

Tdsi AR
26/01/2018
Durée : 1 heure (QCM compris)

NOM : _____
Prénom : _____

Cet énoncé est composé de 4 pages (y compris celle-ci). Merci de compléter vos nom et prénom en haut à droite de la première page et de placer vos initiales sur les pages suivantes.

Tous les documents sont autorisés.

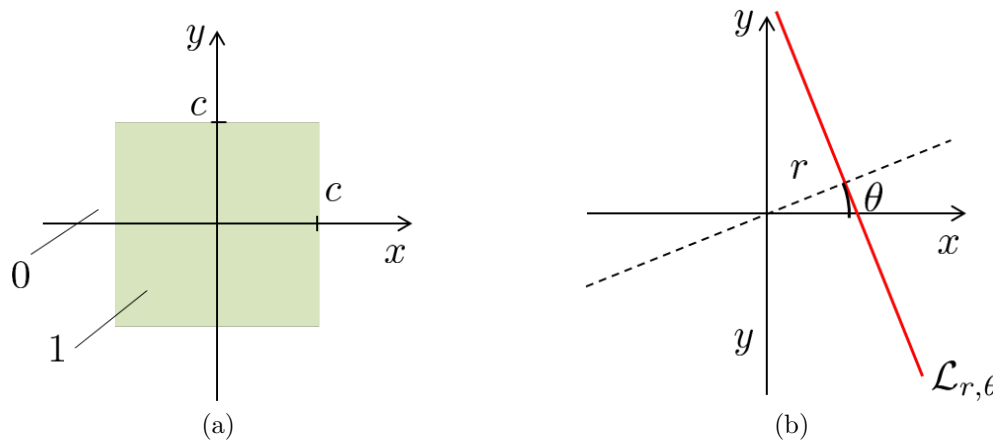


FIGURE 1 – (a) Représentation graphique de l'image binaire $f(x, y)$ (b) Systèmes de coordonnées utilisés pour la transformée de Radon.

L'objectif de cet exercice est de calculer la transformée de Radon de la fonction binaire $f(x, y)$ représentée à la Figure 1 et d'évaluer la pertinence de sa reconstruction par rétro-projection.

La transformée de Radon \mathcal{R} est définie par

$$(\mathcal{R}f)(r, \theta) = \int_{\mathbb{R}} f(r \cos \theta - \ell \sin \theta, r \sin \theta + \ell \cos \theta) d\ell \quad (1)$$

et l'opérateur de rétro-projection \mathcal{B} par

$$(\mathcal{B}p)(x, y) = \int_0^\pi p(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta \quad (2)$$

On rappelle enfin les fonctions usuelles suivantes :

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \text{tri}(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{si } 0 \leq |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$$

Questions

1. Donner les expressions analytiques de $p(r, \theta) = \mathcal{R}f(r, \theta)$ en fonction de $r \in \mathbb{R}$, pour $\theta = 0$ et pour $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Solution:

$$p(r, 0) = 2c \operatorname{rect} \left(\frac{r}{2c} \right)$$

$$p(r, \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}c \operatorname{tri} \left(\frac{r}{\sqrt{2}c} \right)$$

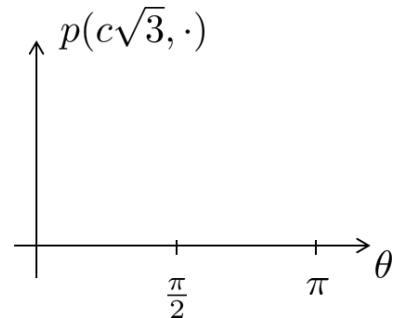
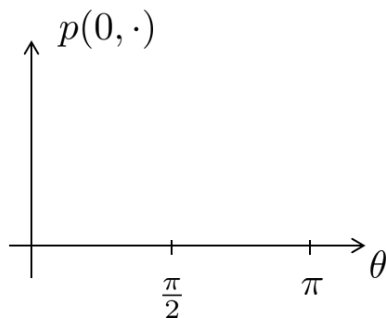
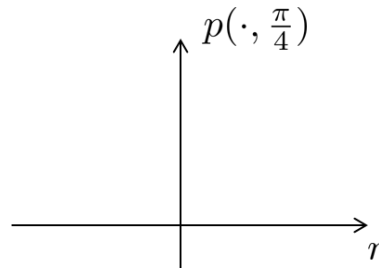
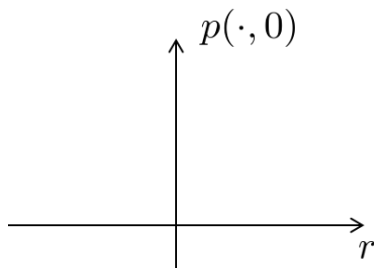
2. Donner les expressions analytiques de $p(r, \theta) = \mathcal{R}f(r, \theta)$ en fonction de $\theta \in [0, \pi[$, pour $r = 0$ et pour $r = c\sqrt{3}$.

Solution:

$$p(0, \theta) = \begin{cases} \frac{2c}{\cos \theta} & \text{si } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{2c}{\sin \theta} & \text{si } \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \\ \frac{2c}{\cos \theta} & \text{si } \frac{3\pi}{4} \leq \theta < \pi \end{cases}$$

$$p(c\sqrt{3}, \theta) = 0, \quad \forall \theta$$

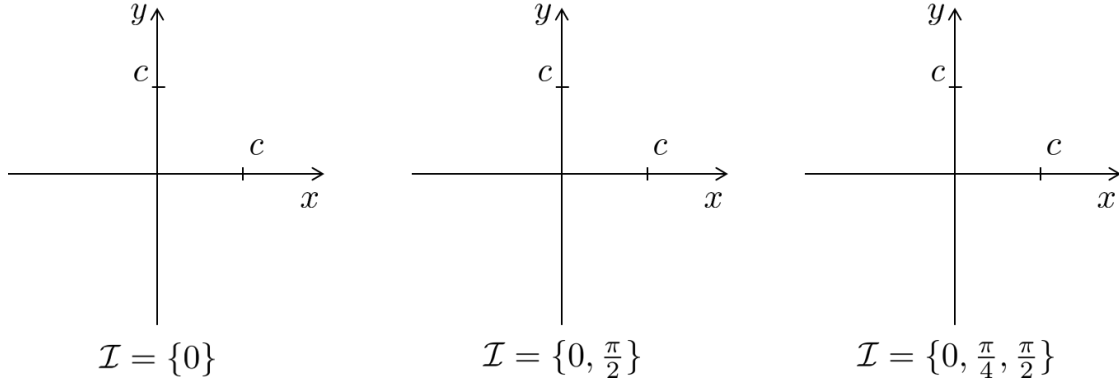
3. Représenter graphiquement les résultats des questions 1 et 2 précédentes.



4. On cherche à reconstruire l'image f en rétroprojetant p au moyen de l'opérateur \mathcal{B} . En pratique, on dispose d'un nombre fini d'angles de projection $\theta \in \mathcal{I} = \{\theta_1, \dots, \theta_I\}$ et l'on remplace \mathcal{B} par $\mathcal{B}_{\mathcal{I}}$ tel que

$$\mathcal{B}_{\mathcal{I}}\{p\}(x, y) = \sum_{\theta_i \in \mathcal{I}} p(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i, \theta_i) \quad (4)$$

- a. Représenter graphiquement les images retroprojetées $\mathcal{B}_{\mathcal{I}}\{p\}$ dans les trois cas suivants, en précisant bien les valeurs comme à la Figure 1(a).



- b. Que dire de la solution obtenue par retroprojection (c.à.d. pour une infinité d'angle) ?

Solution: Cette approche ne permet pas de reconstruire l'image de façon parfaite, il demeurera toujours un flou (on peut montrer que $\mathcal{B}p = \mathcal{B}\mathcal{R}f = f * h$ avec $h(x, y) = 1/\sqrt{x^2 + y^2}$).

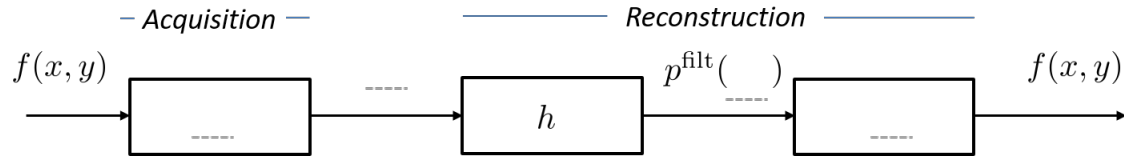
5. Pour reconstruire f de façon *parfaite*, il faut procéder par rétroprojection *filtrée* :

$$f(x, y) = \mathcal{B}p^{\text{filt}} \quad (5)$$

- a. Quel filtre utiliser ? Soyez extrêmement précis dans votre réponse et vos notations (précisez bien dans quel espace et dimension le filtrage a lieu)

Solution: Il faut utiliser un filtre rampe dans le domaine de Fourier, uniquement le long de la fréquence radiale. En clair, $\hat{p}_{\theta}^{\text{filt}}(\xi) = |\xi| \hat{p}_{\theta}(\xi)$ où \hat{p}_{θ} désigne la transformée de Fourier (1D) de p_{θ} et $\xi \leftrightarrow r$.

- b. Compléter la chaîne de traitement ci-dessous (cf. traits pointillés). Pour cela vous récrierez (5) et donnerez une expression analytique pour h .



Solution: On va calculer $\mathcal{B}(p * h)$, avec $h = \mathcal{F}^{-1}\{|r|\}$.

c. En présence de bruit, quel sera l'effet l'opération de filtrage ? Comment y remédier ? Quel en est le prix à payer ?

Solution: Le filtre rampe amplifie les hautes fréquences et donc le bruit. On lui préférera donc des analogues plus basses fréquences qui, malheureusement, lisseront l'image. Tout est histoire de compromis.

Nom et prénom :

Durée indicative : 20 minutes.

Les documents sont autorisés ainsi que la calculatrice. Les questions faisant apparaître le symbol ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse. Des points négatifs pourront être affectés à de très mauvaises réponses.

Question 1 Combien de temps mettra une onde ultrasonore pour parcourir une distance de 30 cm dans l'eau ?

- ☐ 2 ns
☐ 2 s
☐ 20 ms
☐ 200 μ s

Question 2 ♣ Considérons deux diffuseurs B et C, situés respectivement à 5 et 10 cm de la sonde. Sachant que l'atténuation dans les tissus mous est de 1 dB/cm/MHz et que la sonde utilisée a une fréquence centrale de 4 MHz, donner le rapport d'amplitude (sur une échelle linéaire) entre les amplitudes reçues par la sonde et provenant des diffuseurs B et C.

- ☐ 10
☐ 20
☐ 100
☐ 10 000
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 3 ♣ Quels sont les avantages de l'imagerie X par rapport à l'imagerie US ?

- ☐ Meilleure résolution spatiale
☐ Meilleure cadence d'acquisition
☐ Transportable
☐ Moins ionisant
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 4 Quel algorithme est classiquement utilisé pour obtenir une image échographique sur les échographes cliniques ?

- ☐ Transformée de Radon
☐ Transformée de Fourier
☐ Delay and Sum
☐ Filtered Back Projection

Question 5 ♣ Comment focaliser un faisceau ultrasonore :

- ☐ En appliquant les mêmes retards sur les éléments de la sonde pour uniformiser la transmission spatiale
☐ En émettant séquentiellement les signaux sur chaque élément de la sonde
☐ En appliquant des retards différents sur les éléments de la sonde pour compenser le temps de propagation
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

CORRECTION

Question 6 Une sonde ultrasonore envoie un faisceau (durée du signal = $1 \mu s$) pour imager un diffuseur situé à 7.5 cm de profondeur. Combien de temps met l'onde pour parcourir la distance entre la sonde et le diffuseur ?

- ☐ 51 μs
- ☐ 100 μs
- ☐ 50 μs
- ☐ 501 μs

Question 7 Une sonde ultrasonore envoie un faisceau (durée du signal = $1 \mu s$) pour imager un diffuseur situé à 7.5 cm de profondeur. Quelle est la durée minimum de l'acquisition pour imager le diffuseur en échographie classique ?

- ☐ 51 μs
- ☐ 100 μs
- ☐ 101 μs
- ☐ 200 μs

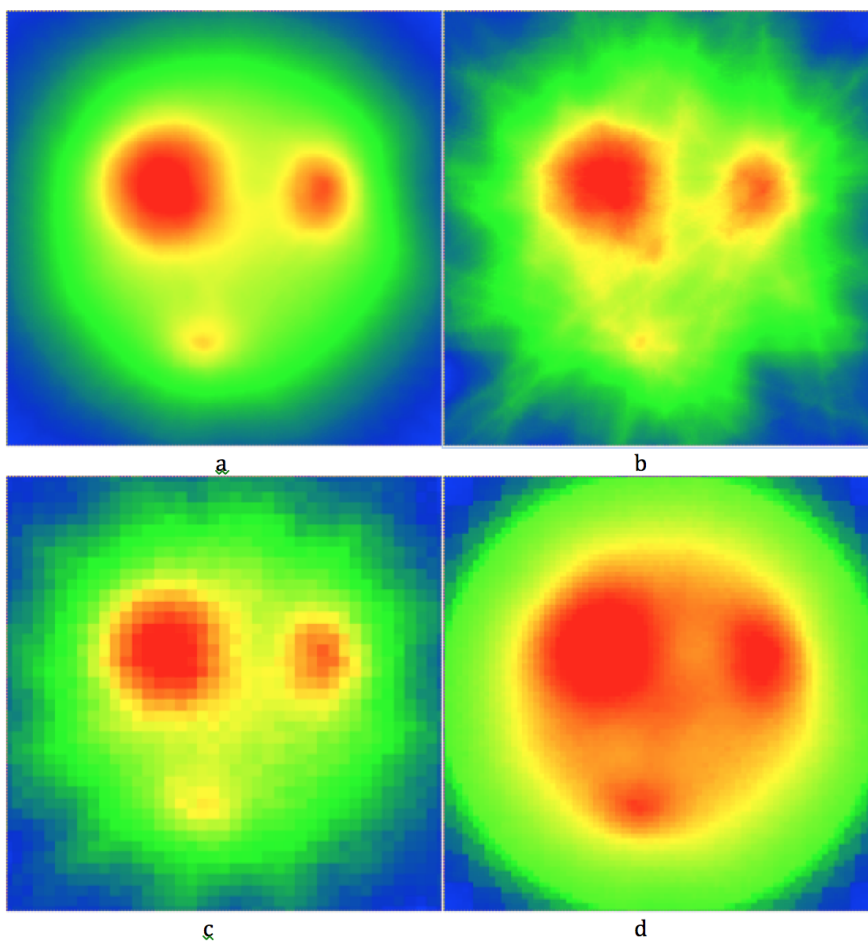
Question 8 ♣ Quatre acquisitions permettant de réaliser la tomographie (indiquées de a à d) ont été réalisées avec 4 jeux de paramètres différents (numérotés de 1 à 4). Retrouver les 4 bonnes paires : Image – Jeu de Paramètres d'acquisition, et cochez les dans les choix proposés.

Les 4 jeux de paramètres sont :

1. Amplification en réception : 15 dB, amplification en émission : 20 dB, pas angulaire : 40° , pas en translation : 0,5 mm.
2. Amplification en réception : 15 dB, amplification en émission : 20 dB, pas angulaire : 5° , pas en translation : 0,5 mm.
3. Amplification en réception : 5 dB, amplification en émission : 15 dB, pas angulaire : 5° , pas en translation : 0,5 mm.
4. Amplification en réception : 15 dB, amplification en émission : 20 dB, pas angulaire : 20° , pas en translation : 2 mm.

Les 4 images acquises sont :

CORRECTION



- ☐ Image a - Jeu 1
- ☐ Image a - Jeu 2
- ☐ Image a - Jeu 3
- ☐ Image a - Jeu 4
- ☐ Image b - Jeu 1
- ☐ Image b - Jeu 2
- ☐ Image b - Jeu 3
- ☐ Image b - Jeu 4
- ☐ Image c - Jeu 1
- ☐ Image c - Jeu 2
- ☐ Image c - Jeu 3
- ☐ Image c - Jeu 4
- ☐ Image d - Jeu 1
- ☐ Image d - Jeu 2
- ☐ Image d - Jeu 3
- ☐ Image d - Jeu 4
- ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.