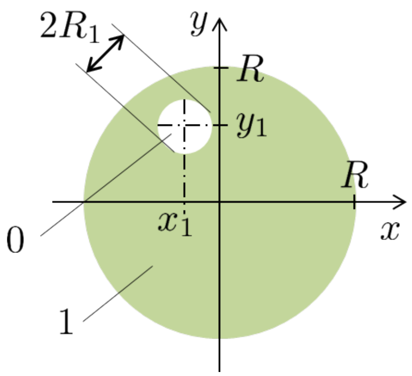
Tdsi AR
27/01/2017
Durée : 1 heure (QCM compris)

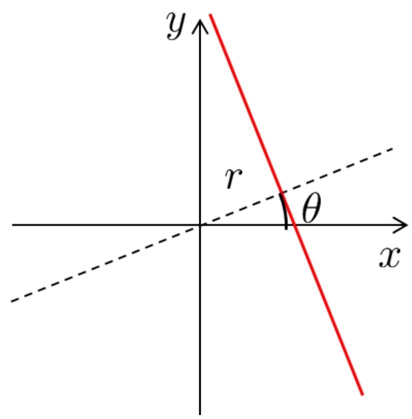
NOM : ______________________
Prénom : ______________________

Cet énoncé est composé de 3 pages (y compris celle-ci). Merci de compléter vos nom et prénom en haut à droite de la première page et de placer vos initiales sur les pages suivantes.

Tous les documents sont autorisés.



(a)



(b)

FIGURE 1 – (a) Représentation graphique de l'image binaire $f(x, y)$ (b) Systèmes de coordonnées utilisés pour la transformée de Radon.

L'objectif de cet exercice est de calculer la transformée de Radon de la fonction $f(x, y)$ définie à la figure ci-dessus. On rappelle que la transformée de Radon est définie de façon équivalente par

$$\mathcal{R}\{f\}(r, \theta) = \iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y)\delta(r - x\cos\theta - y\sin\theta)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \tag{1}$$

ou par

$$\mathcal{R}\{f\}(r, \theta) = \int_{\mathbb{R}} f(r\cos\theta - \ell\sin\theta, r\sin\theta + \ell\cos\theta)\,\mathrm{d}\ell \tag{2}$$

On définit par ailleurs la fonction suivante :

$$\mathcal{D}^R(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x^2 + y^2 \leq R^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3}$$

Questions

1. Exprimer la fonction f au seul moyen de la fonction $\mathcal{D}$.

Solution: On a :

$$f(x,y) = \mathcal{D}^R(x,y) - \mathcal{D}^{R_1}(x-x_1, y-y_1)$$

2. Montrer que la transformée de Radon est linéaire.

Solution: Par linéarité de l'intégrale, on a de façon évidente :

$$\mathcal{R}\{f+\alpha g\}(r,\theta) = \mathcal{R}\{f\}(r,\theta) + \alpha\mathcal{R}\{g\}(r,\theta)$$

3. On note f_{x_0,y_0} la fonction obtenue en décalant f de (x_0,y_0). Soit :

$$f_{x_0,y_0}(x,y) = f(x-x_0, y-y_0). \tag{4}$$

En utilisant la définition (1), montrer que

$$\mathcal{R}\{f_{x_0,y_0}\}(r,\theta) = \mathcal{R}\{f\}(r - x_0\cos\theta - y_0\sin\theta, \theta) \tag{5}$$

Solution:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}\{f_{x_0,y_0}\}(r,\theta) &= \iint_{\mathbb{R}^2} f_{x_0,y_0}(x,y)\delta(r - x\cos\theta - y\sin\theta)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \\
&= \iint_{\mathbb{R}^2} f(x-x_0, y-y_0)\delta(r - x\cos\theta - y\sin\theta)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y
\end{aligned}$$

Nous vient l'idée du changement de variable $x' = x - x_0$, $y' = y - y_0$

$$\begin{aligned}
&= \iint_{\mathbb{R}^2} f(x',y')\delta(r - x'\cos\theta - y'\sin\theta - x_0\cos\theta - y_0\sin\theta)\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y' \\
&= \iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y)\delta(r - x_0\cos\theta - y_0\sin\theta - x\cos\theta - y\sin\theta)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

4. En utilisant la définition (2), montrer que

$$\mathcal{R}\{\mathcal{D}^R\}(r,\theta) = \begin{cases} 2\sqrt{R^2 - r^2} & \text{si } |r| \leq R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6}$$

Solution: Il s'agit de trouver, à (r, θ) fixé, l'intervalle pour lequel ℓ satisfait $x^2+y^2 \leq R^2$, auquel cas $f(x, y)$ vaut 1. En dehors de cet intervalle, $f(x, y)$ vaut 0.

Avec $x = r\cos\theta - \ell\sin\theta$ et $y = r\sin\theta + \ell\cos\theta$, on a :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2\cos^2\theta - 2r\ell\cos\theta\sin\theta + \ell^2\sin^2\theta + r^2\sin^2\theta + 2r\ell\cos\theta\sin\theta + \ell^2\cos^2\theta \\ &= r^2\cos^2\theta + \ell^2\sin^2\theta + r^2\sin^2\theta + \ell^2\cos^2\theta \\ &= r^2 + \ell^2 \end{aligned}$$

Ainsi, $f(x, y) = 1$ si $|\ell| \leq \sqrt{R^2 - r^2}$ et l'on déduit :

$$\mathcal{R}\{f\}(r, \theta) = \int_{-\sqrt{R^2-r^2}}^{\sqrt{R^2-r^2}} \mathrm{d}\ell = 2\sqrt{R^2 - r^2} \quad \text{si} \quad |r| \leq |R| \quad \blacksquare$$

5. Déduire des questions précédentes, la transformée de Radon de f, en précisant bien dans votre raisonnement à quel moment vous utilisez les résultats précédents.

Solution: Il convient de remarquer au préalable que $\mathcal{D}^{R_1}(x-x_1, y-y_1) = \mathcal{D}^{R_1}_{x_1,y_1}(x, y)$ Par linéarité de la transformée de Radon appliqué à la réponse à la question 1, on a :

$$\mathcal{R}\{f\}(r, \theta) = \mathcal{R}\{\mathcal{D}^R\}(r, \theta) - \mathcal{R}\{\mathcal{D}^{R_1}_{x_1,y_1}\}(r, \theta)$$

En utilisant la propriété de décalage de la question 3, il vient

$$\mathcal{R}\{f\}(r, \theta) = \mathcal{R}\{\mathcal{D}^R\}(r, \theta) - \mathcal{R}\{\mathcal{D}^{R_1}\}(r - x_1\cos\theta - y_1\sin\theta, \theta)$$

En remplaçant la transformée de Radon obtenue à la question 4, on conclut

$$\mathcal{R}\{f\}(r, \theta) = \begin{cases} 2\sqrt{R^2 - r^2} - 2\sqrt{R_1^2 - (r - x_1\cos\theta - y_1\sin\theta)^2} & \text{si } \begin{cases} |r| \leq R \\ |r - x_1\cos\theta - y_1\sin\theta| \leq R_1 \end{cases} \\ 2\sqrt{R^2 - r^2} & \text{si } \begin{cases} |r| \leq R \\ |r - x_1\cos\theta - y_1\sin\theta| \geq R_1 \end{cases} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

INSA-Lyon **5GE option TDSI** **Acquisition-Reconstruction QCM du 26/01/2017**

Nom et prénom : ....

Durée indicative : 20 minutes.
Les documents sont autorisés ainsi que la calculatrice. Les questions faisant apparaître le symbol ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse. Des points négatifs pourront être affectés à de très mauvaises *réponses.*

Question 1 ♣ Pourquoi utilise-t-on du gel à appliquer sur la sonde ou le transducteur afin de réaliser une acquisition ultrasonore :

- ☐ Pour permettre à la sonde de glisser sur la peau
- ☐ Pour désinfecter la sonde
- ☐ Pour éviter les échauffements
- ☐ Pour supprimer le résidu d'air entre la sonde et la peau
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 Combien de temps mettra une onde ultrasonore pour parcourir une distance de 15 cm dans l'eau ?

- ☐ 1 ns
- ☐ 10 ms
- ☐ 100 μs
- ☐ 1 s

Question 3 ♣ Quelle grandeur physique mesure-t-on en imagerie ultrasonore ?

- ☐ L'amplitude
- ☐ L'intensité
- ☐ La pression
- ☐ L'atténuation
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 4 ♣ Que peut-on faire pour améliorer le résultat d'une tomographie ?

- ☐ Avoir un transducteur plus basse fréquence
- ☐ Avoir un transducteur plus haute fréquence
- ☐ Prendre un pas angulaire d'acquisition plus grand
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 5 ♣ Considérons deux diffuseurs B et C, situés respectivement à 5 et 15 cm de la sonde. Sachant que l'atténuation dans les tissus mous est de 1 dB/cm/MHz et que la sonde utilisée a une fréquence centrale de 3 MHz, donner le rapport d'amplitude (sur une échelle linéaire) entre les amplitudes reçues par la sonde et provenant des diffuseurs B et C.

- ☐ 60
- ☐ 20
- ☐ 1000
- ☐ 32
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 6 ♣ Quels sont les avantages de l'imagerie US par rapport à l'imagerie X ?

- ☐ Meilleure cadence d'acquisition
- ☐ Meilleure résolution spatiale
- ☐ Moins ionisant
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 7 La cadence d'imagerie en imagerie ultrasonore dépend de la profondeur imagée.

- ☐ Faux
- ☐ Vrai

Question 8 La cadence d'imagerie en imagerie ultrasonore dépend de la fréquence de la sonde.

- ☐ Faux
- ☐ Vrai

Question 9 La résolution spatiale en imagerie ultrasonore dépend de la profondeur imagée.

- ☐ Faux
- ☐ Vrai

Question 10 La résolution spatiale en imagerie ultrasonore dépend de la fréquence de la sonde

- ☐ Faux
- ☐ Vrai