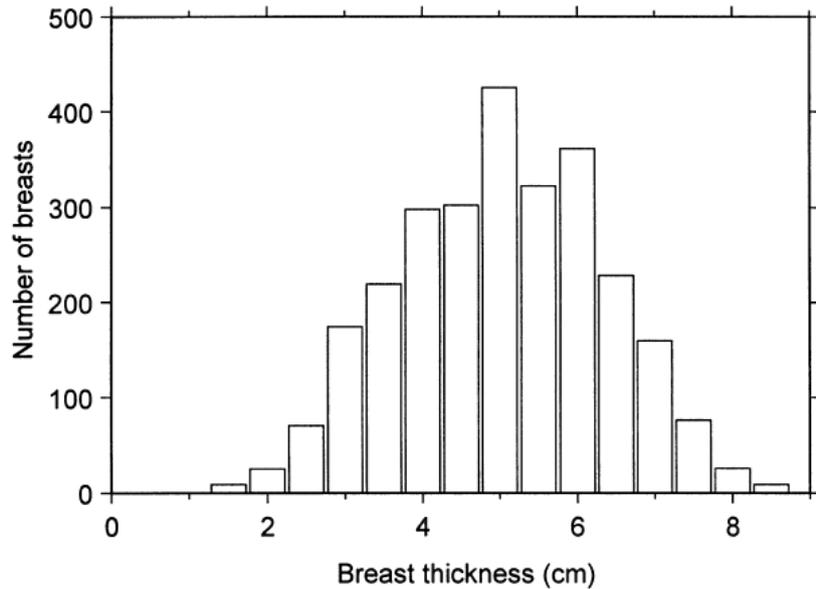


Fig. 64 Distribution d'épaisseur sous compression pour un échantillon de 1350 patientes considérées dans le cadre d'un programme de dépistage [Thilander *et al.*, 1992].

Il peut sembler plausible d'admettre que ce point est relativement bien adressé dans la méthodologie de détermination compte tenu de la gamme d'épaisseurs couvertes par les tabulations disponibles. On note tout de même que ce simple paramètre a une grande influence au niveau du calcul de la dose glandulaire moyenne déterminée par approche analytique, comme illustré en Fig. 65 [Young *et al.*, 1998].

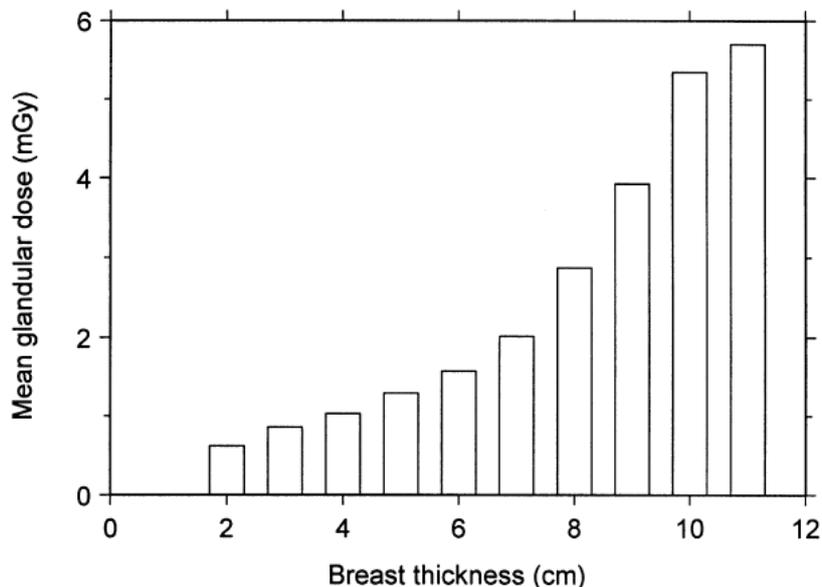


Fig. 65 Dépendance entre la dose glandulaire moyenne évaluée par l'approche analytique et l'épaisseur sous compression : considération d'un échantillon de 912 expositions [Young *et al.*, 1998].

On note néanmoins que l'approche classique de détermination d'une dose glandulaire moyenne dépend fortement de la valeur d'épaisseur sous compression, et qu'une méconnaissance de celle-ci sera préjudiciable à l'évaluation. Le second point soulevé par la communauté concerne à la fois la composition de l'organe, la fraction et la répartition spatiale tridimensionnelle du tissu fibroglandulaire et donc par extension la pertinence d'un modèle géométrique aussi simplifié que celui qui est utilisé. Pour aborder ce problème Yaffe *et al.* se sont intéressés à la segmentation de 191 examens de tomodensitométrie dédiée. Ces segmentations recherchent un ensemble de trois classes décrivant la structure peau, la structure adipeuse et la structure glandulaire et sont utilisées pour conduire une évaluation de la fraction fibroglandulaire [Yaffe *et al.*, 2009]. Les conclusions de cette étude sont que la fraction fibroglandulaire moyenne considérée sur les 191 examens s'élève à 19,3% et 14,3% respectivement avec et sans prise en compte de la peau, et que donc l'utilisation d'un modèle simple sous l'hypothèse d'un mélange homogène 50 – 50 est inappropriée à refléter une patiente *moyenne*. Par extension, et pour le problème qui nous intéresse, nous ajouterons également que ce modèle est inapproprié à représenter un individu spécifique. Les limitations des modèles géométriques de sein *standard* (comme par exemple celui qui est présenté en Fig. 62) ont également été pointées par Zankl *et al.* [Zankl *et al.*, 2005] et par Dance *et al.* [Dance *et al.*, 2005] qui ont remplacé le modèle classique respectivement par la segmentation d'un volume de tomodensitométrie et par un modèle mathématique développé par Bakic *et al.* [Bakic *et al.*, 2002]. Leurs conclusions sont que la distribution spatiale du tissu glandulaire est importante dans un calcul de dose glandulaire moyenne et des écarts à la méthode analytique de 9 à 59% sont reportés. Le but de leurs travaux n'est clairement pas de remettre en question ces approches analytiques de détermination mais plutôt de rappeler leurs objectifs initiaux et d'éviter ainsi les utilisations hors de ce contexte. Ainsi, on notera que leur utilisation est pertinente pour des tests de performance et de consistance d'un dispositif clinique mais que leur utilisation dans la détermination d'une dose absorbée pour un individu spécifique est limitée, voire inappropriée.

Nous venons d'introduire la description physique de l'unité de production de rayons *X* ainsi que la méthodologie analytique de détermination d'une dose glandulaire moyenne, et nous proposons à présent de conduire une réflexion sur ces deux points à l'aide de simulations de Monte-Carlo.

## D. Vers le concept de dosimétrie individualisée ?

### I. Simulation de Monte-Carlo du tube à rayons X

#### a. Géométrie du tube à rayons X

Afin de générer un spectre de rayons  $X$  correspondant à l'unité de mammographie, nous avons modélisé le tube du sénographe (APOLLON, *GE Healthcare*) à partir de la plateforme de simulation de Monte-Carlo GATE qui repose en particulier sur une architecture en couche embarquant le code de calcul GEANT4 [Jan *et al.*, 2004] [Jan *et al.*, 2011]. Les caractéristiques géométriques retenues sont basées sur la description fournie par le constructeur et ont été décrites précédemment en section I.b. La géométrie générique de la simulation est présentée en Fig. 66 et un rappel des trois configurations possibles est donné en Tab. 17.

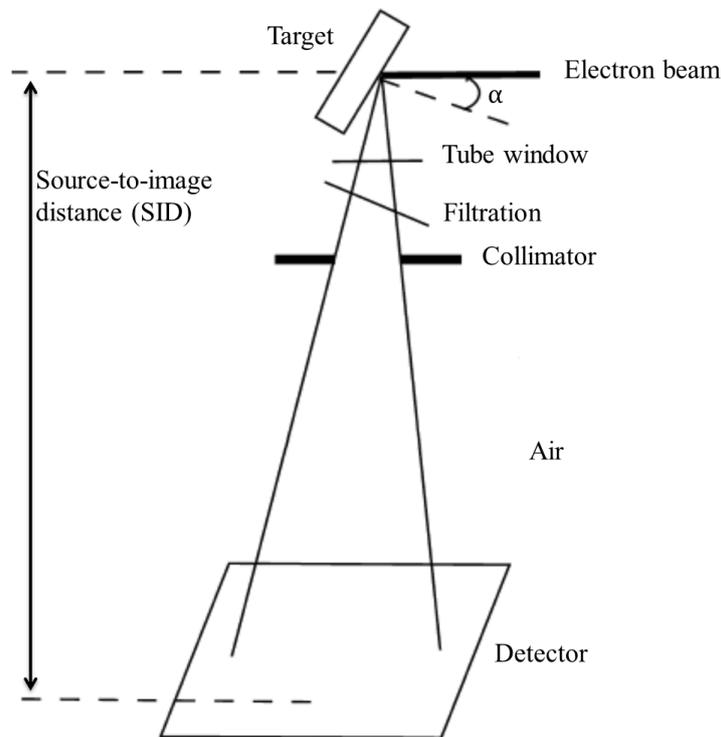
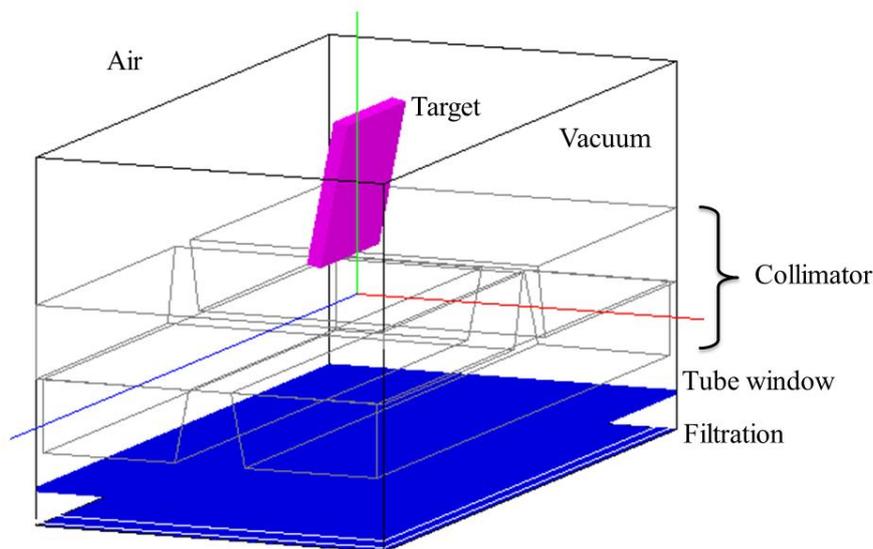


Fig. 66 Représentation schématique de la géométrie considérée dans le cadre de la simulation de Monte-Carlo d'un tube à rayons  $X$ .

	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
Anode	Mo	Mo	Rh
Angle	22° 30'	22° 30'	22° 30'
Taille du foyer	0,3 mm	0,3 mm	0,3 mm
Fenêtre	0,69 mm de Be	0,69 mm de Be	0,69 mm de Be
Filtration	0,030 mm de Mo	0,025 mm de Rh	0,025 mm de Rh
Collimateur	Plomb	Plomb	Plomb
SID	61,9 cm	61,9 cm	61,9 cm

**Tab. 17** Détails géométriques des trois configurations anode-filtration considérées dans la simulation de Monte-Carlo.

On notera ici que le filament est modélisé dans les simulations par un faisceau d'électrons décrit par deux principales caractéristiques qui sont son énergie moyenne et sa taille. Le vide régnant au sein de l'enveloppe externe du tube a également été pris en compte et la modélisation de cette géométrie au sein de la plateforme de simulation est présentée en Fig. 67. Seule la grande taille de champ correspondant au grand foyer a été simulée car elle correspond à la réalisation d'un examen classique de dépistage qui nous intéresse ici, tandis que la petite taille de champ est réservée aux acquisitions d'agrandissement pour lesquelles la problématique de la détermination de la dose absorbée n'est pas primordiale compte tenu de la présence d'une anomalie.



**Fig. 67** Modélisation de la géométrie de l'unité de production de rayons X au sein de la plateforme de simulation de Monte-Carlo GATE.

## b. Considérations physiques de la simulation

Les processus électromagnétiques que nous considérons dans l'étude sont l'effet photoélectrique, l'effet Compton et la diffusion Thomson-Rayleigh (cohérente). Compte tenu de la gamme d'énergie et du diagramme de prédominance des effets, les phénomènes de production de paires (seuil d'observation à 1,022 MeV) et de création de triplets (seuil d'observation à 2,044 MeV) ne sont pas pris en compte. Parmi ces trois effets, seuls l'effet photoélectrique et l'effet Compton conduiront à la production d'électrons (*i.e.* à la production de particules directement ionisantes) dont la contribution sera directe dans un calcul de dose absorbée. Concernant les interactions des électrons avec la matière, on considère la perte d'énergie par ionisation et la perte d'énergie par émission d'un rayonnement de freinage. Concernant ce dernier processus un examen de la section efficace de l'interaction montre d'une part une dépendance au milieu en  $Z^2$ , ce qui signifie que les éléments de numéros atomiques élevés vont produire une perte beaucoup plus importante par rayonnement de freinage (la perte par collision montre quant à elle une dépendance en  $Z$ ) et montre d'autre part une proportionnalité inverse à l'énergie du photon produit. Dans le cas d'un tube à rayons  $X$  de mammographie, on cherche à produire des photons de basse énergie par freinage sur des cibles de numéros atomiques intermédiaires et la section efficace de cet effet n'est donc pas négligeable sans toutefois être maximale. Ce processus est responsable de la partie continue du spectre de rayons  $X$ , tandis que la prise en compte du réarrangement électronique et de l'émission de photons d'énergies caractéristiques des transitions permet la modélisation de la partie discrète du spectre. Pour l'ensemble des interactions activées les sections efficaces PENELOPE sont retenues car réputées plus exactes à basse énergie. De même, puisque seule la gamme d'énergie [0 – 35] keV présente un intérêt pour notre problème, les sections efficaces considérées sont restreintes à cet intervalle.

Compte tenu de la très faible efficacité de production des rayons  $X$  au niveau du tube, il n'est pas envisageable de simuler le phénomène de *bremsstrahlung* sans application des techniques classiques de réduction de variance. Cette approche consiste à ne pas simuler les événements n'intervenant pas dans la détermination de la grandeur d'intérêt et a pour objectif l'amélioration du critère d'efficacité du code.

Une simulation standard utilise des lois de distributions pour obtenir au final une moyenne correcte et des fluctuations statistiques associées. Une simulation avec réduction de variance exploite le même principe mais avec une loi de distribution différente qui augmente la fréquence des événements d'intérêt. La réduction de variance peut être basée sur les positions et les angles des particules, sur une modification des lois physiques permettant de favoriser la production des particules primaires et secondaires d'intérêt, ou encore sur un couplage de ces deux approches. Le couplage des deux approches est exploité dans ce travail, avec en particulier l'utilisation de la technique *bremsstrahlung splitting* qui conduit à la création de  $N$  photons de freinage de poids  $1/N$  fois le poids de la particule mère en lieu et place de la création d'un seul photon de freinage (division *bremsstrahlung* uniforme), enrichie par un critère de sélectivité basé sur une direction et un angle, permettant ainsi de ne considérer que l'angle solide d'intérêt correspondant au faisceau simulé (division *bremsstrahlung* sélective). De plus, l'approche de rejet de parcours qui consiste à définir un seuil (en énergie ou de manière équivalente en distance) pour un type de particule dans une région de l'espace géométrique de matériau donné est également exploitée. Ainsi, on considèrera que si la particule n'est pas en mesure de sortir de la région courante avec une énergie supérieure au seuil fixé alors son histoire est terminée et elle donne lieu à un dépôt local de la totalité de son énergie. Enfin, certaines trajectoires n'ont également pas été considérées car ne présentant pas d'intérêt pour la simulation (utilisation de *kill box*). Une illustration du phénomène de création d'un faisceau de photons à partir de l'interaction d'une source d'électrons sur une cible est présentée en Fig. 68.

Concernant la source d'électrons, celle-ci n'est pas ponctuelle mais est décrite par un faisceau rectangulaire d'électrons parallèles venant impacter une surface de l'anode, comme illustré en Fig. 69. Ces électrons peuvent être considérés comme mono-énergétiques ou encore comme présentant une distribution énergétique paramétrique comme par exemple une distribution gaussienne définie par un couple moyenne, variance. Cette seconde approche permet par exemple d'essayer de modéliser le phénomène d'ondulation de la haute tension au niveau du générateur HF (*ripple*). Peu de données sont disponibles dans la littérature concernant la variation de la tension de pointe introduite par ce phénomène, mais les quelques travaux s'y rapportant estiment que la variation de la tension de pointe est inférieure à 2%

[Boone and Seibert, 1997] [Ay *et al.*, 2004]. Nous avons donc retenu cette valeur, qui semble confirmée par des mesures expérimentales non invasives réalisées à l'aide d'un kVp-mètre et présentées ci-dessous (les mesures invasives n'étant plus autorisées par la réglementation en vigueur).

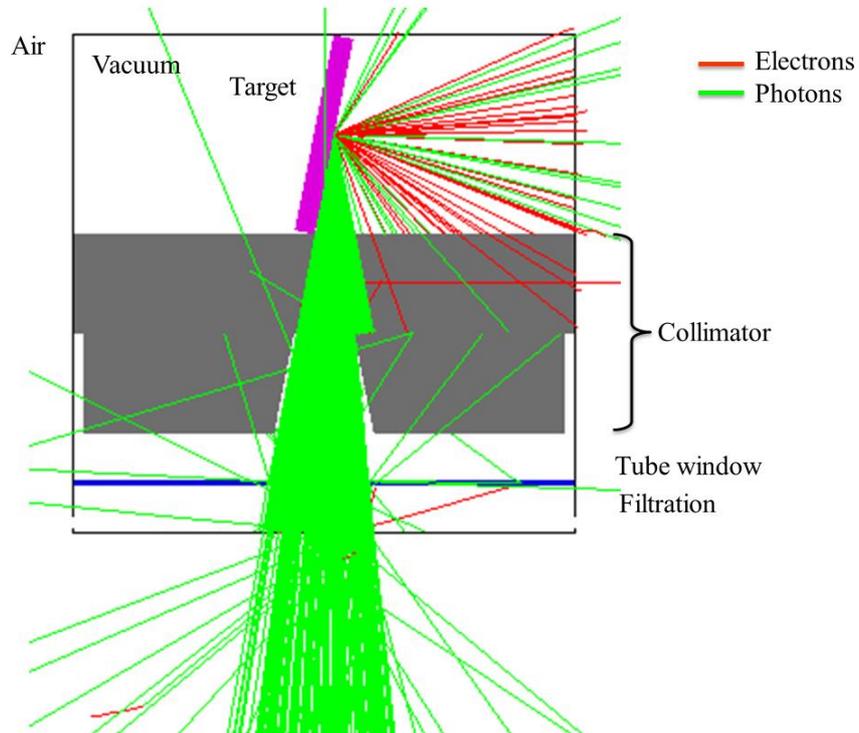


Fig. 68 Illustration du principe physique de la simulation : l'interaction d'une source d'électrons (rouge) conduit à la production d'un faisceau de photons (vert).

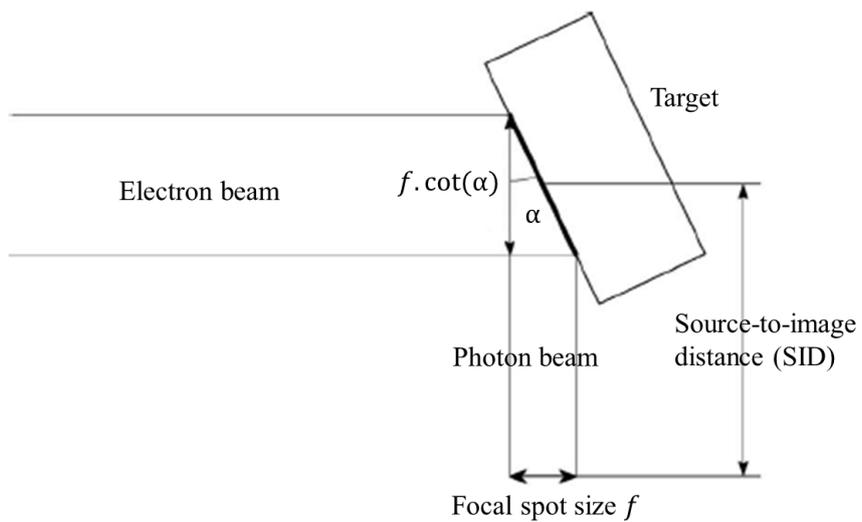
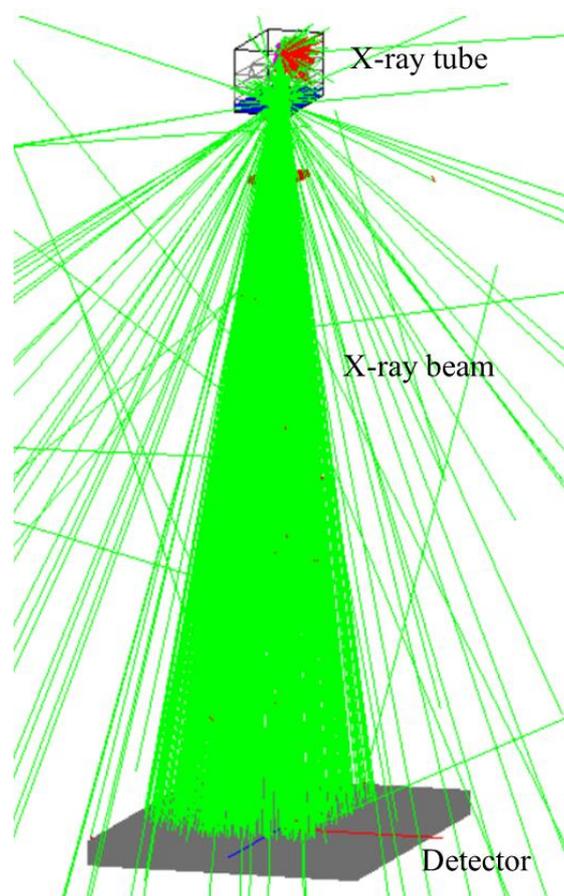


Fig. 69 Faisceau rectangulaire d'électrons venant impacter une cible et conduisant à la production d'un faisceau de photons.

### Chapitre 3

La géométrie de l'étude peut être scindée en deux parties : une partie supérieure purement matérielle qui ne dépend pas de la présence d'une patiente et une partie inférieure qui concerne la dose absorbée et qui va donc dépendre de la patiente considérée. Pour adresser ce genre de problématiques, la littérature se référant par exemple à la modélisation d'accélérateurs de radiothérapie utilise une approche dite *espace des phases* [Grevillot *et al.*, 2011]. Nous avons procédé de manière similaire et avons donc défini un volume cubique (hauteur de 1 mm) en sortie du tube à rayons X. On attachera à ce volume un espace des phases, permettant ainsi d'enregistrer les paramètres de toutes les particules entrantes dans ce volume pour la première fois (type, coordonnées tridimensionnelles, direction, énergie, processus de production, pondération, précédent volume d'interaction). Une illustration de la simulation du banc complet de mammographie est présentée en Fig. 70.



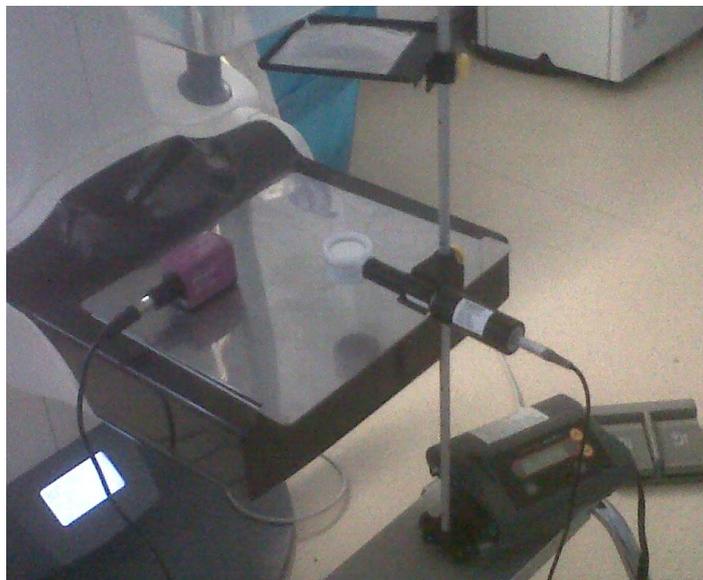
**Fig. 70** Illustration de la simulation du banc de mammographie numérique.

### c. Résultats

Les critères d'évaluation que nous avons considéré dans cette étude sont la première et la seconde couche de demi-atténuation notées respectivement  $CDA_1$  et  $CDA_2$  et exprimées en mm d'aluminium, l'homogénéité du faisceau  $H$  définie par le rapport entre  $CDA_1$  et  $CDA_2$ , l'énergie moyenne  $E_{moy}$  exprimée en keV ainsi que la tension de pointe du tube notée kV. Dans l'optique de valider les simulations spectrales par modélisation de Monte-Carlo, nous avons évalué puis comparé ces divers critères (quand ceux-ci sont disponibles) dans le cas de mesures expérimentales, de modélisations empiriques et de modélisations par méthode de Monte-Carlo.

#### i. Mesures expérimentales

Un ensemble de mesures expérimentales visant à évaluer les différents critères de qualification d'un faisceau de rayons  $X$  ont été mises en œuvre sur le dispositif clinique. Pour ce faire, nous nous sommes placés dans les conditions réglementaires montrées en Fig. 71.



**Fig. 71 Mesures expérimentales de qualification d'un faisceau de rayons  $X$  de basse énergie.**

Les mesures ont été effectuées avec un cache radio-opaque positionné sur le détecteur du *Sénographe Essential* et une palette de compression montée sur le système (placée à 210 mm du Bucky). Un kVp-mètre (Radcal® 40x9M kVp-meter) a

été placé sur le Bucky et celui-ci permet une mesure expérimentale de la tension de pointe du tube, notée  $kV_{exp}$ . Afin de se placer dans des conditions de bonne géométrie (*i.e.* en l'absence de rayonnement rétrodiffusé) la chambre d'ionisation (Radcal® 10x6-6M, 6cc ion chamber) a été placée à 60 mm au-dessus du Bucky. Celle-ci nous donne accès aux mesures expérimentales de dose absorbée (mGy) et de durée d'exposition (s). Puis, pour chaque tension de pointe de la gamme [27 – 32] kV et pour chaque couple anode-filtration sélectionnable sur le dispositif, la dose absorbée a été relevée en incrémentant de manière successive l'épaisseur d'aluminium (mm) traversée par le faisceau (plaques d'aluminium de pureté supérieure à 99% positionnées à 160 mm du Bucky). Compte tenu de l'équivalence dose-kerma à ces basses énergies, on peut extraire à partir de ces mesures les grandeurs dérivées d'intérêt que sont la première et la seconde couche de demi-atténuation et le coefficient d'homogénéité du faisceau. Ces différents paramètres d'intérêt sont présentés en Tab. 18, Tab. 19 et Tab. 20 respectivement pour les couples anode-filtration *Mo/Mo*, *Mo/Rh* et *Rh/Rh*.

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$kV_{exp}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)
Mo/Mo	27	26,7	0,356	0,743	0,479
	28	27,8	0,367	0,763	0,481
	29	28,9	0,377	0,792	0,476
	30	30,2	0,385	0,809	0,476
	31	31,1	0,394	0,825	0,478
	32	32,1	0,401	0,839	0,478

**Tab. 18 Paramètres expérimentaux de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration *Mo/Mo*.**

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$kV_{exp}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)
Mo/Rh	27	26,6	0,407	0,853	0,477
	28	27,9	0,420	0,885	0,475
	29	29,1	0,430	0,902	0,477
	30	29,8	0,438	0,918	0,477
	31	31,2	0,446	0,931	0,479
	32	31,9	0,453	0,945	0,479

**Tab. 19 Paramètres expérimentaux de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration *Mo/Rh*.**

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$kV_{exp}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)
Rh/Rh	27	26,9	0,407	0,877	0,464
	28	28,2	0,426	0,904	0,471
	29	29,3	0,442	0,935	0,473
	30	29,9	0,458	0,964	0,475
	31	30,8	0,473	1,003	0,472
	32	32,1	0,487	1,028	0,474

Tab. 20 Paramètres expérimentaux de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration *Rh/Rh*.

On retrouve dans ces tableaux une augmentation de la valeur de la première couche de demi-atténuation avec l'augmentation de la tension de pointe, ce qui signifie que le faisceau devient plus pénétrant. De plus, le respect du critère d'acceptabilité qui stipule que la grandeur  $CDA_1$  doit être supérieure à  $[kV/100 + 0,03]$  est systématiquement respecté. Les paramètres  $kV_{nom}$  et  $kV_{exp}$  désignent respectivement la consigne de tension de pointe donnée à la machine et la mesure de cette même grandeur à l'aide d'un kVp-mètre. Ici également le critère d'acceptabilité est respecté puisque la différence entre ces deux grandeurs n'est jamais supérieure à 1 kV sur la plage considérée. L'examen de ces deux critères d'acceptabilité permet de montrer que le faisceau présente une qualité en accord avec la réglementation en vigueur pour toutes les configurations investiguées.

## ii. Modélisations spectrales empiriques

Sur la base des modélisations spectrales empiriques proposées par Boone *et al.*, nous avons reproduit des conditions similaires aux mesures expérimentales, c'est-à-dire que nous avons ajouté l'atténuation de 3 mm de PMMA et l'atténuation provoquée par la traversée de 55,9 cm d'air, et avons calculé les deux premières couches de demi-atténuation, le coefficient d'homogénéité et l'énergie moyenne du faisceau pour l'ensemble des configurations de la section précédente. Ces résultats sont présentés en Tab. 21, Tab. 22 et Tab. 23, respectivement pour les couples anode-filtration *Mo/Mo*, *Mo/Rh* et *Rh/Rh*.

### Chapitre 3

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)	$E_{moy}$ (keV)
Mo/Mo	27	0,353	0,771	0,458	16,697
	28	0,362	0,801	0,452	16,885
	29	0,375	0,820	0,457	17,071
	30	0,382	0,847	0,451	17,253
	31	0,397	0,865	0,459	17,429
	32	0,401	0,882	0,455	17,612

**Tab. 21** Paramètres empiriques de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration Mo/Mo.

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)	$E_{moy}$ (keV)
Mo/Rh	27	0,401	0,890	0,451	17,520
	28	0,417	0,912	0,457	17,679
	29	0,432	0,930	0,465	17,826
	30	0,434	0,953	0,455	17,967
	31	0,445	0,977	0,455	18,100
	32	0,451	0,991	0,456	18,241

**Tab. 22** Paramètres empiriques de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration Mo/Rh.

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)	$E_{moy}$ (keV)
Rh/Rh	27	0,398	0,891	0,447	17,902
	28	0,419	0,930	0,451	18,170
	29	0,427	0,965	0,442	18,419
	30	0,449	1,000	0,449	18,648
	31	0,453	1,032	0,439	18,865
	32	0,466	1,061	0,439	19,077

**Tab. 23** Paramètres empiriques de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration Rh/Rh.

### iii. Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo

Sur la base de la description géométrique présentée précédemment et pour les interactions physiques considérées, les modélisations spectrales par simulation de Monte-Carlo ont été mises en œuvre à l'aide du code GATE v.6.2 et les calculs ont été exécutés sur la plateforme de calcul distribué *Virtual Imaging* [Camarasu-Pop *et al.*, 2013]. Nous avons simulé la distribution spectrale comme montré en Fig. 72, Fig. 73, Fig. 74 respectivement pour les couples anode-filtration *Mo/Mo*, *Mo/Rh* et *Rh/Rh*.

Afin de pouvoir comparer modélisations empiriques et simulations de Monte-Carlo la fluence est normalisée par la surface. Sur les trois figures précédentes on observe qualitativement une bonne adéquation générale entre modèles et simulations de Monte-Carlo. La bonne adéquation des deux spectres sur la partie continue indique que l'utilisation des sections efficaces PENELOPE est appropriée. Concernant la partie discrète, on observe que l'intensité des raies caractéristiques est plus importante pour les simulations de Monte-Carlo, ce qui est en accord avec les observations reportées par Nigaprucke *et al.* [Nigaprucke *et al.*, 2009] et par Ay *et al.* [Ay *et al.*, 2004] qui ont utilisé respectivement les codes EGS et MCNP. Cependant cet écart doit être relativisé car le pas en énergie des spectres simulés est plus faible que le pas en énergie des spectres modélisés (0,3 keV contre 0,5 keV). Ainsi, la plus faible largeur des raies caractéristiques observées dans les spectres simulés traduit davantage la réalité physique, puisque les transitions énergétiques du cortège se produisent à des énergies ponctuelles. Un pas énergétique plus faible offre la possibilité d'intégration sur une résolution plus faible et donc une sensibilité moindre au lissage, et la contrepartie de ce choix est l'observation de fluctuations statistiques plus intenses, visibles sur les trois figures présentées. Une modification de ce pas permettrait potentiellement une meilleure adéquation, mais n'a pas été conduite par souhait de conservation du réalisme physique. Les simulations spectrales ont été conduites pour tous les couples anode-filtration et pour la gamme de tension de pointe [27 – 32] kV, permettant ainsi la constitution d'un catalogue spectral de simulations. Une évaluation quantitative des paramètres de qualification du catalogue spectral de simulation est présentée en Tab. 24, Tab. 25, Tab. 26 pour les trois couples considérés.

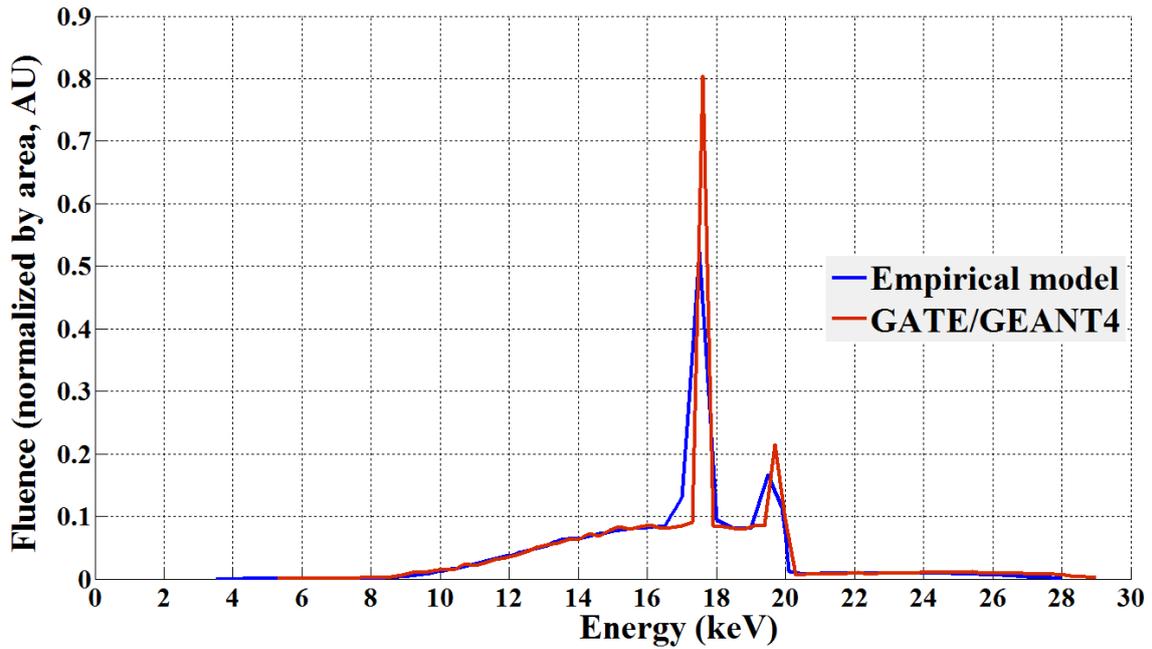


Fig. 72 Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo : confrontation du modèle empirique et de la simulation pour un couple anode-filtration *Mo/Mo* et une tension de pointe de 28 kV.

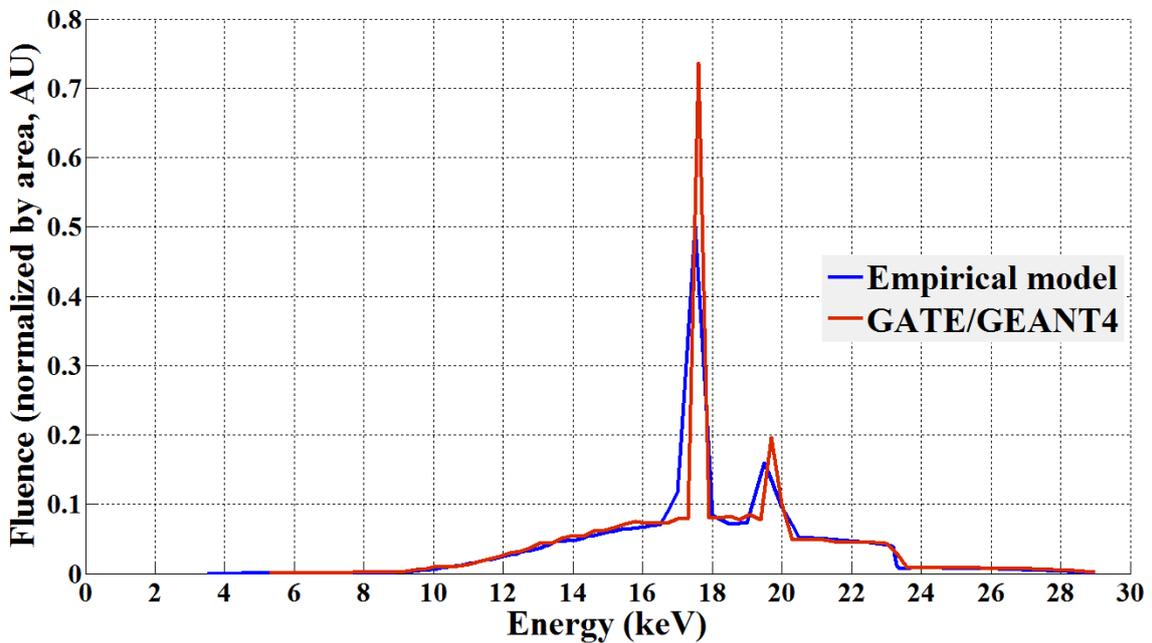


Fig. 73 Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo : confrontation du modèle empirique et de la simulation pour un couple anode-filtration *Mo/Rh* et une tension de pointe de 29 kV.

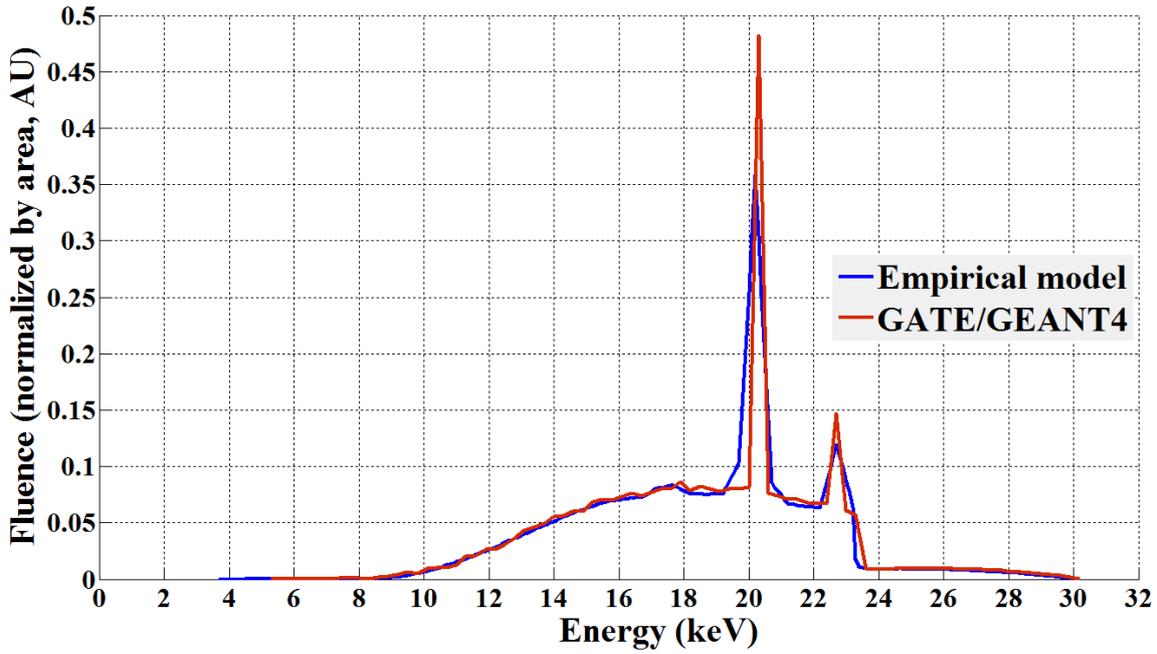


Fig. 74 Simulation spectrale par méthode de Monte-Carlo : confrontation du modèle empirique et de la simulation pour un couple anode-filtration *Rh/Rh* et une tension de pointe de 30 kV.

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)	$E_{moy}$ (keV)
Mo/Mo	27	0,349	0,768	0,454	16,713
	28	0,360	0,793	0,454	16,889
	29	0,371	0,814	0,456	17,067
	30	0,384	0,835	0,460	17,278
	31	0,394	0,870	0,453	17,455
	32	0,407	0,879	0,463	17,570

Tab. 24 Simulation de Monte-Carlo : paramètres de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration *Mo/Mo*.

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)	$E_{moy}$ (keV)
Mo/Rh	27	0,398	0,881	0,452	17,533
	28	0,413	0,888	0,465	17,639
	29	0,428	0,924	0,463	17,847
	30	0,431	0,938	0,459	17,928
	31	0,444	0,963	0,461	18,087
	32	0,454	0,985	0,461	18,299

Tab. 25 Simulation de Monte-Carlo : paramètres de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration *Mo/Rh*.

Anode-Filtration	$kV_{nom}$	$CDA_1$ (mm Al)	$CDA_2$ (mm Al)	$H$ (SU)	$E_{moy}$ (keV)
Rh/Rh	27	0,390	0,886	0,440	17,871
	28	0,407	0,929	0,438	18,221
	29	0,419	0,953	0,440	18,399
	30	0,442	0,998	0,443	18,701
	31	0,451	1,028	0,439	18,829
	32	0,462	1,057	0,437	19,111

Tab. 26 Simulation de Monte-Carlo : paramètres de qualification d'un faisceau de rayons X de basse énergie pour le couple anode-filtration *Rh/Rh*.

#### iv. Synthèse des résultats

Un regroupement de ces résultats ainsi qu'un calcul d'erreur au regard de la référence expérimentale est présenté en Tab. 27 dans le cas du critère de CDA.

	kV	Mesure (mm Al)	Calcul (mm Al)	Erreur (%)	Simulation (mm Al)	Erreur (%)
Mo/Mo	27	0,356	0,353	-0,8	0,349	-2,0
	28	0,367	0,362	-1,4	0,360	-1,9
	29	0,377	0,375	-0,5	0,371	-1,6
	30	0,385	0,382	-0,8	0,384	-0,3
	31	0,394	0,397	0,8	0,394	0,0
	32	0,401	0,401	0,0	0,407	1,5
Mo/Rh	27	0,407	0,401	-1,5	0,398	-2,2
	28	0,420	0,417	-0,7	0,413	-1,7
	29	0,430	0,432	0,5	0,428	-0,5
	30	0,438	0,434	-0,9	0,431	-1,6
	31	0,446	0,445	-0,2	0,444	-0,4
	32	0,453	0,451	-0,4	0,454	0,2
Rh/Rh	27	0,407	0,398	-2,2	0,390	-4,2
	28	0,426	0,419	-1,6	0,407	-4,5
	29	0,442	0,427	-3,4	0,419	-5,2
	30	0,458	0,449	-2,0	0,442	-3,5
	31	0,473	0,453	-4,2	0,451	-4,7
	32	0,487	0,466	-4,3	0,462	-5,1

Tab. 27 Synthèse des résultats pour le critère de la première CDA : comparaison entre mesures expérimentales, modélisations empiriques et simulations de Monte-Carlo.

On observe une bonne reproduction de ce critère pour les trois couples anode-filtration avec une erreur maximale reportée de 5,2%. Concernant les couples anode-filtration  $Mo/Mo$  et  $Mo/Rh$ , l'adéquation entre expériences, modélisations empiriques et simulations numériques est excellente puisque l'erreur maximale observée s'élève à 2,2%. Concernant le couple anode-filtration  $Rh/Rh$ , la modélisation empirique et la simulation par méthode de Monte-Carlo semblent s'accorder sur un faisceau moins pénétrant que celui qui a été mesuré expérimentalement (la  $CDA$  expérimentale est plus élevée). L'hypothèse d'une contamination spectrale au niveau du tube (présence de deux cibles faiblement espacées) et d'une focalisation du faisceau électronique désalignée peut être avancée.

Sur la base de ces différentes évaluations quantitatives, la capacité des simulations à reproduire fidèlement la distribution spectrale associée au tube à rayons  $X$  considéré dans notre étude a été mise en évidence. Nous allons maintenant utiliser cette information spectrale pour un calcul de dose absorbée individualisé.

### **II. Vers le concept de dosimétrie individualisée**

Puisque nous avons proposé une modélisation numérique de la transformation proposant l'adressage du passage entre référentiel géométrique de l'IRM et référentiel géométrique de la mammographie (chapitre 2) nous disposons d'une configuration déformée de l'organe décrite par un maillage. De par l'architecture des codes de simulation, le transport des particules nécessite l'utilisation d'une description voxélique de l'information, et cette configuration déformée a été voxélisée sur la base de la méthode décrite par Patil *et al.* [Patil *et al.*, 2005] et améliorée par Subburaj *et al.* [Subburaj *et al.*, 2009]. Un exemple d'une telle représentation tridimensionnelle voxélique est montré en Fig. 75. Les dimensions du fantôme sous compression sont de 20,4 cm  $\times$  8,9 cm  $\times$  5,9 cm, tandis que la taille du voxel élémentaire est de 1 mm  $\times$  1 mm  $\times$  1 mm (soit une grille de 200  $\times$  88  $\times$  59). On est ici sur une approche de géométrie totalement individualisée, et sur des critères individuels de répartition spatiale, de glandularité et d'épaisseur sous compression (indication numérique du dispositif clinique).

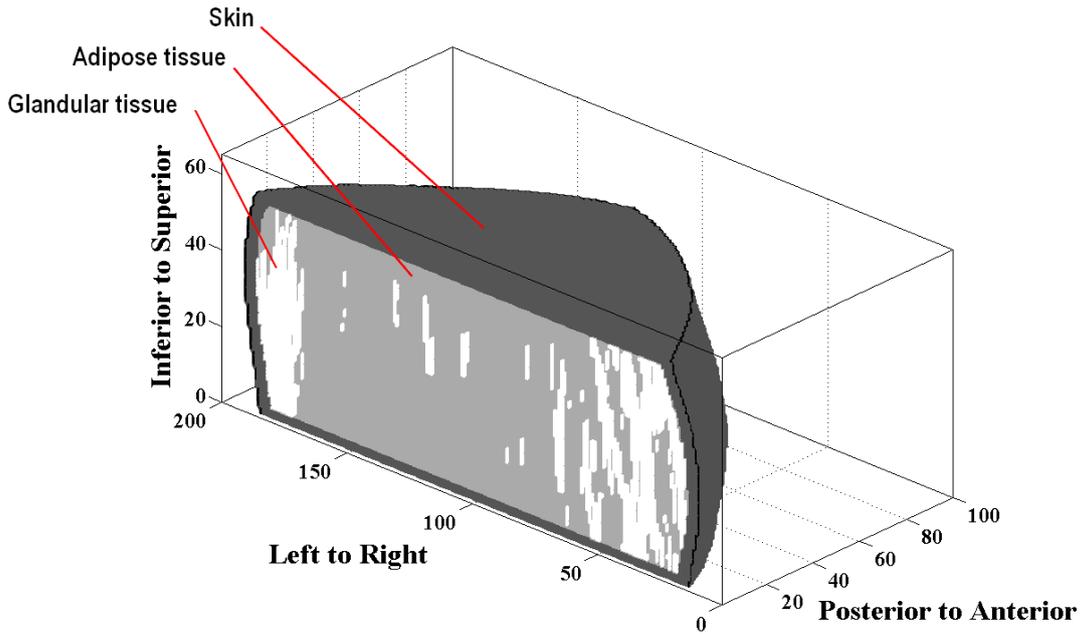


Fig. 75 Exemple de fantôme issu de la voxélisation d'un maillage déformé. La taille du voxel élémentaire est de 1 mm x 1 mm x 1 mm.

Si on s'intéresse à cette patiente particulière dont les données sont utilisées ici et que l'on calcule la fraction glandulaire comme proposé dans les travaux de Yaffe *et al.* [Yaffe *et al.*, 2009] on constate que celle-ci s'élève à 27,3%, soit une fraction bien différente du mélange 50 – 50 posé comme première approximation dans la détermination analytique de la dose absorbée. Le volume de l'organe s'élève quant à lui à 522,7 cm<sup>3</sup>. Le mammogramme synthétique créé à partir de la projection par lancé de rayons de cette géométrie spécifique le long de l'axe supérieur-inférieur est montré en Fig. 76.

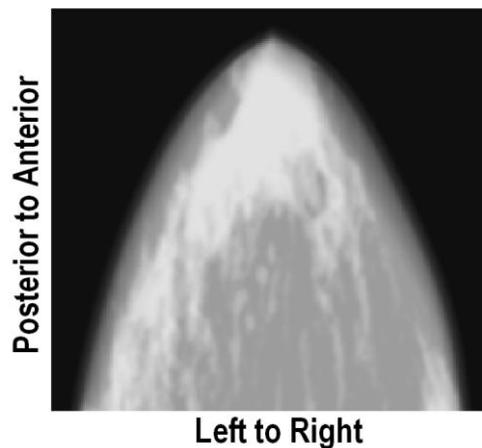


Fig. 76 Mammogramme synthétique issu de la projection du fantôme voxélisé le long de l'axe supérieur-inférieur.

### Chapitre 3

Bien que moins réaliste qu'un mammogramme clinique (en terme de résolution en particulier), ce mammogramme synthétique contient tout de même des structures à haute fréquence spatiale et un certain réalisme, ce qui permet d'affirmer que la géométrie tridimensionnelle considérée est elle-aussi assez réaliste. Nous proposons à présent d'intégrer ce fantôme numérique au sein de la simulation de Monte-Carlo et de calculer le facteur de conversion entre kerma dans l'air et dose glandulaire moyenne. On pose donc la relation entre dose glandulaire et kerma dans l'air :

$$D = K_{a,i} \cdot \alpha, \quad 3.(90)$$

où  $\alpha$  exprimé en mGy/mGy est un coefficient de conversion,  $D$  exprimée en mGy est la dose glandulaire moyenne et où  $K_{a,i}$  exprimé en mGy est le kerma dans l'air en l'absence de fantôme. D'un point de vue géométrique le Bucky est simulé par la traversée successive d'un support en fibre de carbone de 2 mm d'épaisseur, d'une grille antidiffusante (immobile) en plomb de 3 mm d'épaisseur dont les lamelles sont des parallélépipèdes de 50  $\mu\text{m}$  de côté séparées par des espaces transparents de 300  $\mu\text{m}$  et d'une couche de silicium de 10 mm d'épaisseur. Les processus électromagnétiques considérés dans l'étude sont l'effet photoélectrique, l'effet Compton et la diffusion Thomson-Rayleigh, et comme précédemment les sections efficaces PENELOPE ont été restreintes à la gamme d'énergie [0 – 35] keV. Concernant la source, les distributions spectrales recueillies au moment de la simulation du tube à rayons  $X$  sont utilisées pour définir un ensemble de modèles de sources. Afin d'évaluer dans la simulation la grandeur de kerma dans l'air en l'absence de fantôme, un cube d'air de même volume que le volume de la chambre d'ionisation (6  $\text{cm}^3$ ) a été modélisé et positionné en lieu et place du fantôme. La valeur de référence du kerma dans l'air collectée dans cette chambre d'ionisation virtuelle sera utilisée pour le calcul des coefficients de conversion. Concernant la dose glandulaire moyenne, puisque les tissus glandulaires et adipeux sont discernables au sein de notre modélisation il sera possible de les discerner également au niveau des dépôts d'énergie. En conséquence, nous avons défini une grille identique à la grille du fantôme et celle-ci est utilisée pour l'enregistrement des doses absorbées par voxel (ou encore « dosels »). La dose glandulaire moyenne peut donc être déterminée par sommation discrète des doses absorbées dans les voxels correspondants à la partie glandulaire de l'organe. À titre de comparaison, les évaluations analytiques des

coefficients de conversion associés à un fantôme mathématique de 59 mm d'épaisseur ont également été conduites.

**a. Résultats**

Les coefficients de conversion obtenus par approche analytique dans le cas d'un modèle géométrique simple et par simulation de Monte-Carlo dans le cas d'un fantôme voxélique spécifique à une patiente sont présentés en Tab. 28, Tab. 29 et Tab. 30 respectivement pour les couples anode-filtration *Mo/Mo*, *Mo/Rh* et *Rh/Rh*, tandis que l'évolution des divers coefficients en fonction de la CDA est représentée en Fig. 77, Fig. 78 et Fig. 79.

kV	CDA (mm Al)	<i>g</i> (mGy/mGy)	<i>g<sub>sc</sub></i> (mGy/mGy)	Écart de <i>g<sub>sc</sub></i> à <i>g</i> (%)	MC (mGy/mGy)	Écart de MC à <i>g</i> (%)	Écart de MC à <i>g<sub>sc</sub></i> (%)
27	0,349	0,157	0,169	7,8	0,186	18,7	10,1
28	0,360	0,161	0,174	7,7	0,189	16,9	8,5
29	0,371	0,166	0,178	7,7	0,191	15,2	7,0
30	0,384	0,171	0,184	7,6	0,194	13,3	5,3
31	0,394	0,175	0,188	7,6	0,196	12,0	4,1
32	0,407	0,180	0,194	7,5	0,199	10,3	2,6

**Tab. 28** Évaluation des coefficients de conversion par approche analytique et par simulation de Monte-Carlo dans le cas d'un couple anode-filtration *Mo/Mo* .

kV	CDA (mm Al)	<i>g</i> (mGy/mGy)	<i>g<sub>sc</sub></i> (mGy/mGy)	Écart de <i>g<sub>sc</sub></i> à <i>g</i> (%)	MC (mGy/mGy)	Écart de MC à <i>g</i> (%)	Écart de MC à <i>g<sub>sc</sub></i> (%)
27	0,398	0,176	0,193	9,4	0,251	42,0	29,8
28	0,413	0,182	0,199	9,3	0,262	43,30	31,1
29	0,428	0,188	0,206	9,2	0,272	44,6	32,4
30	0,431	0,190	0,207	9,2	0,275	44,8	32,6
31	0,444	0,195	0,213	9,2	0,284	45,8	33,6
32	0,454	0,199	0,217	9,1	0,291	46,6	34,3

**Tab. 29** Évaluation des coefficients de conversion par approche analytique et par simulation de Monte-Carlo dans le cas d'un couple anode-filtration *Mo/Rh* .

kV	CDA (mm Al)	$g$ (mGy/mGy)	$g_{sc}$ (mGy/mGy)	Écart de $g_{sc}$ à $g$ (%)	MC (mGy/mGy)	Écart de MC à $g$ (%)	Écart de MC à $g_{sc}$ (%)
27	0,390	0,176	0,201	14,1	0,229	32,3	15,9
28	0,407	0,182	0,208	14,1	0,241	33,6	17,1
29	0,419	0,188	0,215	14,0	0,249	34,4	17,9
30	0,442	0,190	0,216	13,9	0,264	36,0	19,4
31	0,451	0,195	0,222	13,9	0,270	36,5	19,9
32	0,462	0,199	0,226	13,8	0,277	37,2	20,6

Tab. 30 Évaluation des coefficients de conversion par approche analytique et par simulation de Monte-Carlo dans le cas d'un couple anode-filtration  $Rh/Rh$ .

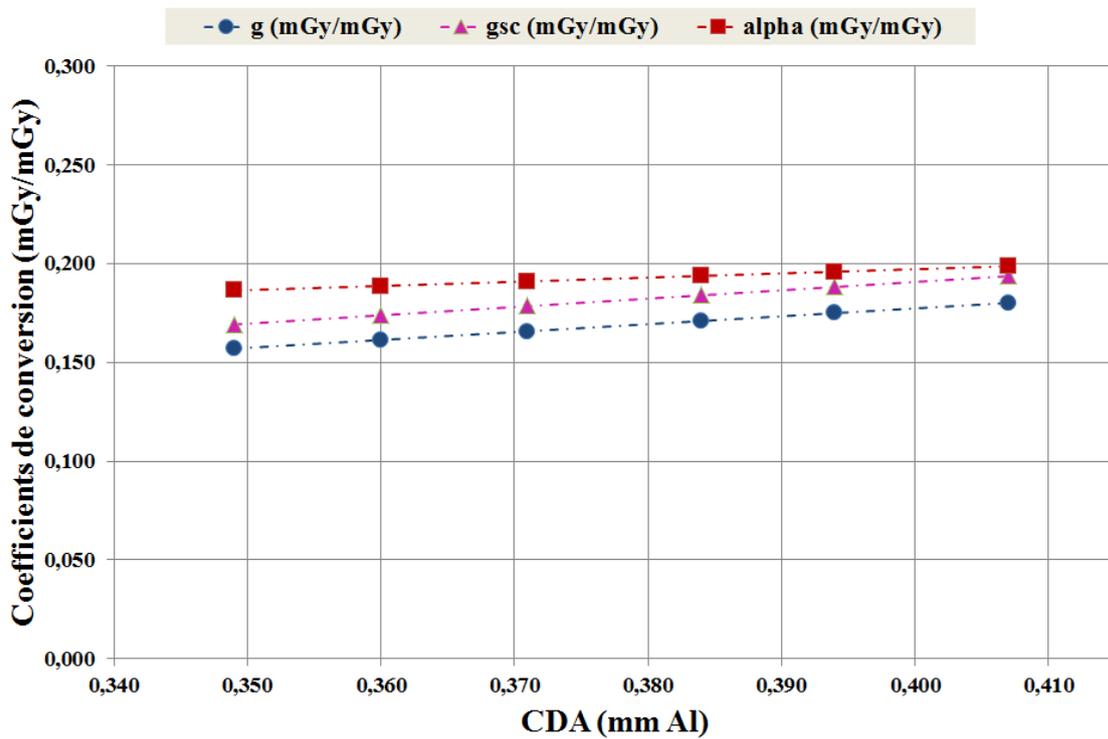


Fig. 77 Évolution des coefficients de conversion en fonction de la CDA pour le couple anode-filtration  $Mo/Mo$ .

### Chapitre 3

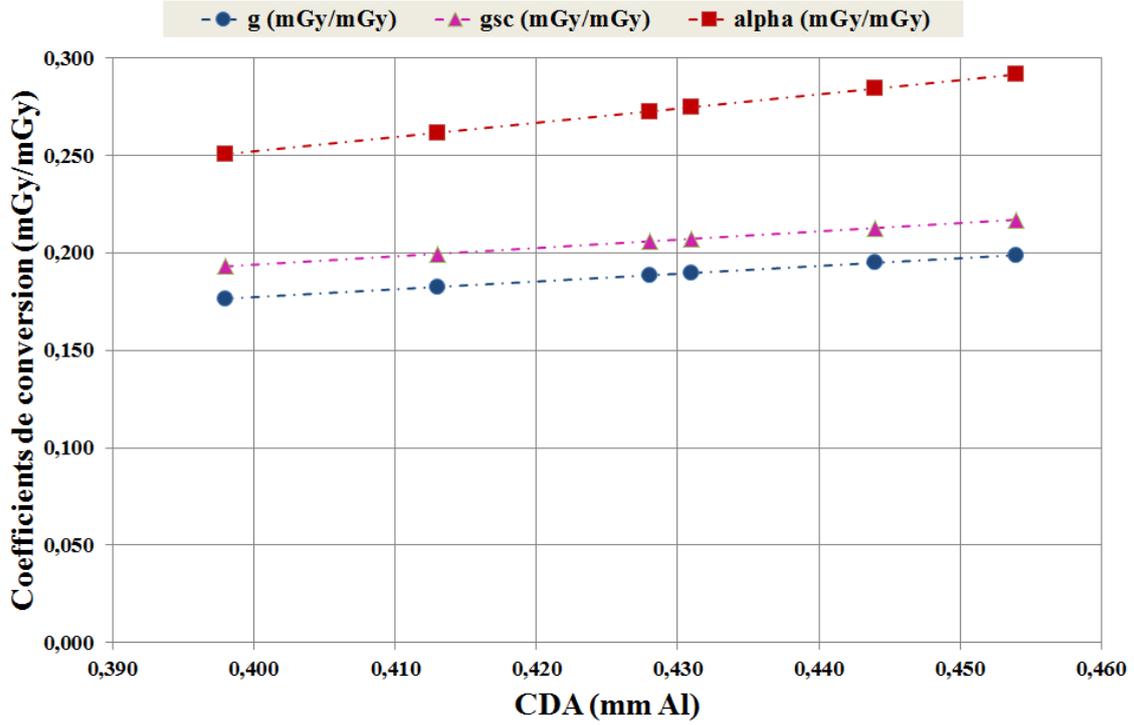


Fig. 78 Évolution des coefficients de conversion en fonction de la CDA pour le couple anode-filtration *Mo/Rh* .

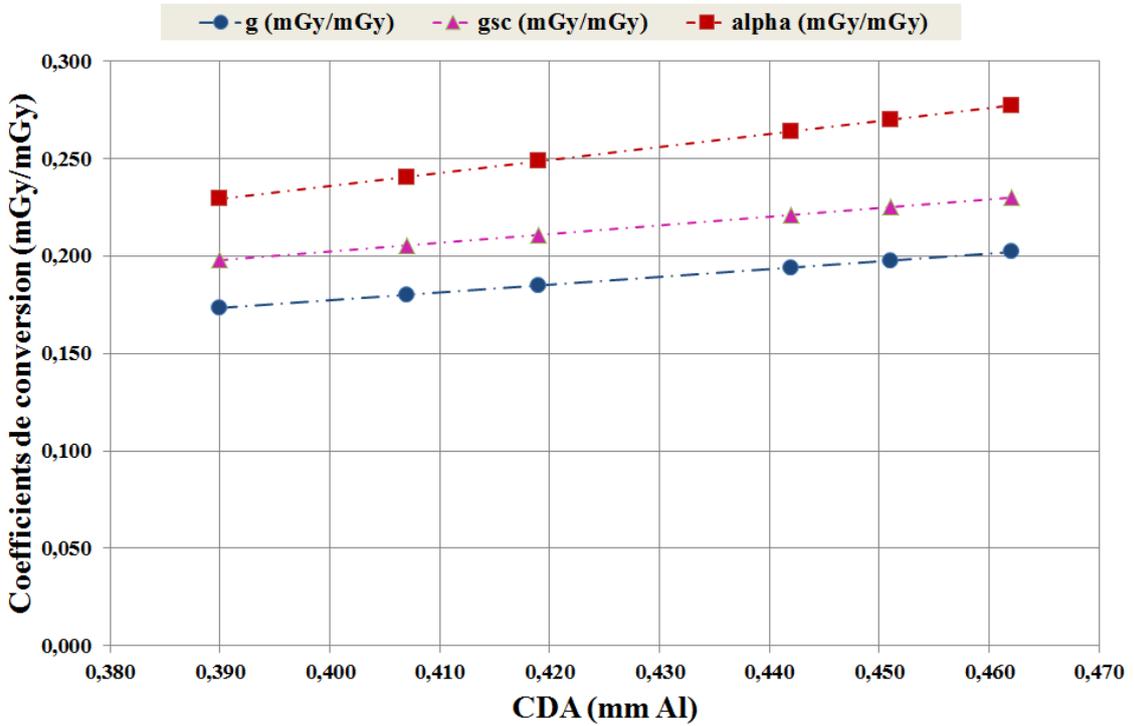


Fig. 79 Évolution des coefficients de conversion en fonction de la CDA pour le couple anode-filtration *Rh/Rh* .

### Chapitre 3

L'ensemble des résultats présentés correspond à une épaisseur sous compression constante avec variation du couple anode-filtration, variation de la CDA et variation de la géométrie (fantôme simple et modélisation fine). On constate tout d'abord une augmentation des coefficients de conversion avec l'augmentation de la CDA. En effet, une augmentation de la CDA correspond à un faisceau plus pénétrant et se traduit donc par des coefficients de conversion qui augmentent. L'allure générale des courbes est donc en accord avec ce qui est attendu. Les trois courbes bleues (symboles ronds) correspondent au calcul du facteur  $g$  pour le cas d'un fantôme mathématique dont l'enveloppe centrale est un mélange homogène 50 – 50 (ce facteur  $g$  est très souvent utilisé en première approximation).

Les trois courbes roses (symboles triangles) correspondent au calcul du facteur  $g_{sc}$  pour le cas d'un fantôme mathématique dont l'enveloppe centrale est un mélange homogène 25 – 75, où 25 est le pourcentage de glandularité. Il s'agit de la valeur d'abaque la plus proche de la fraction glandulaire évaluée pour notre modélisation fine qui s'élève pour rappel à 27,3%. Au cours du remplacement de  $g$  par  $g_{sc}$ , la fraction glandulaire diminue d'un facteur 0,5 tandis que la fraction adipeuse augmente d'un facteur 1,5, ce qui conduit à une diminution de la masse volumique du mélange équivalent. Compte tenu de la différence des coefficients d'absorption massique de la graisse et de la glande représentée par le facteur  $c$ , le facteur  $g_{sc}$  est ainsi augmenté. L'écart entre courbes bleues et roses mesure donc l'impact de l'erreur d'estimation de la fraction glandulaire, tandis que la géométrie est inchangée. Sa valeur maximale a été évaluée à 14,1% pour les cas considérés ce qui met bien en évidence que l'hypothèse d'un mélange homogène 50 – 50 retenue par l'approche analytique est une approximation plutôt grossière qui conduit à une sous-estimation non négligeable de la dose absorbée. Les principales limitations de ce modèle sont la considération d'une géométrie simpliste non-représentative des arrangements spatiaux complexes pouvant être observés dans un cas réaliste et la non-distinction entre structures glandulaires et adipeuses (hypothèse d'un mélange homogène).

Nous proposons donc d'essayer de lever ces limitations grâce à l'utilisation d'une géométrie plus fine distinguant les différentes structures d'intérêt (Fig. 75). Les trois courbes rouges (symboles carrés) correspondent au calcul du facteur  $\alpha$  pour le cas d'un fantôme patiente-spécifique dont la fraction glandulaire s'élève à 27,3%. L'écart

entre courbes roses et courbes rouges est essentiellement lié à l'influence de la prise en compte d'une géométrie plus fine, puisque les fractions glandulaires sont relativement proches. Au niveau des tableaux associés, les valeurs d'écart à  $g$  mesurent l'impact de la différence de composition et de la géométrie, tandis que les valeurs d'écarts à  $g_{sc}$  mesurent uniquement l'impact de la géométrie. L'écart maximal de la simulation à  $g_{sc}$  s'élève à 34,3%, ce qui signifie que l'influence des arrangements spatiaux n'est pas négligeable. En effet, le tissu glandulaire est impacté différemment selon sa profondeur au regard du point d'entrée du faisceau et cette distinction n'est pas possible au sein des modèles classiques. L'écart entre courbes roses et rouges montre ainsi pour la patiente considérée une sous-estimation systématique de la dose absorbée. De fait, la pertinence de l'utilisation d'une géométrie plus réaliste à des fins de détermination d'une dose absorbée se trouve mise en évidence sur ce cas particulier.

### **b. Conclusions et perspectives**

Dans le cadre de ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la possibilité de détermination d'une dose individuelle absorbée en mammographie numérique. Pour ce faire, les travaux développés aux chapitres 1 et 2 de ce manuscrit nous ont permis de concevoir des fantômes individuels à partir de données cliniques d'IRM mammaire puis de déformer ces entités afin de reproduire les conditions mécaniques d'un examen de mammographie. La voxélisation de ces entités maillées nous a fourni des fantômes numériques individuels reproduisant le positionnement de l'examen d'intérêt. La dose absorbée en mammographie dépend principalement de trois facteurs qui sont le spectre produit par le tube à rayons  $X$  de la machine, la composition chimique élémentaire de l'organe (en particulier sa fraction glandulaire) et son épaisseur sous compression. Nous avons adressé les deux derniers aspects cités dans les deux premiers chapitres de ce manuscrit, tandis que nous avons approché les aspects concernant le spectre de rayons  $X$  et la dose absorbée par simulation de Monte-Carlo. Ainsi, nous avons proposé dans ce chapitre, d'une part, une modélisation de Monte-Carlo du tube à rayons  $X$  et d'autre part, un calcul des coefficients de conversion permettant le passage d'une grandeur mesurable à une dose glandulaire moyenne.

### Chapitre 3

La simulation d'un tube à rayons  $X$  par modélisation de Monte-Carlo et la comparaison des critères de spécification de la qualité d'un faisceau entre cette simulation et des mesures expérimentales d'une part et des modélisations spectrales empiriques d'autre part a montré des résultats encourageants avec une erreur maximale sur le critère de CDA de 5,2% au regard de la référence expérimentale. Concernant la simulation, les limitations que nous pouvons mentionner sont à rapprocher des incertitudes géométriques liées à une connaissance partielle des dimensions physiques des divers constituants, des incertitudes liées à une connaissance partielle des matériaux et des incertitudes liées à l'utilisation des sections efficaces à basse énergie. Concernant ce dernier point les sections efficaces PENELOPE ont été retenues car réputées plus exactes à basse énergie bien que ce point soit encore à ce jour l'objet de débats. De même, la référence expérimentale est elle-même soumise à des incertitudes, telles que des incertitudes de positionnement, des incertitudes de mesure ou encore des incertitudes de réponse de la chambre d'ionisation en fonction de l'énergie. Compte tenu de l'erreur maximale reportée les modélisations ont été considérées comme valides, permettant ainsi la définition d'un catalogue de modèles de sources polyénergétiques. De plus et au regard des incertitudes géométriques de la modélisation anatomique (essentiellement reproduction du positionnement de l'organe), les incertitudes associées aux parties matérielles et physiques de la simulation nous semblent moins prépondérantes.

Concernant le volet traitant de la dose absorbée en mammographie numérique, l'utilisation d'un fantôme plus réaliste en lieu et place d'un modèle simpliste a déjà été proposée par Dance *et al.* [Dance *et al.*, 2005] ainsi que par Zankl *et al.* [Zankl *et al.*, 2005] qui ont montré tous deux les limitations de l'approche classique et de grandes variations entre les deux méthodes. Si l'on replace l'approche analytique dans son contexte, ses objectifs sont l'évaluation des performances et de la consistance des dispositifs cliniques et elle n'est en aucun cas dédiée à de la dosimétrie individualisée. En effet, le critère reporté sur chaque compte rendu d'examen est un critère de dose glandulaire moyenne et le qualificatif *moyenne* désigne ici le cas d'une patiente *moyenne* examinée dans des conditions *standards*. Compte tenu des grandes variations reportées, notamment dans les travaux de Yaffe *et al.* [Yaffe *et al.*, 2009], on peut néanmoins raisonnablement s'interroger sur la pertinence des qualificatifs de *moyenne* et de *standard*. Nous avons proposé dans ce

travail d'individualiser davantage cette détermination grâce à l'utilisation de modélisations numériques reproduisant le positionnement de la mammographie. Le calcul de coefficients de conversion que nous avons effectué par simulation de Monte-Carlo permet le passage d'une grandeur mesurable (le kerma) à la grandeur de dose glandulaire moyenne. La comparaison de ces résultats à l'approche analytique met en évidence des disparités importantes avec une variation maximale enregistrée de 34,3%, et est en accord avec les travaux de Dance (modification du fantôme mathématique) et les travaux de Zankl (considération d'un fantôme voxélisé ne reproduisant pas le positionnement de l'examen) qui ont également montré tous deux des variations non négligeables. Nous avons relevé que cette variation peut conduire à une sous-estimation conséquente de la dose glandulaire moyenne reportée sur le compte rendu d'examen, qui elle-même peut potentiellement remettre en cause les estimations du risque de développement de cancers radio-induits ainsi que la balance bénéfico-risque d'un examen concernant en grande majorité des patientes asymptomatiques. L'approche proposée apporte davantage de réalisme que les précédents travaux mais présente également des limitations. Parmi celles-ci, les incertitudes liées à la conception d'un fantôme numérique reproduisant le positionnement de la mammographie ont déjà été discutées dans les deux précédents chapitres. Un point important non discuté concerne l'épaisseur de l'organe sous compression. Nous avons utilisé les indications numériques du dispositif clinique dans nos modélisations, et il a été montré que la méconnaissance de ce paramètre peut avoir une conséquence notable sur un calcul de dose absorbée. La voxélisation apporte elle aussi une incertitude et résulte d'un compromis entre des voxels fins permettant une bonne représentation de la géométrie mais nécessitant la simulation d'un nombre considérable de particules afin de permettre l'enregistrement d'un nombre raisonnable d'interactions dans chaque entité élémentaire, et des voxels grossiers qui n'apportent pas le critère de réalisme recherché. Nous venons de discuter ici des incertitudes géométriques mais tout comme pour la modélisation de l'unité de production de rayons X, les incertitudes liées aux matériaux et aux sections efficaces sont également présentes. Il est évident que tous ces points se doivent d'être soulignés et adressés, mais l'approche proposée pose néanmoins les bases solides permettant de se rapprocher du concept de dosimétrie individualisée en mammographie numérique.

## Conclusions et perspectives

**L**e travail présenté ici avait pour objectif le *Développement d'une méthode de détermination de la dose individuelle absorbée en mammographie numérique par utilisation d'imageries multi-modales*. Une analyse du sujet permet de mettre en évidence deux axes de réflexion :

- La détermination d'une dose absorbée en mammographie numérique n'est à ce jour pas individualisée et repose sur l'utilisation de facteurs de conversion calculés à l'aide de géométries *standards* pour des conditions d'exposition *standards*. Ce point est particulièrement important puisque cet examen s'adresse à des patientes en grande majorité asymptomatiques et que la répétition des examens augmente le risque de développement d'un cancer radio-induit. Ainsi, une méconnaissance de la grandeur de dose absorbée pourrait en théorie conduire à la remise en question de la balance bénéfice-risque de cet examen pour certaines patientes.
- Les clichés de mammographie considérés seuls ne permettent pas cette évaluation de la dose absorbée. La principale limitation sous-jacente est que cet examen permet le recueil de deux clichés associés à deux incidences différentes, et qu'une reconstruction volumétrique à partir de ces deux seules données bidimensionnelles n'est probablement pas possible. En revanche, le protocole de prise en charge clinique est potentiellement complexe selon la patiente considérée et inclut en particulier l'utilisation de modalités complémentaires tridimensionnelles telles que l'IRM mammaire. Les informations recueillies au cours des divers examens sont différentes en termes de nature du signal physique enregistré, de dimension des données acquises et de positionnement spatial de l'organe mais portent tout de même une certaine notion de complémentarité ainsi qu'une forme de cohérence.

Sur la base de ces réflexions, nous nous sommes fixé trois objectifs qui étaient : d'être en mesure de concevoir une modélisation anatomique tridimensionnelle individualisée des différentes structures composant le sein, de pouvoir accéder à cette

## Conclusion

information volumétrique dans les conditions mécaniques de positionnement d'un examen de mammographie et de pouvoir exploiter une information volumétrique sous compression au sein d'une simulation de Monte-Carlo dans l'optique d'effectuer une estimation de la grandeur de dose absorbée.

### **Contributions et limitations**

**Chapitre 1 :** proposition d'une méthode permettant la segmentation automatique de données volumétriques d'IRM mammaire. Afin d'automatiser l'approche on s'est ici basé sur un débruitage des données et sur une segmentation statistique des données débruitées. Le débruitage des données s'appuie sur une modification bien connue de l'équation de propagation de la chaleur qui permet une élimination anisotrope du bruit sur la base d'un critère d'amplitude des gradients. Il s'agit d'un processus itératif qui est gouverné par deux paramètres qui sont ce critère d'amplitude et un temps d'arrêt. Nous avons proposé une méthode qui permet d'automatiser de manière itérative la détermination de ces deux valeurs de manière à respecter continuellement le signal au cours des itérations de lissage. À l'issue du débruitage la robustesse de l'initialisation proposée à la segmentation statistique est mise en évidence. La segmentation statistique est quant à elle basée sur l'utilisation de champs de Markov résolus sous formulation bayésienne. Les bonnes performances et la robustesse de l'approche ont été montrées sur données synthétiques et sur données cliniques.

Le jeu de données cliniques considéré inclut un nombre relativement faible de patientes, appartenant toutes à la même typologie de population et présentant donc une variabilité vraisemblablement inférieure à la variabilité de la population générale. Si l'extension de la validité de l'approche de segmentation à d'autres patientes répondant aux mêmes caractéristiques nous semble plausible, nous sommes en revanche sceptiques sur une possible extension à la population générale. De plus, l'évaluation des segmentations automatiques a été réalisée grâce à la confrontation à des segmentations manuelles, elles même entachées de variabilités dont l'évaluation n'a pas été conduite. En perspective directe de ce travail, des réflexions concernant les notions de variabilité et de généralisation seraient donc pertinentes.

## Conclusion

**Chapitre 2 :** proposition d'une modélisation de la transformation permettant le passage du référentiel géométrique de l'IRM au référentiel géométrique de la mammographie. Nous nous sommes appuyés ici sur une formulation physique du problème mécanique de compression. La formulation physique fait appel aux notions issues de la théorie de la mécanique des milieux continus et la résolution numérique s'appuie sur la méthode des éléments finis. Le problème proposé est complexe puisqu'il comprend au moins : une non-linéarité matérielle, une non-linéarité géométrique et une non-linéarité de contact. La non-linéarité matérielle est à rapprocher d'un modèle rhéologique où contrainte et déformation ne sont plus liées par un coefficient de proportionnalité ; la non-linéarité géométrique est à rapprocher de la grande déformation et à l'invalidité de l'hypothèse de linéarisation autour d'une configuration de référence ; et la non-linéarité de contact est à rapprocher des contacts plaques-peau qui introduisent des conditions aux limites variables au cours du temps. À la différence des autres modélisations biomécaniques de la littérature, nous avons tenu compte de toutes ces non-linéarités et avons également proposé une rationalisation de l'approche. Pour ce faire nous avons employé un modèle simple, et celui-ci a permis de mettre en évidence certaines déficiences de modélisation, en particulier lorsque le problème est posé sous l'hypothèse des petites perturbations qui est physiquement invalide dans le cadre du problème considéré. Nous avons également montré que la spécification d'un tel *a priori* erroné a davantage d'influence que la paramétrisation d'un modèle rhéologique, puisqu'en levant l'hypothèse des petites perturbations et en considérant un modèle rhéologique hyperélastique nous avons observé que la variabilité des coefficients du modèle avait une répercussion relativement faible sur les déformations. Une fois le modèle de passage retenu, nous l'avons mis en œuvre sur données cliniques, permettant la conception d'entités maillées segmentées reproduisant le positionnement mécanique de l'examen de mammographie et reproduisant en particulier l'épaisseur de l'organe sous compression fournie par le sénographe.

Même si nous avons essayé de reproduire des conditions mécaniques de compression les plus réalistes possibles, nous avons montré dans le second chapitre la grande heuristique pouvant être observée au niveau des modèles rhéologiques retenus, de la paramétrisation de ceux-ci, ainsi qu'au niveau de la définition des conditions de chargement. Même si le modèle proposé peut sembler raisonnable et justifiable d'un

## Conclusion

point de vue physique, la validation sous conditions cliniques est nécessaire et ne peut se faire hors d'un cadre réglementé et approuvé. Ce point est une perspective directe de ce travail, mais la voie d'une telle validation doit être réfléchie au regard des limitations des méthodes préconisant le suivi de fiduciaires, la robustesse de celles-ci pouvant être mise en défaut.

**Chapitre 3 :** réflexion sur un possible basculement vers un concept de dosimétrie individualisée en mammographie numérique. Nous avons intégré une modélisation individuelle reproduisant le positionnement d'un examen de mammographie au sein d'une simulation de Monte-Carlo grâce à une voxélisation de la configuration déformée. Puisque la dose absorbée dépend également de la distribution spectrale du faisceau, nous avons proposé la simulation d'une unité de production de rayons X. Afin de valider cette simulation, nous nous sommes appuyés sur une comparaison des critères qualitatifs entre mesures expérimentales, modélisations empiriques et simulations de Monte-Carlo. Une fois la définition de ces sources polyénergétiques validée, nous avons conduit la simulation au sein d'une modélisation fine et avons estimé de nouveaux coefficients de conversion pouvant être utilisés dans un calcul de dose absorbée davantage individualisé.

Sur la question de la validation de l'estimation de la dose absorbée, aucune mesure ne permettra jamais cette validation sous conditions réalistes. L'utilisation de fantômes physiques et géométriques simplistes à des fins de validation pose en effet de sévères problèmes de manque de réalisme et d'extrapolation. Il apparaît pourtant évident qu'il est plus juste de considérer des données plus fines et ici également les réflexions concernant les notions de variabilité, de robustesse et de validation doivent être conduites en tant que perspectives naturelles de ce travail.

Nous avons mis en œuvre et testé une approche originale posant les bases permettant de se rapprocher d'une individualisation de l'estimation de la dose absorbée en mammographie. Ce travail est essentiellement méthodologique mais montre la faisabilité et l'utilité d'une telle approche qui consiste à concevoir une modélisation tridimensionnelle individuelle à partir d'une segmentation de données cliniques d'IRM, à déformer cette modélisation sur la base d'une formulation physique de la

## Conclusion

transformation puis à exploiter cette configuration déformée au sein d'une simulation de Monte-Carlo permettant de s'intéresser à l'estimation de la grandeur de dose absorbée.

## Perspectives

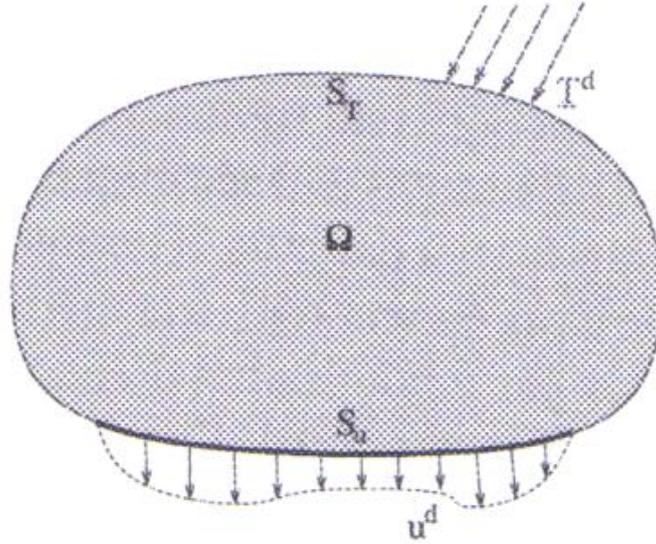
Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes penchés sur un petit volet de la grande thématique que constitue la modélisation de *l'humain numérique*. Les applications présentées sont à la croisée des domaines de l'informatique, des mathématiques appliquées, de la physique et de la physique médicale. Il est évident que ce travail mérite d'être amélioré ainsi que consolidé en s'intéressant en particulier aux aspects de variabilité, de robustesse et de pouvoir de généralisation des différents volets. Cependant, de nouvelles perspectives plus ou moins directes peuvent être ouvertes, comme par exemple la conception d'atlas (ou d'atlas probabilistes) ainsi qu'une gradation du risque de développement d'un cancer respectivement à partir des segmentations et de l'évaluation d'un critère de glandularité. Assez naturellement, il serait également possible de s'intéresser à la variation de la grandeur de dose absorbée en fonction des conditions de compression et de la répartition spatiale des différentes structures au sein de l'organe. De même, les études de dose absorbée en tomosynthèse mammaire et le guidage temps-réel de biopsies (FEM et équations de la mécanique) seraient des applications plutôt directes. Un peu plus éloigné, l'utilisation de ces modèles à des fins d'étude de la propagation des ondes ultrasonores et donc à la mise au point inverse de sondes échographiques serait également une possibilité. Ainsi, on constate ici qu'une des forces des modèles proposés et leur genericité et leur réalisme qui rendent possible leur utilisation à travers de nombreuses disciplines, et qu'au final les applications potentielles ne sont donc limitées que par la seule imagination du concepteur.



## Annexe

### *Exemple de formulation forte d'un problème général.*

On se donne un solide occupant dans sa configuration de référence le domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ , limité par sa frontière  $\partial\Omega$  (Fig. 80). À titre d'exemple, on suppose que la structure est chargée par une densité surfacique d'efforts  $\vec{T}^d$  imposés sur  $S_T \subset \partial\Omega$ , par des déplacements imposés  $\vec{u}^d$  sur la partie complémentaire de la frontière  $S_u = S_T \setminus \partial\Omega$  et par des distributions de forces volumiques  $\vec{f}$ .



**Fig. 80** Considération généraliste d'un domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  limité par une frontière  $\partial\Omega$ . La structure est à titre d'exemple chargée par une densité surfacique d'efforts  $\vec{T}^d$  imposés sur  $S_T \subset \partial\Omega$ , par des déplacements imposés  $\vec{u}^d$  sur la partie complémentaire de la frontière  $S_u = S_T \setminus \partial\Omega$ , et par des distributions données de forces volumiques  $\vec{f}$ .

Trois champs sont inconnus : le champ de déplacement, le champ de déformation et le champ de contrainte. Si encore à titre d'exemple on se place dans le cadre d'une étude dynamique sur l'intervalle temporel  $t \in [0, t]$  sous l'hypothèse HPP, le problème sera alors gouverné par les équations locales :

$$\overrightarrow{\text{div}} \bar{\sigma} + \rho \vec{f} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad \text{A.(91)}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} + \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}} \right)^T \right], \quad \text{A.(92)}$$

$$\bar{\sigma}(\vec{x}) = A : \bar{\varepsilon}(\vec{x}), \quad \text{A.(93)}$$

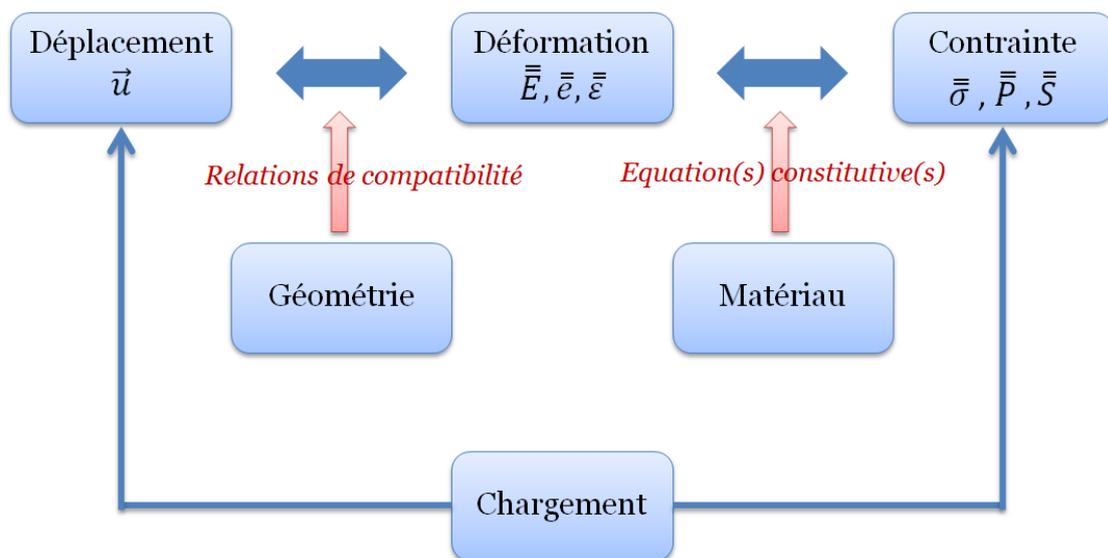
avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{u}^d \\ \vec{T} = \vec{T}^d \end{cases}, \quad \text{A.(94)}$$

et les conditions initiales :

$$\begin{cases} \vec{u}(t = 0) = \vec{u}_0 \\ \vec{v}(t = 0) = \vec{v}_0 \end{cases}, \quad \text{A.(95)}$$

L'ensemble de ces équations constituent ce que l'on appelle la formulation forte du problème, tandis qu'une formulation faible sera obtenue par application du principe des puissances virtuelles. Ces équations relèvent de plusieurs catégories qui sont une équation de dynamique A.(91), une équation de compatibilité A.(92), une équation de comportement A.(93), ainsi que des conditions aux limites (déplacements et efforts imposés) et des conditions initiales (déplacement et vitesse à l'instant initial). Les variables du problème sont les déplacements (ainsi que les dérivées, *i.e.* la vitesse et l'accélération), les déformations et les contraintes, comme illustré sur le schéma logique de description d'un problème quelconque (Fig. 81).



**Fig. 81** Schéma logique de description d'un problème quelconque : le problème peut être posé en formulation mixte c'est-à-dire en considérant les trois champs inconnus mais peut également être reformulé comme un problème à un champ inconnu.

## Annexe

On peut choisir de conserver toutes ces variables et d'avoir ainsi un problème sous formulation dite mixte<sup>52</sup> qui est alors composé des trois champs inconnus. De même, on peut choisir d'exploiter les relations de compatibilité A.(92) et constitutives A.(93), permettant alors de se ramener à une formulation comportant un seul champ inconnu (théorèmes de Brezzi).

---

<sup>52</sup> Une formulation dite « mixte » comportera de manière générale plus d'un champ inconnu.



## Références

- [Attard, 2003] M. M. Attard, “Finite strain— isotropic hyperelasticity,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 40, no. 17, pp. 4353–4378, 2003.
- [Ay *et al.*, 2004] M. R. Ay, M. Shahriari, S. Sarkar, M. Adib, and H. Zaidi, “Monte Carlo simulation of x-ray spectra in diagnostic radiology and mammography using MCNP4C,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 49, no. 21, p. 4897, 2004.
- [Azar *et al.*, 2000] F. S. Azar, D. N. Metaxas, and M. D. Schnall, “A finite element model of the breast for predicting mechanical deformations during biopsy procedures,” in *Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis, 2000. Proceedings. IEEE Workshop on*, 2000, pp. 38–45.
- [Azar, 2001] F.S. Azar, “A Deformable Finite Element Model of the Breast for Predicting Mechanical Deformations under External Perturbations,” PhD Thesis, Dept. of Bioengineering, University of Pennsylvania, Philadelphia PA, USA, 2001.
- [Azar *et al.*, 2002] F. S. Azar, D. N. Metaxas, and M. D. Schnall, “Methods for modeling and predicting mechanical deformations of the breast under external perturbations,” *Med. Image Anal.*, vol. 6, no. 1, pp. 1–27, 2002.
- [Bakic, 2000] P. R. Bakic, “Breast tissue description and modeling in mammography,” Lehigh University, 2000.
- [Bakic *et al.*, 2002a] P. R. Bakic, M. Albert, D. Brzakovic, and A. D. Maidment, “Mammogram synthesis using a 3D simulation. I. Breast tissue model and image acquisition simulation,” *Med. Phys.*, vol. 29, no. 9, pp. 2131–2139, 2002.
- [Bakic *et al.*, 2002b] P. R. Bakic, M. Albert, D. Brzakovic, and A. D. Maidment, “Mammogram synthesis using a 3D simulation. II. Evaluation of synthetic mammogram texture,” *Med. Phys.*, vol. 29, no. 9, pp. 2140–2151, 2002.
- [Bakic *et al.*, 2003] P. R. Bakic, M. Albert, D. Brzakovic, and A. D. Maidment, “Mammogram synthesis using a three-dimensional simulation. III. Modeling and evaluation of the breast ductal network,” *Med. Phys.*, vol. 30, no. 7, pp. 1914–1925, 2003.
- [Bakic *et al.*, 2011] P. R. Bakic, C. Zhang, and A. D. Maidment, “Development and characterization of an anthropomorphic breast software phantom based upon region-growing algorithm,” *Med. Phys.*, vol. 38, no. 6, pp. 3165–3176, 2011.
- [Balafar *et al.*, 2010] M. A. Balafar, A. R. Ramli, M. I. Saripan, and S. Mashohor, “Review of brain MRI image segmentation methods,” *Artif. Intell. Rev.*, vol. 33, no. 3, pp. 261–274, 2010.
- [Belaroussi *et al.*, 2006] B. Belaroussi, J. Milles, S. Carne, Y. M. Zhu, and H. Benoit-Cattin, “Intensity non-uniformity correction in MRI: existing methods and their validation,” *Med. Image Anal.*, vol. 10, no. 2, pp. 234–246, 2006.
- [Berry *et al.*, 2005] D. A. Berry, K. A. Cronin, S. K. Plevritis, D. G. Fryback, L. Clarke, M. Zelen, J. S. Mandelblatt, A. Y. Yakovlev, J. D. F. Habbema, and E. J. Feuer, “Effect of screening and adjuvant therapy on mortality from breast cancer,” *N. Engl. J. Med.*, vol. 353, no. 17, pp. 1784–1792, 2005.
- [Besag, 1986] J. Besag, “On the statistical analysis of dirty pictures,” *J. R. Stat. Soc. Ser. B Methodol.*, pp. 259–302, 1986.
- [Bezdek *et al.*, 1992] J. C. Bezdek, L. O. Hall, and L. Clarke, “Review of MR image segmentation techniques using pattern recognition,” *Med. Phys.*, vol. 20, no. 4, pp. 1033–1048, 1992.

## Références

- [Bezdek, 1993] J. C. Bezdek, “A review of probabilistic, fuzzy, and neural models for pattern recognition,” *J. Intell. Fuzzy Syst.*, vol. 1, no. 1, pp. 1–25, 1993.
- [Bhat *et al.*, 1999] M. Bhat, J. Pattison, G. Bibbo, and M. Caon, “Off-axis x-ray spectra: A comparison of Monte Carlo simulated and computed x-ray spectra with measured spectra,” *Med. Phys.*, vol. 26, no. 2, pp. 303–309, 1999.
- [Bhatti and Sridhar-Keralapura, 2012] S. N. Bhatti and M. Sridhar-Keralapura, “A novel breast software phantom for biomechanical modeling of elastography,” *Med. Phys.*, vol. 39, no. 4, pp. 1748–1768, 2012.
- [Birch and Marshall, 1979] R. Birch and M. Marshall, “Computation of bremsstrahlung x-ray spectra and comparison with spectra measured with a Ge (Li) detector,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 24, no. 3, p. 505, 1979.
- [Black *et al.*, 1998] M. J. Black, G. Sapiro, D. H. Marimont, and D. Heeger, “Robust anisotropic diffusion,” *Image Process. IEEE Trans.*, vol. 7, no. 3, pp. 421–432, 1998.
- [Bliznakova *et al.*, 2003] K. Bliznakova, Z. Bliznakov, V. Bravou, Z. Kolitsi, and N. Pallikarakis, “A three-dimensional breast software phantom for mammography simulation,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 48, no. 22, p. 3699, 2003.
- [Boone *et al.*, 1997] J. M. Boone, T. R. Fewell, and R. J. Jennings, “Molybdenum, rhodium, and tungsten anode spectral models using interpolating polynomials with application to mammography,” *Med. Phys.*, vol. 24, no. 12, pp. 1863–1874, 1997.
- [Boone and Seibert, 1997] J. M. Boone and J. A. Seibert, “An accurate method for computer-generating tungsten anode x-ray spectra from 30 to 140 kV,” *Med. Phys.*, vol. 24, no. 11, pp. 1661–1670, 1997.
- [Bottigli *et al.*, 2006] U. Bottigli, B. Golosio, G. L. Masala, P. Oliva, S. Stumbo, P. Delogu, M. E. Fantacci, L. Abbene, F. Fauci, and G. Raso, “Comparison of two portable solid state detectors with an improved collimation and alignment device for mammographic x-ray spectroscopy,” *Med. Phys.*, vol. 33, no. 9, pp. 3469–3477, 2006.
- [Bridcut *et al.*, 2001] R. R. Bridcut, T. W. Redpath, C. F. Gray, and R. T. Staff, “The use of SPAMM to assess spatial distortion due to static field inhomogeneity in dental MRI,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 46, no. 5, p. 1357, 2001.
- [Burgess *et al.*, 2001] A. E. Burgess, F. L. Jacobson, and P. F. Judy, “Human observer detection experiments with mammograms and power-law noise,” *Med. Phys.*, vol. 28, no. 4, pp. 419–437, 2001.
- [Bushberg and Boone, 2011] J. T. Bushberg and J. M. Boone, *The essential physics of medical imaging*. Lippincott Williams & Wilkins, 2011.
- [Byrne and Spornak, 2005] C. Byrne and S. Spornak, “What is breast density?,” *Breast Cancer Online*, vol. 8, no. 10, 2005.
- [Camarasu-Pop *et al.*, 2014] S. Camarasu-Pop, T. Glatard, R. F. Da Silva, P. Gueth, D. Sarrut, and H. Benoit-Cattin, “Monte Carlo simulation on heterogeneous distributed systems: A computing framework with parallel merging and checkpointing strategies,” *Future Gener. Comput. Syst.*, vol. 29, no. 3, pp. 728–738, 2013.
- [Caon, 2004] M. Caon, “Voxel-based computational models of real human anatomy: a review,” *Radiat. Environ. Biophys.*, vol. 42, no. 4, pp. 229–235, 2004.
- [Carter *et al.*, 2008] T. Carter, C. Tanner, N. Beechey-Newman, D. Barratt, and D. Hawkes, “MR navigated breast surgery: method and initial clinical experience,” in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention—MICCAI 2008*, Springer, 2008, pp. 356–363.

## Références

- [Catté *et al.*, 1992] F. Catté, P.-L. Lions, J.-M. Morel, and T. Coll, “Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion,” *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 29, no. 1, pp. 182–193, 1992.
- [Chawla *et al.*, 2009] A. S. Chawla, J. Y. Lo, J. A. Baker, and E. Samei, “Optimized image acquisition for breast tomosynthesis in projection and reconstruction space,” *Med. Phys.*, vol. 36, no. 11, pp. 4859–4869, 2009.
- [Chen *et al.*, 2004] Z. Chen, S. S. Li, J. Yang, D. Letizia, and J. Shen, “Measurement and automatic correction of high-order  $B_0$  inhomogeneity in the rat brain at 11.7 Tesla,” *Magn. Reson. Imaging*, vol. 22, no. 6, pp. 835–842, 2004.
- [Chen *et al.*, 2011a] B. Chen, J. Shorey, R. S. Saunders Jr, S. Richard, J. Thompson, L. W. Nolte, and E. Samei, “An anthropomorphic breast model for breast imaging simulation and optimization,” *Acad. Radiol.*, vol. 18, no. 5, pp. 536–546, 2011.
- [Chen *et al.*, 2011b] D. Chen, S. MacLachlan, and M. Kilmer, “Iterative parameter-choice and multigrid methods for anisotropic diffusion denoising,” *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 33, no. 5, pp. 2972–2994, 2011.
- [Chen *et al.*, 2011c] S. Y. Chen, H. Tong, and C. Cattani, “Markov models for image labeling,” *Math. Probl. Eng.*, vol. 2012, 2011.
- [Choi *et al.*, 1991] H. S. Choi, D. R. Haynor, and Y. Kim, “Partial volume tissue classification of multichannel magnetic resonance images—a mixel model,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 10, no. 3, pp. 395–407, 1991.
- [Chung *et al.*, 2008] J. H. Chung, V. Rajagopal, P. M. F. Nielsen, and M. P. Nash, “A biomechanical model of mammographic compressions,” *Biomech. Model. Mechanobiol.*, vol. 7, no. 1, pp. 43–52, 2008.
- [Clark, 1991] J. W. Clark, “Neural network modelling,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 36, no. 10, p. 1259, 1991.
- [Cover *et al.*, 1993] S. A. Cover, N. F. Ezquerra, J. F. O’Brien, R. Rowe, T. Gadacz, and E. Palm, “Interactively deformable models for surgery simulation,” *Comput. Graph. Appl. IEEE*, vol. 13, no. 6, pp. 68–75, 1993.
- [Cranley *et al.*, 1997] K. Cranley, B. J. Gilmore, G. W. A. Fogarty, L. Desponds, and D. Sutton, “Catalogue of diagnostic x-ray spectra and other data,” *IPEM Rep.*, vol. 78, 1997.
- [Cristy, 1980] M. Cristy, “Mathematical phantoms representing children of various ages for use in estimates of internal dose,” Oak Ridge National Lab., TN (USA), 1980.
- [Daly and Odland, 1979] C. H. Daly and G. F. Odland, “Age-related changes in the mechanical properties of human skin,” *J. Invest. Dermatol.*, vol. 73, no. 1, pp. 84–87, 1979.
- [Dance, 1990] D. R. Dance, “Monte-Carlo calculation of conversion factors for the estimation of mean glandular breast dose,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 35, no. 9, p. 1211, 1990.
- [Dance *et al.*, 2000] D. R. Dance, C. L. Skinner, K. C. Young, J. R. Beckett, and C. J. Kotre, “Additional factors for the estimation of mean glandular breast dose using the UK mammography dosimetry protocol,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 45, no. 11, p. 3225, 2000.
- [Dance *et al.*, 2005] D. R. Dance, R. A. Hunt, P. R. Bakic, A. D. A. Maidment, M. Sandborg, G. Ullman, and G. A. Carlsson, “Breast dosimetry using high-resolution voxel phantoms,” *Radiat. Prot. Dosimetry*, vol. 114, no. 1–3, pp. 359–363, 2005.
- [Dance, 2007] D. R. Dance, “Physical principles of mammography,” in *Physics for Medical Imaging Applications*, Springer, 2007, pp. 355–365.

## Références

- [Dance *et al.*, 2009] D. R. Dance, K. C. Young, and R. E. Van Engen, “Further factors for the estimation of mean glandular dose using the United Kingdom, European and IAEA breast dosimetry protocols,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 54, no. 14, p. 4361, 2009.
- [David *et al.*, 2012] M. G. David, E. J. Pires, M. A. Bernal, J. G. Peixoto, and C. E. Dealmeida, “Experimental and Monte Carlo-simulated spectra of standard mammography-quality beams,” *The British Journal of Radiology*, vol. 85, no. 1013, pp. 629-635, 2012.
- [Debunne, 2000] G. Debunne, “Animation multirésolution d'objets en temps-réel,” Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, Décembre 2000.
- [Delis *et al.*, 2005] H. Delis, G. Spyrou, G. Panayiotakis, and G. Tzanakos, “DOSIS: a Monte Carlo simulation program for dose related studies in mammography,” *Eur. J. Radiol.*, vol. 54, no. 3, pp. 371–376, 2005.
- [Del Palomar *et al.*, 2008] A. P. Del Palomar, B. Calvo, J. Herrero, J. Lopez, and M. Doblaré, “A finite element model to accurately predict real deformations of the breast,” *Med. Eng. Phys.*, vol. 30, no. 9, pp. 1089–1097, 2008.
- [Deriche and Faugeras, 1996] R. Deriche, O. Faugeras, and others, “Les EDP en traitement des images et vision par ordinateur,” *Traitement du Signal*, vol. 13, no 6, 1996.
- [Dougherty, 2012] G. Dougherty, *Pattern Recognition and Classification: An Introduction*. Springer, 2012.
- [Escoffier *et al.*, 1989] C. Escoffier, J. de Rigal, A. Rochefort, R. Vasselet, J.-L. Lévêque, and P. G. Agache, “Age-related mechanical properties of human skin: an in vivo study,” *J. Invest. Dermatol.*, vol. 93, no. 3, 1989.
- [Farah, 2011] Farah, Jad, Walid. *Développement d'une librairie de fantômes numériques féminin type Mesh et NURBS pour l'étude de la mesure anthroporadiométrique pulmonaire*. Thèse de doctorat : radioprotection. Orsay : Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire, 2011.
- [Faure *et al.*, 2011] F. Faure, B. Gilles, G. Bousquet, and D. K. Pai, “Sparse meshless models of complex deformable solids,” in *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2011, vol. 30, p. 73.
- [Ferrari *et al.*, 2012] V. Ferrari, M. Carbone, C. Cappelli, L. Boni, F. Melfi, M. Ferrari, F. Mosca, and A. Pietrabissa, “Value of multidetector computed tomography image segmentation for preoperative planning in general surgery,” *Surg. Endosc.*, vol. 26, no. 3, pp. 616–626, 2012.
- [Fitzgerald *et al.*, 1981] M. Fitzgerald, D. R. White, E. White, and J. Young, “Mammographic practice and dosimetry in Britain,” *Br. J. Radiol.*, vol. 54, no. 639, pp. 212–220, 1981.
- [Gallego-Ortiz and Martel, 2012] C. G. Ortiz and A. L. Martel, “Automatic atlas-based segmentation of the breast in MRI for 3D breast volume computation,” *Med. Phys.*, vol. 39, no. 10, pp. 5835–5848, Sep. 2012.
- [Gao *et al.*, 2010] W. Gao, C. Song, and F. Tin-Loi, “Probabilistic interval analysis for structures with uncertainty,” *Struct. Saf.*, vol. 32, no. 3, pp. 191–199, 2010.
- [Gefen and Dilmoney, 2007] A. Gefen and B. Dilmoney, “Mechanics of the normal woman’s breast,” *Technol. Health Care*, vol. 15, no. 4, pp. 259–271, 2007.
- [GE Healthcare, 2005a] GE Healthcare, “Système d’acquisition Senographe DS Plus,” rev. 1g 050613 edition 2005.
- [GE Healthcare, 2005b] GE Healthcare, “Product data x-ray tube assembly,” 5145113-100 rev. 2 edition 2005.

## Références

- [Geman and Geman, 1984] S. Geman and D. Geman, “Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images,” *Pattern Anal. Mach. Intell. IEEE Trans.*, no. 6, pp. 721–741, 1984.
- [Ghetti *et al.*, 2008] C. Ghetti, A. Borrini, O. Ortenzia, R. Rossi, and P. L. Ordóñez, “Physical characteristics of GE Senographe Essential and DS digital mammography detectors,” *Med. Phys.*, vol. 35, no. 2, pp. 456–463, 2008.
- [Gilboa *et al.*, 2006] G. Gilboa, N. Sochen, and Y. Y. Zeevi, “Estimation of optimal PDE-based denoising in the SNR sense,” *Image Process. IEEE Trans.*, vol. 15, no. 8, pp. 2269–2280, 2006.
- [Glisson *et al.*, 2011] C. L. Glisson, H. O. Altamar, S. D. Herrell, P. Clark, and R. L. Galloway, “Comparison and assessment of semi-automatic image segmentation in computed tomography scans for image-guided kidney surgery,” *Med. Phys.*, vol. 38, no. 11, pp. 6265–6274, 2011.
- [Gong *et al.*, 2006] X. Gong, S. J. Glick, B. Liu, A. A. Vedula, and S. Thacker, “A computer simulation study comparing lesion detection accuracy with digital mammography, breast tomosynthesis, and cone-beam CT breast imaging,” *Med. Phys.*, vol. 33, no. 4, pp. 1041–1052, 2006.
- [González Ballester *et al.*, 2002] M. Á. González Ballester, A. P. Zisserman, and M. Brady, “Estimation of the partial volume effect in MRI,” *Med. Image Anal.*, vol. 6, no. 4, pp. 389–405, 2002.
- [Grassley, 2002] J. S. Grassley, “Breast Reduction Surgery,” *AWHONN Lifelines*, vol. 6, no. 3, pp. 244–249, 2002.
- [Grevillot *et al.*, 2011a] L. Grevillot, T. Frisson, D. Maneval, N. Zahra, J. N. Badel, and D. Sarrut, “Simulation of a 6 MV Elekta Precise Linac photon beam using GATE/GEANT4,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 56, no. 4, p. 903, 2011.
- [Grevillot *et al.*, 2011b] L. Grevillot, D. Bertrand, F. Dessy, N. Freud, and D. Sarrut, “A Monte Carlo pencil beam scanning model for proton treatment plan simulation using GATE/GEANT4,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 56, no. 16, p. 5203, 2011.
- [Gubern-Mérida *et al.*, 2011] A. Gubern-Mérida, M. Kallenberg, R. Martí, and N. Karssemeijer, “Multi-class Probabilistic Atlas-Based Segmentation Method in Breast MRI,” in *Pattern Recognition and Image Analysis*, J. Vitrià, J. M. Sanches, and M. Hernández, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2011, pp. 660–667.
- [Gudbjartsson and Patz, 1995] H. Gudbjartsson and S. Patz, “The Rician distribution of noisy MRI data,” *Magn. Reson. Med.*, vol. 34, no. 6, pp. 910–914, 1995.
- [Guimaraes *et al.*, 2008] C. C. Guimaraes, M. Moralles, and E. Okuno, “Performance of GEANT4 in dosimetry applications: Calculation of X-ray spectra and kerma-to-dose equivalent conversion coefficients,” *Radiat. Meas.*, vol. 43, no. 9, pp. 1525–1531, 2008.
- [Guinebretiere *et al.*, 2005] J. M. Guinebretiere, E. Menet, A. Tardivon, P. Cherel, and D. Vanel, “Normal and pathological breast, the histological basis,” *Eur. J. Radiol.*, vol. 54, no. 1, pp. 6–14, 2005.
- [Halcy, 2014] A. Halcy, “Conception de fantômes numériques à visée dosimétrique : Application au cas de la Tomosynthèse mammaire,” Mémoire de Master 2 Radiophysique et Imagerie Médicale, Toulouse, 2014.
- [Hammerstein *et al.*, 1979] G. Richard Hammerstein, D. W. Miller, D. R. White, M. Ellen Masterson, H. Q. Woodard, and J. S. Laughlin, “Absorbed Radiation Dose in Mammography 1,” *Radiology*, vol. 130, no. 2, pp. 485–491, 1979.

## Références

- [Han *et al.*, 2010] L. Han, J. Hipwell, Z. Taylor, C. Tanner, S. Ourselin, and D. J. Hawkes, “Fast deformation simulation of breasts using GPU-based dynamic explicit finite element method,” in *Digital Mammography*, Springer, 2010, pp. 728–735.
- [Han *et al.*, 2012] L. Han, J. H. Hipwell, C. Tanner, Z. Taylor, T. Mertzaniidou, J. Cardoso, S. Ourselin, and D. J. Hawkes, “Development of patient-specific biomechanical models for predicting large breast deformation,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 57, no. 2, p. 455, 2012.
- [Hatt *et al.*, 2009] M. Hatt, C. Cheze le Rest, A. Turzo, C. Roux, and D. Visvikis, “A fuzzy locally adaptive Bayesian segmentation approach for volume determination in PET,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 28, no. 6, pp. 881–893, 2009.
- [Hendrick, 2010] R. E. Hendrick, “Radiation doses and cancer risks from breast imaging Studies 1,” *Radiology*, vol. 257, no. 1, pp. 246–253, 2010.
- [Hendrick and Helvie, 2011] R. E. Hendrick and M. A. Helvie, “United States preventive services task force screening mammography recommendations: science ignored,” *Am. J. Roentgenol.*, vol. 196, no. 2, pp. W112–W116, 2011.
- [Hill *et al.*, 2001] D. L. Hill, P. G. Batchelor, M. Holden, and D. J. Hawkes, “Medical image registration,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 46, no. 3, p. R1, 2001.
- [Holland *et al.*, 2010] D. Holland, J. M. Kuperman, and A. M. Dale, “Efficient correction of inhomogeneous static magnetic field-induced distortion in Echo Planar Imaging,” *Neuroimage*, vol. 50, no. 1, pp. 175–183, 2010.
- [Hopp *et al.*, 2012] T. Hopp and N. V. Ruiter, “2D/3D registration for localization of mammographically depicted lesions in breast MRI,” in *Breast Imaging*, Springer, 2012, pp. 627–634.
- [Hsu *et al.*, 2011] C. M. Hsu, M. L. Palmeri, W. P. Segars, A. I. Veress, and J. T. Dobbins, “An analysis of the mechanical parameters used for finite element compression of a high-resolution 3D breast phantom,” *Med. Phys.*, vol. 38, p. 5756, 2011.
- [ICRP, 1990] (International Commission on Radiological Protection) “The 1990 recommendations of the International Commission on Radiological Protection,” ICRP Publication 60, *Ann. ICRP 21*, 1990.
- [ICRP, 2007] (International Commission on Radiological Protection) “The 2007 recommendations of the International Commission on Radiological Protection,” ICRP Publication 103, *Ann. ICRP 37*, 2007.
- [ICRU, 1992] International Commission on Radiation Units and Measurements, “Phantoms and computational models in therapy, diagnosis and protection,” *Journal of the ICRU*, Rapport 48, 1992.
- [ICRU, 2005] International Commission on Radiation Units and Measurements, “Patient dosimetry for x-rays used in medical imaging,” *Journal of the ICRU*, Rapport 74, vol. 5, no. 2, 2005.
- [ICRU, 2009] International Commission on Radiation Units and Measurements, “Mammography – Assessment of image quality,” *Journal of the ICRU*, Rapport 82, vol. 9, no. 2, 2009.
- [INCA, 2013] Institut National du Cancer (INCa), «Les cancers en France - Edition 2013,» février 2014. <http://www.e-cancer.fr/publications/69-epidemiologie/758-les-cancers-en-france-edition-2013>.
- [Jacobs *et al.*, 2001] M. A. Jacobs, Z. G. Zhang, R. A. Knight, H. Soltanian-Zadeh, A. V. Goussev, D. J. Peck, and M. Chopp, “A Model for Multiparametric MRI Tissue Characterization in Experimental Cerebral Ischemia With Histological Validation in Rat Part 1,” *Stroke*, vol. 32, no. 4, pp. 943–949, 2001.

## Références

- [Jan *et al.*, 2004] S. Jan, G. Santin, D. Strul, S. Staelens, K. Assie, D. Autret, S. Avner, R. Barbier, M. Bardies, P. M. Bloomfield, and others, “GATE: a simulation toolkit for PET and SPECT,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 49, no. 19, p. 4543, 2004.
- [Jan *et al.*, 2011] S. Jan, D. Benoit, E. Becheva, T. Carlier, F. Cassol, P. Descourt, T. Frisson, L. Grevillot, L. Guigues, L. Maigne, and others, “GATE V6: a major enhancement of the GATE simulation platform enabling modelling of CT and radiotherapy,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 56, no. 4, p. 881, 2011.
- [Jemal *et al.*, 2010] A. Jemal, E. Ward, and M. Thun, “Declining death rates reflect progress against cancer,” *PLoS One*, vol. 5, no. 3, p. e9584, 2010.
- [Johns and Yaffe, 1987] P. C. Johns and M. J. Yaffe, “X-ray characterisation of normal and neoplastic breast tissues,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 32, no. 6, p. 675, 1987.
- [JOR, 2006] “Décision du 30 janvier 2006 fixant les modalités du contrôle de qualité des installations de mammographie numérique,” *Journal Officiel de la République Française*, NOR : SANM0523738S, 2006.
- [JOR, 2010] “Décision du 22 novembre 2010 modifiant la décision du 30 janvier 2006 fixant les modalités du contrôle de qualité des installations de mammographie numérique,” *Journal Officiel de la République Française*, NOR : ETSM1020275S, 2010.
- [JOR, 2012] “Décision du 23 novembre 2012 relative au contrôle de qualité des installations de mammographie numérique,” *Journal Officiel de la République Française*, NOR : AFSM1200258S, 2012.
- [Jørgensen *et al.*, 2011] K. J. Jørgensen, J. D. Keen, and P. C. Gøtzsche, “Is mammographic screening justifiable considering its substantial overdiagnosis rate and minor effect on mortality?,” *Radiology*, vol. 260, no. 3, pp. 621–627, 2011.
- [Kapur *et al.*, 1998] T. Kapur, W. Eric, L. Grimson, R. Kikinis, and W. M. Wells, “Enhanced spatial priors for segmentation of magnetic resonance imagery,” in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention—MICCAI’98*, Springer, 1998, pp. 457–468.
- [Kass *et al.*, 1988] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, “Snakes: Active contour models,” *Int. J. Comput. Vis.*, vol. 1, no. 4, pp. 321–331, 1988.
- [Kellner *et al.*, 2007] A. L. Kellner, T. R. Nelson, L. I. Cerviño, and J. M. Boone, “Simulation of mechanical compression of breast tissue,” *Biomed. Eng. IEEE Trans.*, vol. 54, no. 10, pp. 1885–1891, 2007.
- [Khazen *et al.*, 2008] M. Khazen, R. M. L. Warren, C. R. M. Boggis, E. C. Bryant, S. Reed, I. Warsi, L. J. Pointon, G. E. Kwan-Lim, D. Thompson, R. Eeles, D. Easton, D. G. Evans, and M. O. Leach, “A Pilot Study of Compositional Analysis of the Breast and Estimation of Breast Mammographic Density Using Three-Dimensional T1-Weighted Magnetic Resonance Imaging,” *Cancer Epidemiol. Biomarkers Prev.*, vol. 17, no. 9, pp. 2268–2274, Sep. 2008.
- [Kichenassamy, 1997] S. Kichenassamy, “The Perona–Malik Paradox,” *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 57, no. 5, pp. 1328–1342, 1997.
- [Kita *et al.*, 1998] Y. Kita, R. Highnam, and M. Brady, “Correspondence between different view breast X-rays using a simulation of breast deformation,” in *Computer Vision and Pattern Recognition, 1998. Proceedings. 1998 IEEE Computer Society Conference on*, 1998, pp. 700–707.
- [Kita *et al.*, 2001] Y. Kita, R. Highnam, and M. Brady, “Correspondence between different view breast X rays using curved epipolar lines,” *Comput. Vis. Image Underst.*, vol. 83, no. 1, pp. 38–56, 2001.

## Références

- [Kita *et al.*, 2002] Y. Kita, E. Tohno, R. P. Highnam, and M. Brady, “A CAD system for the 3D location of lesions in mammograms,” *Med. Image Anal.*, vol. 6, no. 3, pp. 267–273, 2002.
- [Koenderink, 1984] J. J. Koenderink, “The structure of images,” *Biol. Cybern.*, vol. 50, no. 5, pp. 363–370, 1984.
- [Kramer *et al.*, 1991] R. Kramer, M. Zankl, G. Williams, and G. Drexler, *The calculation of dose from external photon exposures using reference human phantoms and Monte Carlo methods*. Gesellschaft für Strahlen-und Umweltforschung, 1991.
- [Kramer *et al.*, 2001] R. Kramer, G. Drexler, N. Petoussi-Hens, M. Zankl, D. Regulla, and W. Panzer, “Backscatter factors for mammography calculated with Monte Carlo methods,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 46, no. 3, p. 771, 2001.
- [Krouskop *et al.*, 1998] T. A. Krouskop, T. M. Wheeler, F. Kallel, B. S. Garra, and T. Hall, “Elastic moduli of breast and prostate tissues under compression,” *Ultrason. Imaging*, vol. 20, no. 4, pp. 260–274, 1998.
- [Krueger *et al.*, 2011] N. Krueger, S. Luebberding, M. Oltmer, M. Streker, and M. Kerscher, “Age-related changes in skin mechanical properties: a quantitative evaluation of 120 female subjects,” *Skin Res. Technol.*, vol. 17, no. 2, pp. 141–148, 2011.
- [Kruse *et al.*, 2000] S. A. Kruse, J. A. Smith, A. J. Lawrence, M. A. Dresner, A. Manduca, J. F. Greenleaf, and R. L. Ehman, “Tissue characterization using magnetic resonance elastography: preliminary results,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 45, no. 6, p. 1579, 2000.
- [Ladjal, 2010] H. Ladjal, “Développement d’un simulateur haptique pour la caractérisation et la microinjection cellulaires,” Thèse de Doctorat, Université d’Orléans, Orléans, France, 2010.
- [Lapidus and Pinder, 1999] L. Lapidus, G. F. Pinder, “Numerical solution of partial differential equations in science and engineering,” John Wiley and Sons, New York, 1999.
- [Lee *et al.*, 1998] C. Lee, S. Huh, T. A. Ketter, and M. Unser, “Unsupervised connectivity-based thresholding segmentation of midsagittal brain MR images,” *Comput. Biol. Med.*, vol. 28, no. 3, pp. 309–338, 1998.
- [Leveque, 2002] R. J. Leveque, “Finite volume methods for hyperbolic problems,” Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [Li *et al.*, 1995] H. D. Li, M. Kallergi, L. P. Clarke, V. K. Jain, and R. A. Clark, “Markov random field for tumor detection in digital mammography,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 14, no. 3, pp. 565–576, 1995.
- [Li *et al.*, 2009] C. M. Li, W. P. Segars, G. D. Tourassi, J. M. Boone, and J. T. Dobbins III, “Methodology for generating a 3D computerized breast phantom from empirical data,” *Med. Phys.*, vol. 36, no. 7, pp. 3122–3131, 2009.
- [Li, 2009] S. Z. Li, *Markov random field modeling in image analysis*. Springer, 2009.
- [Li *et al.*, 2011] X. Li, E. Samei, W. P. Segars, G. M. Sturgeon, J. G. Colsher, G. Toncheva, T. T. Yoshizumi, and D. P. Frush, “Patient-specific radiation dose and cancer risk estimation in CT: Part I. Development and validation of a Monte Carlo program,” *Med. Phys.*, vol. 38, no. 1, pp. 397–407, 2011.
- [Lin *et al.*, 2011] M. Lin, S. Chan, J.-H. Chen, D. Chang, K. Nie, S.-T. Chen, C.-J. Lin, T.-C. Shih, O. Nalcioglu, and M.-Y. Su, “A new bias field correction method combining N3 and FCM for improved segmentation of breast density on MRIa,” *Med. Phys.*, vol. 38, no. 1, pp. 5–14, 2010.

## Références

- [Liu *et al.*, 2003] H. T. Liu, L. Z. Sun, G. Wang, and M. W. Vannier, “Analytic modeling of breast elastography,” *Med. Phys.*, vol. 30, no. 9, pp. 2340–2349, 2003.
- [Ljungberg *et al.*, 2012] M. Ljungberg, S.-E. Strand, and M. A. King, *Monte Carlo calculations in nuclear medicine: Applications in diagnostic imaging*. CRC Press, 2012.
- [Llovet *et al.*, 2003] X. Llovet, L. Sorbier, C. S. Campos, E. Acosta, and F. Salvat, “Monte Carlo simulation of x-ray spectra generated by kilo-electron-volt electrons,” *J. Appl. Phys.*, vol. 93, no. 7, pp. 3844–3851, 2003.
- [Lorensen and Cline, 1987] W. E. Lorensen and H. E. Cline, “Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm,” in *ACM Siggraph Computer Graphics*, 1987, vol. 21, pp. 163–169.
- [Lötjönen *et al.*, 2010] J. M. Lötjönen, R. Wolz, J. R. Koikkalainen, L. Thurfjell, G. Waldemar, H. Soininen, and D. Rueckert, “Fast and robust multi-atlas segmentation of brain magnetic resonance images,” *Neuroimage*, vol. 49, no. 3, pp. 2352–2365, 2010.
- [MacArthur *et al.*, 2011] L. MacArthur, L. M. Smith, and N. Hall, “A Numerical Investigation of Breast Compression: Lesion Modeling,” *Int. J. Contemp. Adv. Math. IJCM*, vol. 2, no. 1, p. 8, 2011.
- [MacQueen, 1967] J. MacQueen, “Some methods for classification and analysis of multivariate observations,” in *Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability*, 1967, vol. 1, p. 14.
- [Magnenat-Thalmann *et al.*, 2002] N. Magnenat-Thalmann, P. Kalra, J. L. Lévêque, R. Bazin, D. Batisse, and B. Querleux, “A computational skin model: fold and wrinkle formation,” *IEEE Trans. Inf. Technol. Biomed.*, vol. 6, no. 4, pp. 317–323, 2002.
- [Maintz and Viergever, 1998] J. B. Maintz and M. A. Viergever, “A survey of medical image registration,” *Med. Image Anal.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–36, 1998.
- [Mangin *et al.*, 1995] J.-F. Mangin, V. Frouin, I. Bloch, J. Régis, and J. López-Krahe, “From 3D magnetic resonance images to structural representations of the cortex topography using topology preserving deformations,” *J. Math. Imaging Vis.*, vol. 5, no. 4, pp. 297–318, 1995.
- [Manousakas *et al.*, 1998] I. N. Manousakas, P. E. Undrill, G. G. Cameron, and T. W. Redpath, “Split-and-merge segmentation of magnetic resonance medical images: performance evaluation and extension to three dimensions,” *Comput. Biomed. Res.*, vol. 31, no. 6, pp. 393–412, 1998.
- [McInerney and Terzopoulos, 1996] T. McInerney and D. Terzopoulos, “Deformable models in medical image analysis: a survey,” *Med. Image Anal.*, vol. 1, no. 2, pp. 91–108, 1996.
- [McKnight *et al.*, 2002] A. L. McKnight, J. L. Kugel, P. J. Rossman, A. Manduca, L. C. Hartmann, and R. L. Ehman, “MR elastography of breast cancer: preliminary results,” *Am. J. Roentgenol.*, vol. 178, no. 6, pp. 1411–1417, 2002.
- [Mertzanidou *et al.*, 2012] T. Mertzanidou, J. Hipwell, M. J. Cardoso, X. Zhang, C. Tanner, S. Ourselin, U. Bick, H. Huisman, N. Karssemeijer, and D. Hawkes, “MRI to X-ray mammography registration using a volume-preserving affine transformation,” *Med. Image Anal.*, vol. 16, no. 5, pp. 966–975, 2012.
- [Milles, 2002] Milles, Julien. *Modélisation et correction des inhomogénéités d'intensité en imagerie cérébrale par résonance magnétique*. Thèse de doctorat : images et systèmes. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées, 2002.
- [Moens and Hanss, 2011] D. Moens and M. Hanss, “Non-probabilistic finite element analysis for parametric uncertainty treatment in applied mechanics: Recent advances,” *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 47, no. 1, pp. 4–16, 2011.

## Références

- [Mottershead *et al.*, 2011] J. E. Mottershead, M. Link, and M. I. Friswell, “The sensitivity method in finite element model updating: a tutorial,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 25, no. 7, pp. 2275–2296, 2011.
- [Murta and Miller, 1999] A. Murta and J. Miller, “Modelling and rendering liquids in motion,” in *In Proceedings of WSCG*, 1999.
- [Nealen *et al.*, 2006] A. Nealen, M. Müller, R. Keiser, E. Boxerman, and M. Carlson, “Physically based deformable models in computer graphics,” in *Computer Graphics Forum*, 2006, vol. 25, pp. 809–836.
- [Netter, 2011] F. Netter, *Atlas d’anatomie humaine*. Elsevier Masson, 2011.
- [Newman and Yi, 2006] T. S. Newman and H. Yi, “A survey of the marching cubes algorithm,” *Comput. Graph.*, vol. 30, no. 5, pp. 854–879, 2006.
- [Nguyen, 2000] Q. S. Nguyen, “Stabilité et mécanique non linéaire,” Hermes Science Publications, Paris, 2000.
- [Nguyen *et al.*, 2008] V. P. Nguyen, T. Rabczuk, S. Bordas, and M. Dufloy, “Meshless methods: a review and computer implementation aspects,” *Math. Comput. Simul.*, vol. 79, no. 3, pp. 763–813, 2008.
- [Nie *et al.*, 2008] K. Nie, J.-H. Chen, S. Chan, M.-K. I. Chau, H. J. Yu, S. Bahri, T. Tseng, O. Nalcioğlu, and M.-Y. Su, “Development of a quantitative method for analysis of breast density based on three-dimensional breast MRI,” *Med. Phys.*, vol. 35, no. 12, pp. 5253–5262, 2008.
- [Nigaprucke *et al.*, 2009] K. Nigaprucke, P. Puwanich, N. Phaisangittisakul, and W. Youngdee, “A comparison of mammographic x-ray spectra: simulation with EGSnrc and experiment with CdTe detector,” *J. Radiat. Res. (Tokyo)*, vol. 50, no. 6, pp. 507–512, 2009.
- [NIH, 1997] N. I. of H. C. D. Panel and others, “National Institutes of Health consensus Development conference statement: breast cancer screening for women ages 40-49, January 21-23, 1997,” *JNCI Monogr.*, vol. 1997, no. 22, 1997.
- [Noel and Stines, 1998] A. Noel and J. Stines, “Use of phantoms and test objects in mammography: Standardisation of quality and dose assessment in France,” *Radiat. Prot. Dosimetry*, vol. 80, no. 1–3, pp. 77–79, 1998.
- [Ou *et al.*, 2008] J. J. Ou, R. E. Ong, T. E. Yankeelov, and M. I. Miga, “Evaluation of 3D modality-independent elastography for breast imaging: a simulation study,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 53, no. 1, p. 147, 2008.
- [Pal and Pal, 1993] N. R. Pal and S. K. Pal, “A review on image segmentation techniques,” *Pattern Recognit.*, vol. 26, no. 9, pp. 1277–1294, 1993.
- [Pamplona and de Abreu Alvim, 2004] D. C. Pamplona and C. de Abreu Alvim, “Breast reconstruction with expanders and implants: a numerical analysis,” *Artif. Organs*, vol. 28, no. 4, pp. 353–356, 2004.
- [Park *et al.*, 2014] S.-J. Park, A. R. Yu, Y.-J. Lee, Y. – Kim, and H.-J. Kim, “Feasibility of a CdTe-based SPECT for high-resolution low-dose small animal imaging: a Monte Carlo simulation study,” *J. Instrum.*, vol. 9, no. 07, p. T07001, 2014.
- [Patil and Ravi, 2005] S. Patil and B. Ravi, “Voxel-based representation, display and thickness analysis of intricate shapes,” in *Computer Aided Design and Computer Graphics*, 2005. Ninth International Conference on, 2005, p. 6.
- [Perona and Malik, 1990] P. Perona and J. Malik, “Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion,” *Pattern Anal. Mach. Intell. IEEE Trans.*, vol. 12, no. 7, pp. 629–639, 1990.

## Références

- [Pham and Prince, 1999] D. L. Pham and J. L. Prince, “Adaptive fuzzy segmentation of magnetic resonance images,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 18, no. 9, pp. 737–752, 1999.
- [Pham *et al.*, 2000] D. L. Pham, C. Xu, and J. L. Prince, “Current methods in medical image segmentation 1,” *Annu. Rev. Biomed. Eng.*, vol. 2, no. 1, pp. 315–337, 2000.
- [Rajagopal *et al.*, 2010] V. Rajagopal, P. M. Nielsen, and M. P. Nash, “Modeling breast biomechanics for multi-modal image analysis—successes and challenges,” *Wiley Interdiscip. Rev. Syst. Biol. Med.*, vol. 2, no. 3, pp. 293–304, 2010.
- [Ribes *et al.*, 2012] S. Ribes, M. Saissac, D. Didierlaurent, E. Gonneau, O. Caselles, “Simultaneous Assessment of Both Image and Radiation Quality Parameters in Mammography with a Silicon PIN Photodiode,” Radiological Society of North America 2012 Scientific Assembly and Annual Meeting, November 25 - November 30, 2012 ,Chicago IL.
- [de Rigal *et al.*, 1989] J. de Rigal, C. Escoffier, B. Querleux, B. Faivre, P. Agache, and J.-L. Lévêque, “Assessment of aging of the human skin by in vivo ultrasonic imaging,” *J. Invest. Dermatol.*, vol. 93, no. 5, 1989.
- [Roose *et al.*, 2005] L. Roose, W. De Maerteleire, W. Mollemans, and P. Suetens, “Validation of different soft tissue simulation methods for breast augmentation,” in *International Congress Series*, 2005, vol. 1281, pp. 485–490.
- [Roose *et al.*, 2006a] L. Roose, W. Mollemans, D. Loeckx, F. Maes, and P. Suetens, “Biomechanically based elastic breast registration using mass tensor simulation,” in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention—MICCAI 2006*, Springer, 2006, pp. 718–725.
- [Roose *et al.*, 2006b] L. Roose, W. De Maerteleire, W. Mollemans, F. Maes, and P. Suetens, “Simulation of soft-tissue deformations for breast augmentation planning,” in *Biomedical Simulation*, Springer, 2006, pp. 197–205.
- [Ruiter *et al.*, 2002 ] N. V. Ruiter, T. O. Müller, R. Stotzka, H. Gemmeke, J. R. Reichenbach, and W. A. Kaiser, “Automatic image matching for breast cancer diagnostics by a 3D deformation model of the mamma,” *Biomed. Tech. Eng.*, vol. 47, no. s1b, pp. 644–647, 2002.
- [Ruiter *et al.*, 2006] N. V. Ruiter, R. Stotzka, T.-O. Muller, H. Gemmeke, J. R. Reichenbach, and W. A. Kaiser, “Model-based registration of X-ray mammograms and MR images of the female breast,” *Nucl. Sci. IEEE Trans.*, vol. 53, no. 1, pp. 204–211, 2006.
- [Sahoo *et al.*, 1988] P. K. Sahoo, S. Soltani, and A. K. Wong, “A survey of thresholding techniques,” *Comput. Vis. Graph. Image Process.*, vol. 41, no. 2, pp. 233–260, 1988.
- [Samani *et al.*, 2001] A. Samani, J. Bishop, M. J. Yaffe, and D. B. Plewes, “Biomechanical 3-D finite element modeling of the human breast using MRI data,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 20, no. 4, pp. 271–279, 2001.
- [Samani and Plewes, 2004] A. Samani and D. Plewes, “A method to measure the hyperelastic parameters of ex vivo breast tissue samples,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 49, no. 18, p. 4395, 2004.
- [Santago and Gage, 1995] P. Santago and H. D. Gage, “Statistical models of partial volume effect,” *Image Process. IEEE Trans.*, vol. 4, no. 11, pp. 1531–1540, 1995.
- [Sarkar *et al.*, 2007] S. Sarkar, Y. Zhang, Y. Qiu, D. B. Goldgof, and L. Li, “3D finite element modeling of nonrigid breast deformation for feature registration in-ray and MR images,” in *Applications of Computer Vision, 2007. WACV’07. IEEE Workshop on*, 2007, pp. 38–38.

## Références

- [Sarrut *et al.*, 2014] D. Sarrut, M. Bardiès, N. Bousson, N. Freud, S. Jan, J.-M. Létang, G. Loudos, L. Maigne, S. Marcatili, T. Mauxion, and others, “A review of the use and potential of the GATE Monte Carlo simulation code for radiation therapy and dosimetry applications,” *Med. Phys.*, vol. 41, no. 6, 2014.
- [Sarvazyan *et al.*, 1995] A. P. Sarvazyan, A. R. Skovoroda, S. Y. Emelianov, J. B. Fowlkes, J. G. Pipe, R. S. Adler, R. B. Buxton, and P. L. Carson, “Biophysical bases of elasticity imaging,” in *Acoustical imaging*, Springer, 1995, pp. 223–240.
- [Saxena *et al.*, 2008] A. Saxena, S. H. Chung, and A. Y. Ng, “3-d depth reconstruction from a single still image,” *Int. J. Comput. Vis.*, vol. 76, no. 1, pp. 53–69, 2008.
- [Schnabel *et al.*, 2003] J. A. Schnabel, C. Tanner, A. D. Castellano-Smith, A. Degenhard, M. O. Leach, D. R. Hose, D. L. Hill, and D. J. Hawkes, “Validation of nonrigid image registration using finite-element methods: application to breast MR images,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 22, no. 2, pp. 238–247, 2003.
- [Sled and Pike, 1998] J. G. Sled and G. B. Pike, “Understanding intensity non-uniformity in MRI,” in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention—MICCAI’98*, Springer, 1998, pp. 614–622.
- [Solves Llorens *et al.*, 2012] J. A. Solves Llorens, M. J. Rupérez, C. Monserrat, E. Feliu, M. García, and M. Lloret, “Segmentation of the Breast Skin and Its Influence in the Simulation of the Breast Compression during an X-Ray Mammography,” *Sci. World J.*, vol. 2012, 2012.
- [Snyder *et al.*, 1969] W. S. Snyder and [by] W. S. [and others, *Estimates of absorbed fractions for monoenergetic photon sources uniformly distributed in various organs of a heterogeneous phantom*. Society of Nuclear Medicine New York, 1969.
- [Song *et al.*, 2007] T. Song, M. M. Jamshidi, R. R. Lee, and M. Huang, “A modified probabilistic neural network for partial volume segmentation in brain MR image,” *Neural Networks IEEE Trans.*, vol. 18, no. 5, pp. 1424–1432, 2007.
- [Stabin *et al.*, 1995] M. G. Stabin, E. E. Watson, M. Cristy, J. C. Ryman, K. F. Eckerman, J. L. Davis, D. Marshall, and M. K. Gehlen, “Mathematical models and specific absorbed fractions of photon energy in the nonpregnant adult female and at the end of each trimester of pregnancy,” Oak Ridge National Lab., TN (United States), 1995.
- [Subburaj *et al.*, 2009] K. Subburaj, S. Patil, and B. Ravi, “Voxel-based thickness analysis of intricate objects,” *Int. J. CAD/CAM*, vol. 6, no. 1, 2009.
- [Tanner *et al.*, 2006] C. Tanner, J. A. Schnabel, D. L. Hill, D. J. Hawkes, M. O. Leach, and D. R. Hose, “Factors influencing the accuracy of biomechanical breast models,” *Med. Phys.*, vol. 33, no. 6, pp. 1758–1769, 2006.
- [Tanner *et al.*, 2009] C. Tanner, M. White, S. Guarino, M. A. Hall-Craggs, M. Douek, and D. J. Hawkes, “Anisotropic behaviour of breast tissue for large compressions,” in *Biomedical Imaging: From Nano to Macro, 2009. ISBI’09. IEEE International Symposium on*, 2009, pp. 1223–1226.
- [Tanner *et al.*, 2011] C. Tanner, M. White, S. Guarino, M. A. Hall-Craggs, M. Douek, and D. J. Hawkes, “Large breast compressions: Observations and evaluation of simulations,” *Med. Phys.*, vol. 38, no. 2, pp. 682–690, 2011.
- [Thilander *et al.*, 1992] A. Thilander, S. Eklund, W. Leitz, and S. Mattsson, “Special problems of patient dosimetry in mammography,” *Radiat. Prot. Dosimetry*, vol. 43, no. 1–4, pp. 217–220, 1992.
- [USPSTF, 2009] U. P. S. T. Force and others, “Screening for breast cancer: US Preventive Services Task Force recommendation statement,” *Ann. Intern. Med.*, vol. 151, no. 10, p. 716, 2009.

## Références

- [Tohka *et al.*, 2010] J. Tohka, I. D. Dinov, D. W. Shattuck, and A. W. Toga, “Brain MRI tissue classification based on local Markov random fields,” *Magn. Reson. Imaging*, vol. 28, no. 4, pp. 557–573, 2010.
- [Udupa *et al.*, 1996] J. K. Udupa and S. Samarasekera, “Fuzzy connectedness and object definition: theory, algorithms, and applications in image segmentation,” *Graph. Models Image Process.*, vol. 58, no. 3, pp. 246–261, 1996.
- [van Engeland *et al.*, 2003] S. van Engeland, P. Snoeren, J. Hendriks, and N. Karssemeijer, “A comparison of methods for mammogram registration,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 22, no. 11, pp. 1436–1444, 2003.
- [Vanhille *et al.*, 2007] C. Vanhille, A. Lavie, C. Campos-pozuelo, “Modélisation numérique en mécanique Introduction et mise en pratique,” Hermes science publications, 2007.
- [Van Houten *et al.*, 2003] E. E. Van Houten, M. M. Doyley, F. E. Kennedy, J. B. Weaver, and K. D. Paulsen, “Initial in vivo experience with steady-state subzone-based MR elastography of the human breast,” *J. Magn. Reson. Imaging*, vol. 17, no. 1, pp. 72–85, 2003.
- [Vidal and Gabriela, 2008] F. P. Vidal and H. Gabriela, “Geant4 validation on mammography applications,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2008. NSS’08. IEEE*, 2008, pp. 3497–3498.
- [Voci *et al.*, 2004] F. Voci, S. Eiho, N. Sugimoto, and H. Sekibuchi, “Estimating the gradient in the Perona-Malik equation,” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 21, no. 3, pp. 39–65, mai 2004.
- [Vovk *et al.*, 2007] U. Vovk, F. Pernus, and B. Likar, “A review of methods for correction of intensity inhomogeneity in MRI,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 26, no. 3, pp. 405–421, 2007.
- [Warner *et al.*, 2008] E. Warner, H. Messersmith, P. Causer, A. Eisen, R. Shumak, and D. Plewes, “Systematic review: using magnetic resonance imaging to screen women at high risk for breast cancer,” *Ann. Intern. Med.*, vol. 148, no. 9, pp. 671–679, 2008.
- [Watanabe *et al.*, 2003] T. Watanabe, J. Ohya, J. Kurumisawa, and Y. Tokunaga, “Real-time Method for Animating Elastic Objects’ Behaviors Including Collisions.,” in *ICAT*, 2003.
- [Weickert and Benhamouda, 1997] J. Weickert and B. Benhamouda, *Why the Perona-Malik filter works*. Citeseer, 1997.
- [Wellman, 1999] P. S. Wellman, “Tactile imaging [thesis],” *Camb. Mass Harv. Univ.*, 1999.
- [Wells *et al.*, 1996] W. M. Wells III, W. E. L. Grimson, R. Kikinis, and F. A. Jolesz, “Adaptive segmentation of MRI data,” *Med. Imaging IEEE Trans.*, vol. 15, no. 4, pp. 429–442, 1996.
- [Whitaker and Pizer, 1994] R. T. Whitaker and S. M. Pizer, “Geometry-based image segmentation using anisotropic diffusion,” in *Shape in Picture*, Springer, 1994, pp. 641–650.
- [Whitaker and Xue, 2001] R. T. Whitaker and X. Xue, “Variable-conductance, level-set curvature for image denoising,” in *Image Processing, 2001. Proceedings. 2001 International Conference on*, 2001, vol. 3, pp. 142–145.
- [Whiteley *et al.*, 2007] J. P. Whiteley, D. J. Gavaghan, S. J. Chapman, and J. M. Brady, “Non-linear modelling of breast tissue,” *Math. Med. Biol.*, vol. 24, no. 3, pp. 327–345, 2007.
- [Wicks *et al.*, 1993] D. A. Wicks, G. J. Barker, and P. S. Tofts, “Correction of intensity nonuniformity in MR images of any orientation,” *Magn. Reson. Imaging*, vol. 11, no. 2, pp. 183–196, 1993.
- [Wineman, 2004] A. Wineman, “Some results for generalized neo-Hookean elastic materials,” *Int. J. Non-Linear Mech.*, vol. 40, no. 2, pp. 271–279, 2005.

## Références

- [Wu, 1982] F.-Y. Wu, “The potts model,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 54, no. 1, p. 235, 1982.
- [Wu *et al.*, 1994] X. Wu, E. L. Gingold, G. T. Barnes, and D. M. Tucker, “Normalized average glandular dose in molybdenum target-rhodium filter and rhodium target-rhodium filter mammography,” *Radiology*, vol. 193, no. 1, pp. 83–89, 1994.
- [Xu and Eckerman, 2010] X. G. Xu and K. F. Eckerman, *Handbook of anatomical models for radiation dosimetry*. CRC Press, 2010.
- [Yaffe *et al.*, 2009] M. J. Yaffe, J. M. Boone, N. Packard, O. Alonzo-Proulx, S.-Y. Huang, C. L. Peressotti, A. Al-Mayah, and K. Brock, “The myth of the 50-50 breast,” *Med. Phys.*, vol. 36, no. 12, pp. 5437–5443, 2009.
- [Yaffe and Mainprize, 2011] M. J. Yaffe and J. G. Mainprize, “Risk of Radiation-induced Breast Cancer from Mammographic Screening 1,” *Radiology*, vol. 258, no. 1, pp. 98–105, 2011.
- [Young *et al.*, 1998] K. C. Young, M. L. Ramsdale, and F. Bignell, “Review of dosimetric methods for mammography in the UK breast screening programme,” *Radiat. Prot. Dosimetry*, vol. 80, no. 1–3, pp. 183–186, 1998.
- [Yu *et al.*, 2008] J. Yu, Y. Wang, and Y. Shen, “Noise reduction and edge detection via kernel anisotropic diffusion,” *Pattern Recognit. Lett.*, vol. 29, no. 10, pp. 1496–1503, 2008.
- [Zadeh, 1965] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets,” *Inf. Control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, 1965.
- [Zaidi *et al.*, 2003] H. Zaidi, M.-L. Montandon, and D. O. Slosman, “Magnetic resonance imaging-guided attenuation and scatter corrections in three-dimensional brain positron emission tomography,” *Med. Phys.*, vol. 30, p. 937, 2003.
- [Zankl *et al.*, 2005] M. Zankl, U. Fill, C. Hoeschen, W. Panzer, and D. Regulla, “Average glandular dose conversion coefficients for segmented breast voxel models,” *Radiat. Prot. Dosimetry*, vol. 114, no. 1–3, pp. 410–414, 2005.
- [Zienkiewicz *et al.*, 2005] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, J. Z. Zhu, “The finite element method : its basis and fundamentals,” Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 6ème edition, 2005.
- [Zubal *et al.*, 1994] I. G. Zubal, C. R. Harrell, E. O. Smith, Z. Rattner, G. Gindi, and P. B. Hoffer, “Computerized three-dimensional segmented human anatomy,” *Med. Phys.*, vol. 21, no. 2, pp. 299–302, 1994.
- [Zyganitidis *et al.*, 2007] C. Zyganitidis, K. Bliznakova, and N. Pallikarakis, “A novel simulation algorithm for soft tissue compression,” *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 45, no. 7, pp. 661–669, 2007.

## Contributions

### Referred international journal papers

**S. Ribes**, D. Didierlaurent, N. Decoster, E. Gonneau, L. Risser, V. Feillel, O. Caselles, “Automatic segmentation of breast MR images through a Markov random field statistical model,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, DOI TMI.2014.2329019.

### Referred international conferences

**S. Ribes**, E. Gonneau, D. Didierlaurent, N. Decoster, V. Feillel, F. Courbon, O. Caselles, “Registration of Breast Magnetic Resonance Imaging and X-Ray Mammography Through a Biomechanical Model Based On Clinical Data and a Finite Element Method,” American Association of Physicists in Medicine (AAPM), 55th Annual Meeting, August 4 – 8, Indianapolis, USA (oral), *Medical Physics*, 40(6), 2013.

**S. Ribes**, E. Gonneau, D. Didierlaurent, N. Decoster, V. Feillel, F. Courbon, O. Caselles, “Registration of breast magnetic resonance imaging and X-ray mammography through a biomechanical model based on clinical data and a finite element method,” French Society of Physicists in Medicine, 52th Annual Meeting, 5 – 7 June, Nice (poster), *Physica Medica*, 29(1), 2013.

**S. Ribes**, E. Gonneau, D. Didierlaurent, N. Decoster, V. Feillel, F. Courbon, O. Caselles, “Registration of breast magnetic resonance imaging and X-ray mammography through a biomechanical model based on clinical data and a finite element method,” *Cancéropôle Grand Sud-Ouest international workshop : Young scientist*, 3 – 6 April, Lesponne, France, oral, travel grant, 2013.

**S. Ribes**, M. Saïssac, D. Didierlaurent, C. Dutilleul, E. Gonneau, O. Caselles, “Simultaneous assessment of both image and radiation quality parameters in mammography with a silicon PIN photodiode,” French Society of Physicists in Medicine, 51th Annual Meeting, 13 – 15 June, Strasbourg (oral), *Physica Medica*, 28(1), 2012.

**S. Ribes**, M. Saïssac, D. Didierlaurent, E. Gonneau, O. Caselles, “Simultaneous assessment of both image and radiation quality parameters in mammography with a silicon PIN photodiode,” *Radiological Society of North America*, 98th Annual Meeting, 25 – 30 November, Chicago, USA (oral), 2012.

### Refereed national conferences

**S. Ribes**, E. Gonneau, D. Didierlaurent, N. Decoster, V. Feillel, F. Courbon, O. Caselles, “Recalage entre IRM du sein et mammographie à l'aide d'un modèle biomécanique basé sur des données cliniques et une méthode des éléments finis,” 30èmes Journées des Laboratoires Associés de Radiophysique et de Dosimétrie, 3 - 4 juin 2013, Nice (oral).

## Contributions

**S. Ribes**, M. Saïssac, R. Bazer-Bachi, C. Magenc, O. Caselles, “Spectrométrie sous conditions cliniques de faisceaux de rayons X de basse énergie utilisés en mammographie numérique, ” 28èmes Journées des Laboratoires Associés de Radiophysique et de Dosimétrie, 10-12 octobre 2011, Toulouse (oral).