

Tdsi AR
26/01/2018
Durée : 1 heure (QCM compris)

NOM : _____
Prénom : _____

Cet énoncé est composé de 4 pages (y compris celle-ci). Merci de compléter vos nom et prénom en haut à droite de la première page et de placer vos initiales sur les pages suivantes.

Tous les documents sont autorisés.

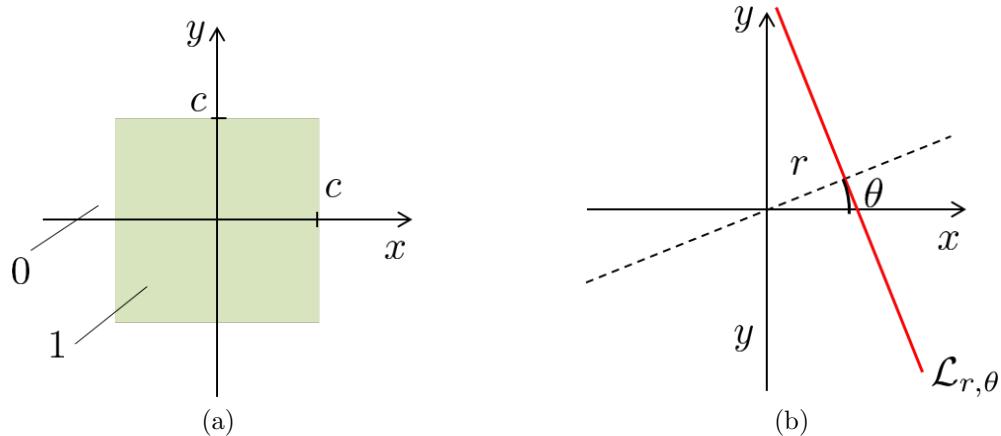


FIGURE 1 – (a) Représentation graphique de l'image binaire $f(x, y)$ (b) Systèmes de coordonnées utilisés pour la transformée de Radon.

L'objectif de cet exercice est de calculer la transformée de Radon de la fonction binaire $f(x, y)$ représentée à la Figure 1 et d'évaluer la pertinence de sa reconstruction par rétro-projection.

La transformée de Radon \mathcal{R} est définie par

$$(\mathcal{R}f)(r, \theta) = \int_{\mathbb{R}} f(r \cos \theta - \ell \sin \theta, r \sin \theta + \ell \cos \theta) d\ell \quad (1)$$

et l'opérateur de rétro-projection \mathcal{B} par

$$(\mathcal{B}p)(x, y) = \int_0^\pi p(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta \quad (2)$$

On rappelle enfin les fonctions usuelles suivantes :

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \text{tri}(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{si } 0 \leq |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$$

Questions

1. Donner les expressions analytiques de $p(r, \theta) = \mathcal{R}f(r, \theta)$ en fonction de $r \in \mathbb{R}$, pour $\theta = 0$ et pour $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Solution:

$$p(r, 0) = 2c \operatorname{rect}\left(\frac{r}{2c}\right)$$

$$p\left(r, \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}c \operatorname{tri}\left(\frac{r}{\sqrt{2}c}\right)$$

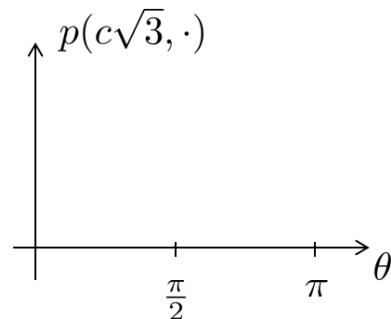
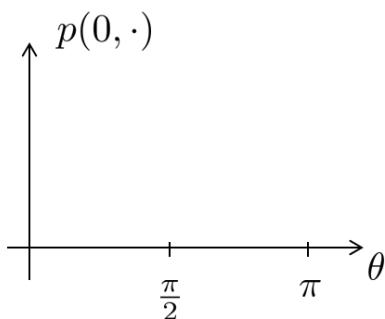
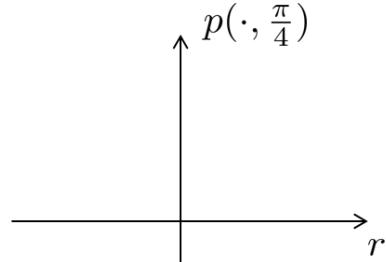
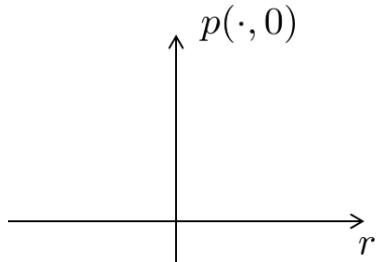
2. Donner les expressions analytiques de $p(r, \theta) = \mathcal{R}f(r, \theta)$ en fonction de $\theta \in [0, \pi[$, pour $r = 0$ et pour $r = c\sqrt{3}$.

Solution:

$$p(0, \theta) = \begin{cases} \frac{2c}{\cos \theta} & \text{si } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{2c}{\sin \theta} & \text{si } \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \\ \frac{2c}{\cos \theta} & \text{si } \frac{3\pi}{4} \leq \theta < \pi \end{cases}$$

$$p(c\sqrt{3}, \theta) = 0, \quad \forall \theta$$

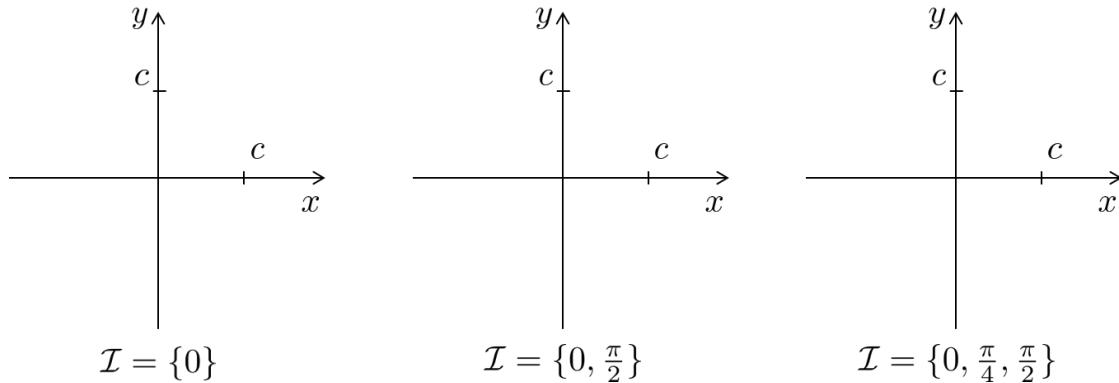
3. Représenter graphiquement les résultats des questions 1 et 2 précédentes.



4. On cherche à reconstruire l'image f en rétroprojectant p au moyen de l'opérateur \mathcal{B} . En pratique, on dispose d'un nombre fini d'angles de projection $\theta \in \mathcal{I} = \{\theta_1, \dots, \theta_I\}$ et l'on remplace \mathcal{B} par $\mathcal{B}_{\mathcal{I}}$ tel que

$$\mathcal{B}_{\mathcal{I}}\{p\}(x, y) = \sum_{\theta_i \in \mathcal{I}} p(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i, \theta_i) \quad (4)$$

- a. Représenter graphiquement les images retroprojétées $\mathcal{B}_{\mathcal{I}}\{p\}$ dans les trois cas suivants, en précisant bien les valeurs comme à la Figure 1(a).



- b. Que dire de la solution obtenue par retroprojection (c.à.d. pour une infinité d'angle) ?

Solution: Cette approche ne permet pas de reconstruire l'image de façon parfaite, il demeurera toujours un flou (on peut montrer que $\mathcal{B}p = \mathcal{B}\mathcal{R}f = f * h$ avec $h(x, y) = 1/\sqrt{x^2 + y^2}$).

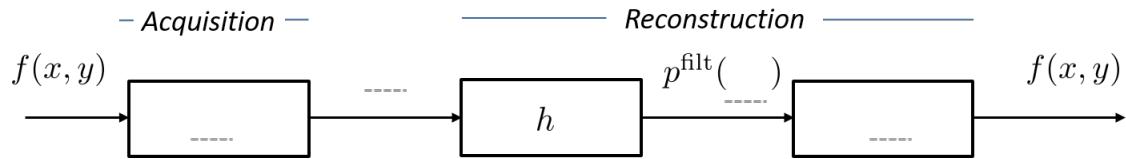
5. Pour reconstruire f de façon *parfaite*, il faut procéder par rétroprojection *filtrée* :

$$f(x, y) = \mathcal{B}p^{\text{filt}} \quad (5)$$

- a. Quel filtre utiliser ? Soyez extrêmement précis dans votre réponse et vos notations (précisez bien dans quel espace et dimension le filtrage a lieu)

Solution: Il faut utiliser un filtre rampe dans le domaine de Fourier, uniquement le long de la fréquence radiale. En clair, $\hat{p}_\theta^{\text{filt}}(\xi) = |\xi| \hat{p}_\theta(\xi)$ où \hat{p}_θ désigne la transformée de Fourier (1D) de p_θ et $\xi \leftrightarrow r$.

- b. Compléter la chaîne de traitement ci-dessous (cf. traits pointillés). Pour cela vous réécrivez (5) et donnerez une expression analytique pour h .



Solution: On va calculer $\mathcal{B}(p * h)$, avec $h = \mathcal{F}^{-1}\{|r|\}$.

c. En présence de bruit, quel sera l'effet l'opération de filtrage ? Comment y remédier ? Quel en est le prix à payer ?

Solution: Le filtre rampe amplifie les hautes fréquences et donc le bruit. On lui préférera donc des analogues plus basses fréquences qui, malheureusement, lisseront l'image. Tout est histoire de compromis.

CORRECTION

INSA-Lyon

5GE option TDSI

Acquisition-Reconstruction
QCM du 26/01/2018

Nom et prénom :

Durée indicative : 20 minutes.

Les documents sont autorisés ainsi que la calculatrice. Les questions faisant apparaître le symbol ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse. Des points négatifs pourront être affectés à de très mauvaises réponses.

Question 1 Combien de temps mettra une onde ultrasonore pour parcourir une distance de 30 cm dans l'eau ?

- 2 ns
- 2 s
- 20 ms
- 200 μ s

Question 2 ♣ Considérons deux diffuseurs B et C, situés respectivement à 5 et 10 cm de la sonde. Sachant que l'atténuation dans les tissus mous est de 1 dB/cm/MHz et que la sonde utilisée a une fréquence centrale de 4 MHz, donner le rapport d'amplitude (sur une échelle linéaire) entre les amplitudes reçues par la sonde et provenant des diffuseurs B et C.

- 10
- 20
- 100
- 10 000
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 3 ♣ Quels sont les avantages de l'imagerie X par rapport à l'imagerie US ?

- Meilleure résolution spatiale
- Meilleure cadence d'acquisition
- Transportable
- Moins ionisant
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 4 Quel algorithme est classiquement utilisé pour obtenir une image échographique sur les échographes cliniques ?

- Transformée de Radon
- Transformée de Fourier
- Delay and Sum
- Filtered Back Projection

Question 5 ♣ Comment focaliser un faisceau ultrasonore :

- En appliquant les mêmes retards sur les éléments de la sonde pour uniformiser la transmission spatiale
- En émettant séquentiellement les signaux sur chaque élément de la sonde
- En appliquant des retards différents sur les éléments de la sonde pour compenser le temps de propagation
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

CORRECTION

Question 6 Une sonde ultrasonore envoie un faisceau (durée du signal = $1 \mu\text{s}$) pour imager un diffuseur situé à 7.5 cm de profondeur. Combien de temps met l'onde pour parcourir la distance entre la sonde et le diffuseur ?

- 51 μs
- 100 μs
- 50 μs
- 501 μs

Question 7 Une sonde ultrasonore envoie un faisceau (durée du signal = $1 \mu\text{s}$) pour imager un diffuseur situé à 7.5 cm de profondeur. Quelle est la durée minimum de l'acquisition pour imager le diffuseur en échographie classique ?

- 51 μs
- 100 μs
- 101 μs
- 200 μs

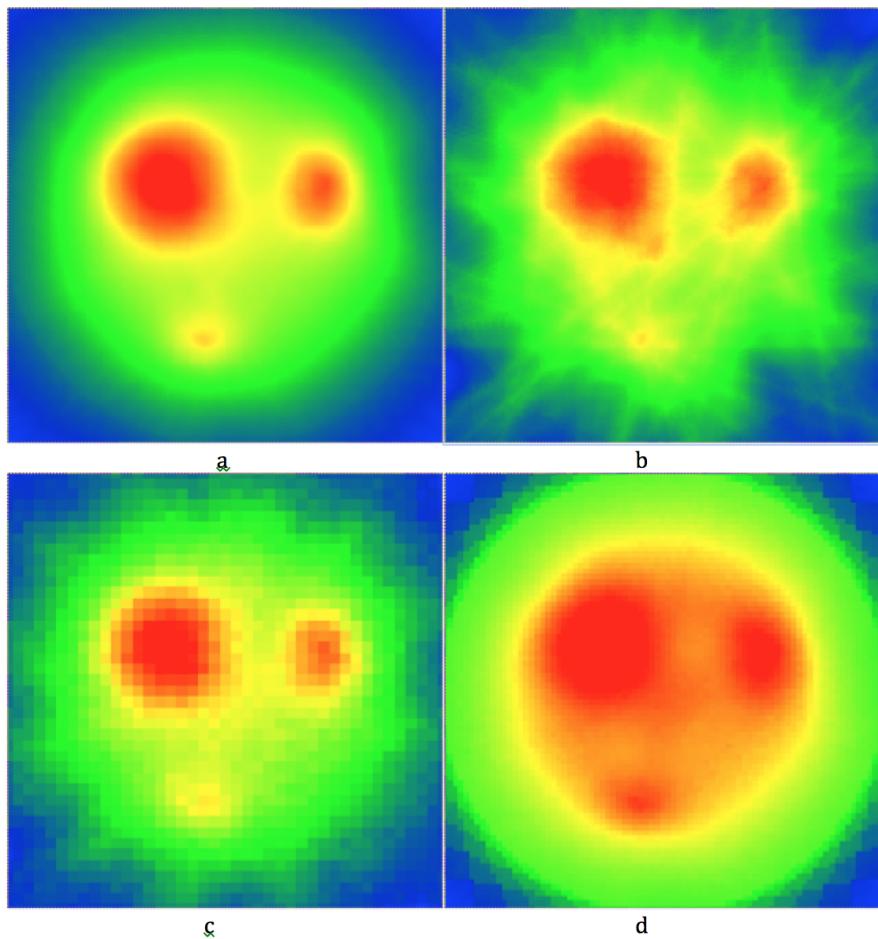
Question 8 ♣ Quatre acquisitions permettant de réaliser la tomographie (indiquées de a à d) ont été réalisées avec 4 jeux de paramètres différents (numérotés de 1 à 4). Retrouver les 4 bonnes paires : Image – Jeu de Paramètres d'acquisition, et cochez les dans les choix proposés.

Les 4 jeux de paramètres sont :

1. Amplification en réception : 15 dB, amplification en émission : 20 dB, pas angulaire : 40° , pas en translation : 0,5 mm.
2. Amplification en réception : 15 dB, amplification en émission : 20 dB, pas angulaire : 5° , pas en translation : 0,5 mm.
3. Amplification en réception : 5 dB, amplification en émission : 15 dB, pas angulaire : 5° , pas en translation : 0,5 mm.
4. Amplification en réception : 15 dB, amplification en émission : 20 dB, pas angulaire : 20° , pas en translation : 2 mm.

Les 4 images acquises sont :

CORRECTION



- Image a - Jeu 1
- Image a - Jeu 2
- Image a - Jeu 3
- Image a - Jeu 4
- Image b - Jeu 1
- Image b - Jeu 2
- Image b - Jeu 3
- Image b - Jeu 4
- Image c - Jeu 1
- Image c - Jeu 2
- Image c - Jeu 3
- Image c - Jeu 4
- Image d - Jeu 1
- Image d - Jeu 2
- Image d - Jeu 3
- Image d - Jeu 4
- Aucune de ces réponses n'est correcte.